



УДК 539.3:539.3/.6:62-762.444

Б.М. Абдеев, Т.Ф. Брим, Ж.О. Кульсеитов
ВКГТУ, г. Усть-Каменогорск

**УТОЧНЕННАЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО
СОСТОЯНИЯ РАДИАЛЬНЫХ ЭЛАСТОМЕРНЫХ УПЛОТНИТЕЛЬНЫХ КОЛЕЦ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО
СЕЧЕНИЯ ДЛЯ УСЛОВИЙ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО НАТЯГА**

В современных машинах, аппаратах и приборах нашли широкое применение пневматические, гидравлические и вакуумные системы, функционирование которых связано с надежной герметизацией полостей с различной средой или давлением [1-4].

Наиболее распространенным и универсальным видом герметизирующих элементов являются эластичные кольца круглого и эллиптического сечения [1-3] из различных синтетических резин (эластомеров), которые, в отличие от манжет, шевронных и других уплотнителей, способны с большой эффективностью герметизировать одно- и двухстороннее давление.

В машиностроении и при проектировании строительных конструкций широкое распространение получил метод расчета колец большой и малой кривизны [1,5], основанный на модели жесткого криволинейного бруса, поперечные сечения которого при нагружении не деформируются, а лишь перемещаются и поворачиваются в своей плоскости. При этом предполагается, что напряженное состояние во всех точках стержня – одноосное тангенциальное и симметричное, то есть $\sigma_r = \sigma_z = \tau = 0$, а $\sigma_\psi \neq 0$ (рис. 1, а). Для эластичных радиальных уплотнительных колец, монтируемых с натягом, этот способ решения данной задачи совершенно непригоден, ввиду большой деформативности сечения кольцевого элемента.

Известная справочно-нормативная методика оценки деформаций и напряжений резиновых колец круглого сечения [1-3] при их радиальном сжатии базируется на некорректной с физико-математической точки зрения упрощенной модели линейного напряженного состояния, которая противоречит общей системе разрешающих уравнений механики твердого деформируемого тела [6,7], а для функции контактного давления q (при расчете торообразных уплотнителей) используются формула Герца [2,8,9]

$$q = q(y) = q_{\max} \sqrt{1 - \left(\frac{y}{0,5 \cdot l} \right)^2}, \quad (1)$$

либо приближенная параболическая зависимость [3]

$$q = q(y) = q_{\max} \left[1 - \left(\frac{y}{0,5 \cdot l} \right)^2 \right], \quad -0,5 \cdot l \leq y \leq 0,5 \cdot l, \quad (2)$$

где l - расчетная ширина контактной поверхности;

q_{\max} - наибольшее значение функции $q(y)$, связанное с ее средней величиной q_c следующим образом, соответственно, для формул (1) и (2):

$$q_{max} = \frac{4}{\pi} q_c, \quad q_{max} = 1,5 q_c. \quad (3)$$

Рис. 1

В этом упрощенном способе расчета не учитывается влияние на напряженно-деформированное состояние уплотнителя:

- температурного градиента ($\Delta\theta \lesssim 0$);

- параметра $\frac{d}{2R_0}$, то есть отношения диаметра d сечения тора к его удвоенному сред-

нему радиусу R_0 , характеризующего кривизну кольца [5] ввиду того, что в качестве расчетной схемы принимается бесконечно длинный деформируемый цилиндр;

- предварительного растяжения $\bar{\epsilon}_\psi$, которое рекомендуется создавать при монтаже герметизирующего элемента [1-3];

- фактической сжимаемости материала кольца при коэффициенте Пуассона $\mu < 0,5$, что особенно важно, когда $\Delta\theta < 0$ [1-3];

- оваллизации (деформируемости) кольцевого профиля при определении местных перемещений и контактных давлений в радиально сжатом торе [10,11].

Используемое в [1-3] допущение о несжимаемости материала ($\mu = 0,5$) является приемлемым и адекватным только для нормальных условий по температурному режиму, когда $\theta = \theta_0 \approx 20^\circ \text{C}$.

Как шаг вперед в направлении дальнейшего совершенствования и модификации решения данной задачи в публикациях [10,11] рассматривается уточненная механико-математическая модель для оценки напряженно-деформированного состояния эластомерных колец круглого сечения, учитывающая: пространственный характер исследуемого процесса, то есть $\sigma_r \neq 0$, $\sigma_z \neq 0$, $\sigma_\psi \neq 0$, $\tau = 0$ (рис. 1, а); влияние на контактные давления стационарного температурного поля $\theta = \text{const}$ и деформируемости поперечного сечения тора. Решение данной осесимметричной задачи термоупругости получено авторами [10,11] для условий предварительного натяга с возможностью создания начального растяжения $\bar{\epsilon}_\psi$ кольца при монтаже и сжимаемости материала (при $\mu < 0,5$) [1-4]. Но при этом, принимаемая в [10,11] расчетная схема о диаметральном сжатии круглого диска двумя сосредоточенными силами и соответствующая фундаментальная задача теории упругости [7,19] не являются корректными как с математической, так и с физической точек зрения, вследствие того, что контактная нагрузка $q = q(y)$ является распределенной по параболическому закону (2) или по формуле Герца (1) и этот вывод следует из экспериментально-теоретических данных [2,3]. Следует отметить и некоторую непоследовательность разработчиков механико-математической модели [10,11] при определении тангенциальной функции σ_ψ как для жесткого кольца, имеющего $\mu = 0$, без учета составляющих σ_r и σ_z [5], что противоречит общей концепции задачи [10,11], а также сформулированной в [10,11] предпосылке о пространственном характере напряженного состояния уплотнителя и большой деформативности резины.

С точки зрения возможности кардинального уточнения существующей приближенной инженерной теории расчета колец овального сечения [1-3] можно особо отметить тот факт, что до настоящего времени не найдено и фундаментальное решение базовой контактной задачи термоупругости о радиальном взаимодействии деформируемого тора эл-

липтического профиля с абсолютно жесткими цилиндрическими поверхностями, являющейся основой для рассматриваемой в данной статье комплексной проблемы механики твердого деформируемого тела.

В отличие от герметизирующих элементов круглого сечения кольца овального (эллиптического) профиля не скручиваются и поэтому более надежны в работе, а их ресурс достигает ресурса колец круглого сечения, несмотря на повышенные силы трения и ширину уплотнителя [1].

В основу физико-математической модели исследуемой механической системы принимаем следующие допущения, гипотезы и предпосылки:

- материал уплотнителя – эластомер (синтетическая резина) – однородный, сплошной, изотропный и подчиняется закону Гука при наибольшей относительной линейной деформации $|\varepsilon_{max}| \leq 0,25$ [1,2,4];

- не учитывается собственный вес конструкции (объемные силы) и трение на площадках контакта в предположении наличия смазки и качественной обработки взаимодействующих поверхностей;

- контртела (цилиндр и поршень) по отношению к уплотнителю предполагаются абсолютно жесткими, так как значение модуля упругости резины на несколько порядков меньше, чем у цилиндра и поршня, которые конструируются из металла;

- отсутствуют внутренние источники тепла в элементарном объеме кольца (точечные источники);

- учитывается фактическая сжимаемость эластомера, при которой коэффициент Пуассона $\mu = \mu(\theta) < 0,5$;

- исследуемый процесс – изотермический и стационарный при постоянном температурном градиенте $\Delta\theta = \theta - \theta_0$ ($\theta_0 = 20^\circ\text{C}$ - нормальный температурный режим);

- во всем диапазоне эксплуатационных температур θ эластомер находится в высокоэластическом состоянии [1-3,12];

- коэффициент теплопроводности резины $\lambda = \text{const}$ и не влияет при этом на температурное поле и напряженно-деформированное состояние уплотнителя, то есть не зависит от температуры θ и координат r, z, x, y произвольной точки кольца (рис. 1, б);

- при рассмотрении местных (контактных) деформаций и напряжений принимается во внимание деформированное состояние кольца с допущением, что эллиптическая форма его сечения сохраняется;

- релаксация средних контактных давлений $q_{св} = q_{св}(t)$, $q_{сн} = q_{сн}(t)$ (рис. 1, б) в диапазоне времени $0 \leq t \leq t_s$ (t_s - рабочий ресурс уплотнителя) учитывается по экспериментально проверенной для каучука и резины модели Максвелла, в которой переменные $q_{св}(t)$ и $q_{сн}(t)$ изменяются по экспоненциальному закону [2,4,12];

- функция радиального перемещения $u_o = u_o(r)$ не зависит от переменной z , а горизонтальная составляющая $w_o = w_o(z)$ - от аргумента r ; как следствие этого допущения, отсутствуют сдвиговые деформации ($\gamma_{rzo} = 0$) и касательные напряжения ($\tau_{rzo} = \tau_{zro} = 0$) в материале уплотнительного элемента.

Представленная работа посвящена созданию новой многокомпонентной физико - математической термоупругой модели для оценки осесимметричного объемного напряжен-

но-деформированного состояния радиальных эластомерных уплотнителей с учетом температурного градиента $\Delta\theta$, релаксации напряжений, фактора формы Φ [4,16], предварительного натяга, кривизны и начального монтажного растяжения кольца [1,2]. Несимметричный овальный контур сечения подобного герметизирующего элемента обеспечивает реализацию процесса регулирования на стадии математического моделирования и расчета начальных контактных реактивных давлений q_{ce} , q_{ch} путем подбора и варьирования размеров полуосей сопряженных эллипсов $a_{эв}$, $a_{эн}$, $b_{э}$ (рис. 1, б), что представляет собой задачу по оптимизации уплотнителя.

Вследствие ограниченного объема данной статьи сошлемся на возможность использования готовых формул из работы [13] для аппроксимации механических и теплофизических параметров резины, имея в виду следующие буквенные обозначения, касающиеся только раскрытия существа разработанной математической модели:

θ_c - температурная граница фазового перехода к стеклованию эластомера [1,12];

θ - текущая температура, отсчитываемая от $\theta_0 = 20^\circ\text{C}$ при соблюдении условия $\theta_c \leq \theta \leq \theta_{max}$, которое соответствует высокоэластичному состоянию резины [4,12] (это рабочая область применения эластомеров);

θ_{max} - наибольшая допустимая эксплуатационная температура уплотнительного резинотехнического изделия (нормируемый технологический параметр) [1,2,12];

E - модуль упругости эластомера при сжатии;

$\alpha_\ell = \alpha_\ell(\theta)$ - функция коэффициента линейного расширения резины в зависимости от температуры θ .

Приводим систему фундаментальных формул и уравнений для оценки общего напряженно-деформированного состояния кольца [6,7,14]:

1) уравнение стационарной теплопроводности [14]

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = 0, \quad (4)$$

которое при $\theta = const$ (что предусмотрено в допущениях) удовлетворяется тождественно;

2) уравнения равновесия:

$$\frac{\partial \sigma_{ro}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rzo}}{\partial z} + \frac{\sigma_{ro} - \sigma_{\psi o}}{r} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{zo}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rzo}}{\partial r} + \frac{\tau_{rzo}}{r} = 0; \quad (5)$$

3) геометрические дифференциальные зависимости (формулы Коши):

$$\varepsilon_{ro} = \frac{\partial u_o}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\psi o} = \frac{u_o}{r}, \quad \varepsilon_{zo} = \frac{\partial w_o}{\partial z}, \quad \gamma_{rzo} = \frac{\partial u_o}{\partial z} + \frac{\partial w_o}{\partial r}; \quad (6)$$

4) разрешающая функция напряжений $\varphi_o = \varphi_o(r, z)$ в зависимости от компонент σ_{ro} , $\sigma_{\psi o}$, σ_{zo} и τ_{rzo} :

$$\sigma_{ro} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \nabla^2 \varphi_o - \frac{\partial^2 \varphi_o}{\partial r^2} \right), \quad \sigma_{\psi o} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \nabla^2 \varphi_o - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \varphi_o}{\partial r} \right), \quad \sigma_{zo} = \frac{\partial}{\partial z} \left[(2 - \mu) \nabla^2 \varphi_o - \frac{\partial^2 \varphi_o}{\partial z^2} \right], \quad (7)$$

$$\tau_{rzo} = \frac{\partial}{\partial r} \left[(1 - \mu) \nabla^2 \varphi_o - \frac{\partial^2 \varphi_o}{\partial z^2} \right], \quad (8)$$

являющаяся решением дифференциального уравнения четвертого порядка

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \cdot \left(\frac{\partial^2 \varphi_o}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \varphi_o}{\partial r} + \frac{\partial^2 \varphi_o}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (9)$$

или более компактно через оператор Лапласа $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$

$$\nabla^2 (\nabla^2 \varphi_o) = \nabla^4 \varphi_o = 0. \quad (10)$$

5) физические зависимости Дюгамеля-Неймана (прямая форма) [14,20]:

$$\begin{cases} \varepsilon_{ro} = \frac{1}{E_y} [\sigma_{ro} - \mu(\sigma_{\psi o} + \sigma_{zo})] + J_\theta, & \varepsilon_{\psi o} = \frac{1}{E_y} [\sigma_{\psi o} - \mu(\sigma_{zo} + \sigma_{ro})] + J_\theta, \\ \varepsilon_{zo} = \frac{1}{E_y} [\sigma_{zo} - \mu(\sigma_{ro} + \sigma_{\psi o})] + J_\theta, & \gamma_{rzo} = \frac{\tau_{rzo}}{G} = \frac{2(1+\mu)}{E_y} \tau_{rzo}, \end{cases} \quad (11)$$

где J_θ - температурный функционал

$$J_\theta = \int_{\theta_0}^{\theta} \alpha_\ell(\theta) d\theta; \quad (12)$$

$$G = \frac{E_y}{2(1+\mu)} - \text{модуль сдвига};$$

E_y -условный модуль упругости кольцевого резинового герметизирующего уплотнителя эллиптического профиля, учитывающий фактор формы Φ [1,2,15].

Так как задача осесимметричная, деформации $\gamma_{r\psi}, \gamma_{\psi z}$ и напряжения $\tau_{r\psi}, \tau_{\psi z}$ равны нулю, а параметры $\gamma_{rzo} = 0$ и $\tau_{rzo} = 0$ на основании вышеуказанного допущения о функциях $u_o(r)$, $w_o(z)$ и третьей формулы (6).

Формулируем условия, которым должны удовлетворять искомые функции $\sigma_{ro}, \sigma_{zo}, \sigma_{\psi o}, \tau_{rzo}, \varepsilon_{ro}, \varepsilon_{zo}, \varepsilon_{\psi o}, u_o, w_o$ при определении общих деформаций и напряжений.

1. Интегральные граничные зависимости в виде двух дополнительных уравнений равновесия для секториальных элементов кольца с бесконечно малым центральным углом $d\psi$ (рис. 1, г), в которых интегрирование функции $\sigma_{\psi o}$ распространяется на все сечение, имеющее недеформированную площадь F_ψ (первое уравнение) и на его внешнюю область с аналогичным параметром $F_{\psi n}$ (второе уравнение):

$$\sum X = \int_{F_\psi} \sigma_{\psi o} dF_\psi - R_0 [P_\psi (1 - \kappa_{R\psi}) - P_n (1 + \kappa_{Rn})] = 0, \quad (13)$$

$$\sum X = \int_{F_{\psi n}} \sigma_{\psi o} dF_{\psi n} + R_0 \left[2 \int_0^{\psi_0} \sigma_{ro} dz + P_n (1 + \kappa_{Rn}) \right] = 0, \quad (14)$$

где $\kappa_{R\psi}, \kappa_{Rn}$ - параметры, характеризующие кривизну внутренней и наружной частей кольца:

$$\kappa_{R_6} = \frac{a_{\varepsilon_6}}{R_0}, \quad \kappa_{R_H} = \frac{a_{\varepsilon_H}}{R_0} \quad (15)$$

(по известной классификации [11] для круглого поперечного сечения диаметром d , имеющем $\kappa_{R_H} = \kappa_{R_6} = \kappa_R = \frac{d}{2R_0}$, в случае $\kappa_R < 0,2$ - малая кривизна, а когда $\kappa_R \geq 0,2$ - большая);

P_ε, P_H - равномерно распределенные по окружностям радиусами R_ε и R_H равнодействующие реактивных сил $q_\varepsilon(y)$ и $q_H(y)$:

$$P_\varepsilon = 2c_\varepsilon q_{c\varepsilon}, \quad P_H = 2c_H q_{cH}, \quad (16)$$

$2c_\varepsilon, 2c_H$ - поперечные размеры поверхностей контакта уплотнителя с поршневой канавкой и цилиндром (рис. 1, б и 1, в).

2. Учет предварительного (монтажного) растяжения кольца по внутреннему радиусу при $r = R_\varepsilon = R_0 - a_{\varepsilon_6}$ [1] с использованием второго уравнения системы (6)

$$\varepsilon_{\psi o} = \frac{u_o}{R_0 - a_{\varepsilon_6}} = \bar{\varepsilon}_\psi = 0,01 \div 0,05, \quad (17)$$

которое равносильно кинематическому краевому соотношению для функций $\varepsilon_{\psi o}(r)$ и $u_o(r)$.

3. Условия симметричности расчетной схемы рис. 1, б, что соответствует четному характеру параметров $\sigma_{ro}, \sigma_{zo}, \sigma_{\psi o}, \varepsilon_{ro}, \varepsilon_{zo}, \varepsilon_{\psi o}, u_o$ по переменной z и нечетному - для зависимостей $\tau_{rzo}, \gamma_{rzo}, w_o$ (когда $z = 0$):

$$\tau_{rzo}(r;0) = \gamma_{rzo}(r;0) = w_o(r;0) = 0. \quad (18)$$

4. Статические граничные условия математической модели для функций $\tau_{rzo}(r;z), \sigma_{zo}(r;z), \sigma_{ro}(r;z)$:

а) при $r = R_0, z = \pm \varepsilon_3$ (точки B, рис. 1, б)

$$\tau_{rzo} = \tau_{rzo}(R_0; \pm \varepsilon_3) = 0, \quad \sigma_{zo} = \sigma_{zo}(R_0; \pm \varepsilon_3) = 0; \quad (19)$$

б) в радиальном сечении $z = 0$ секториальной части кольца (рис. 1, б и 1, г)

$$\int_{F_c} \sigma_{zo} dF_c = 0 \quad (20)$$

или с учетом того, что $dF_c = r dr d\psi$, а $R_\varepsilon = R_0(1 - \kappa_{R_6})$ и $R_H = R_0(1 + \kappa_{R_H})$, имеем, после сокращения на $d\psi$ в элементе площади dF_c ,

$$\int_{R_0(1-\kappa_{R_6})}^{R_0(1+\kappa_{R_H})} \sigma_{zo}(r;0) r dr = 0. \quad (21)$$

Для дальнейшего механико-математического моделирования напряженно-деформированного состояния уплотнителя необходимы формулы, непосредственно связывающие перемещения u_o и w_o с функцией φ_o . Полученные по алгоритму [7], но с учетом темпе-

ратуры θ и с использованием формул (6), (7) и (11), приводим эти зависимости в окончательном виде:

$$u_o = -\frac{1+\mu}{E_y} \cdot \frac{\partial^2 \varphi_o}{\partial r \partial z} + J_\theta r, \quad (22)$$

$$w_o = \frac{1}{E_y} (1+\mu) \left[2(1-\mu) \nabla^2 \varphi_o - \frac{\partial^2 \varphi_o}{\partial z^2} \right] + J_\theta z. \quad (23)$$

По аналогии с аналитическими соотношениями термоупругости (5)-(12) моделируем решаемую в напряжениях σ_{xm} , σ_{ym} , $\sigma_{\psi m}$, τ_{xym} контактную задачу как плоскую деформацию (ввиду того, что конструктивно в кольцевых резиновых уплотнителях $a_{эв} + a_{эн} \ll R_в$), но в ее расширенном понимании [17], когда линейный деформационный параметр $\varepsilon_{\psi m}$ в кольцевом направлении

$$\varepsilon_{\psi m} = s = const. \quad (24)$$

В этом случае соответствующая система уравнений и формул содержит девять неизвестных функций σ_{xm} , σ_{ym} , $\sigma_{\psi m}$, τ_{xym} , ε_{xm} , ε_{ym} , γ_{xym} , u_m , w_m и выглядит следующим образом в прямоугольных координатах xOy , относящихся к деформированному уплотнителю, имеющему измененные размеры полуосей эллипсов $b_э^*$, $a_{эв}^*$, $a_{эн}^*$, согласно рис. 1, б (без учета объемных сил - см. допущения) [5-7, 14, 17]:

1) уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = 0; \quad (25)$$

2) условие совместности линейных ε_{xm} , ε_{ym} и угловой γ_{xym} деформаций:

$$\nabla^2 (\nabla^2 \varphi_m) = \nabla^4 \varphi_m = \frac{\partial^4 \varphi_m}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \varphi_m}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \varphi_m}{\partial y^4} = 0, \quad (26)$$

где $\varphi_m = \varphi_m(x, y)$ - разрешающая функция напряжений;

3) формулы Эри для описания напряженного состояния в плоскости сечения кольца xOy :

$$\sigma_{xm} = \frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial y^2}, \quad \sigma_{ym} = \frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial x^2}, \quad \tau_{xym} = -\frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial x \partial y}; \quad (27)$$

4) прямая форма уравнений Дюгамеля-Неймана [14, 20], учитывая условие (24):

$$\varepsilon_{xm} = \frac{1}{E_y} [\sigma_{xm} - \mu(\sigma_{\psi m} + \sigma_{ym})] + J_\theta, \quad \varepsilon_{ym} = \frac{1}{E_y} [\sigma_{ym} - \mu(\sigma_{xm} + \sigma_{\psi m})] + J_\theta, \quad (28)$$

$$\varepsilon_{\psi m} = \frac{1}{E_y} [\sigma_{\psi m} - \mu(\sigma_{xm} + \sigma_{ym})] + J_\theta = s, \quad (29)$$

$$\gamma_{xym} = \frac{\tau_{xym}}{G} = \frac{2(1+\mu)}{E_y} \tau_{xym}, \quad (30)$$

где, в соответствии с (24) и (29),

$$\sigma_{\psi M} = \mu(\sigma_{xM} + \sigma_{yM}) + E_y(s - J_\theta); \quad (31)$$

5) дифференциальные формулы Коши с учетом (28)-(31):

$$\varepsilon_{xM} = \frac{\partial u_M}{\partial x} = \frac{1}{E_y} [(1 - \mu^2)\sigma_{xM} - \mu(1 + \mu)\sigma_{yM} - \mu E_y(s - J_\theta)] + J_\theta, \quad (32)$$

$$\varepsilon_{yM} = \frac{\partial w_M}{\partial y} = \frac{1}{E_y} [(1 - \mu^2)\sigma_{yM} - \mu(1 + \mu)\sigma_{xM} - \mu E_y(s - J_\theta)] + J_\theta, \quad (33)$$

$$\gamma_{xym} = \frac{\partial u_M}{\partial y} + \frac{\partial w_M}{\partial x} = \frac{\tau_{xym}}{G} = \frac{2(1 + \mu)}{E_y} \tau_{xym}; \quad (34)$$

6) канонические уравнения деформированных сопряженных эллипсов с полуосями $a_{\varepsilon\theta}^* \leq b_{\varepsilon\theta}^*$, $a_{\varepsilon n}^* \leq b_{\varepsilon n}^*$ и $a_{\varepsilon\theta}^* < a_{\varepsilon n}^*$ в системе отсчета $x_\theta C^* y_\theta$ для определения размеров $2c_\theta$ и $2c_n$ контактных поверхностей (рис. 1, б) [18]:

$$\frac{x_\theta^2}{(a_{\varepsilon\theta}^*)^2} + \frac{y_\theta^2}{(b_{\varepsilon\theta}^*)^2} = 1, \quad \frac{x_\theta^2}{(a_{\varepsilon n}^*)^2} + \frac{y_\theta^2}{(b_{\varepsilon n}^*)^2} = 1; \quad (35)$$

7) функции контактных давлений $q_\theta = q_\theta(y)$, $q_n = q_n(y)$, аппроксимируемые формулой Герца (1) (рис. 1, б) [6,8,9]:

$$q_\theta = q_{m\theta} \sqrt{1 - \left(\frac{y}{c_\theta}\right)^2}, \quad q_n = q_{mn} \sqrt{1 - \left(\frac{y}{c_n}\right)^2}, \quad (36)$$
$$(-c_\theta \leq y \leq c_\theta) \quad (-c_n \leq y \leq c_n)$$

связанные с равнодействующими P_θ и P_n следующими интегральными соотношениями:

$$\int_{-c_\theta}^{c_\theta} q_\theta(y) dy = 2 \int_0^{c_\theta} q_\theta(y) dy = P_\theta, \quad \int_{-c_n}^{c_n} q_n(y) dy = 2 \int_0^{c_n} q_n(y) dy = P_n. \quad (37)$$

При математическом описании контактной задачи следует иметь в виду, что наиболее напряженным (расчетным) сечением кольца является координатная плоскость $y = 0$. В отсутствии одной из границ (полуплоскость), напряжения $\sigma_x(x;0)$, $\sigma_y(x;0)$ при $y = 0$ определяются известными формулами [8,16]:

$$\sigma_x(x;0) = -\frac{q_m c}{\sqrt{c^2 + x^2}}, \quad \sigma_y(x;0) = -\frac{2 \cdot q_m}{c} \cdot \left[\frac{x^2 + 0,5 \cdot c^2}{\sqrt{x^2 + c^2}} - x \right], \quad 0 \leq x < \infty, \quad (38)$$

полученными из решения известной классической задачи Фламанна о действии сосредоточенной силы P на полуплоскость (рис. 2, а), с последующим его обобщением для того же сечения $y = 0$, но при условии распределения контактного давления $q = q(y)$ по функции Герца с экстремумом q_m (рис. 2, б). Кроме того, в данном случае, учитывая специфику исследуемого процесса, найденные зависимости (38) должны быть модифицированы для слоя конечной толщины $a_{\varepsilon\theta}^* + a_{\varepsilon n}^*$ (рис. 2, в) в единой системе координат xOy . И эта процедура предполагается в процессе детальной проработки данной математической

модели с получением соответствующих формул напряжений $\sigma_{x\Gamma} = \sigma_{x\Gamma}(x)$, $\sigma_{y\Gamma} = \sigma_{y\Gamma}(x)$ (при $0 \leq x \leq a_{\varepsilon}^* + a_{\varepsilon n}^*$) от функций давлений $q_{\varepsilon}(y)$, $q_n(y)$, изменяющихся по эллиптическому закону Герца (в соответствующие обозначения добавлен индекс «Г»). При этом внутренние силовые характеристики материала уплотнителя $\sigma_{x\Gamma}(x)$, $\sigma_{y\Gamma}(x)$ и $\sigma_{\psi\Gamma}(x)$ подчиняются краевым зависимостям вида (рис. 3):

а) в точках $x = 0$ и $x = a_{\varepsilon}^* + a_{\varepsilon n}^*$

$$\sigma_{x\Gamma}(0) = -q_{m\varepsilon}, \quad \sigma_{x\Gamma}(a_{\varepsilon}^* + a_{\varepsilon n}^*) = -q_{mn}; \quad (39)$$

б) условие равенства нулю равнодействующей функции напряжения $\sigma_{y\Gamma}(x)$ для бесконечно малого секториального элемента кольца по аналогии с (20), но при условии, что интегрирование производится для деформированного уплотнителя, имеющего площадь F_c^* при $y = 0$ и граничные радиусы, соответственно, $R_0^* = R_{\varepsilon} + u_{o\varepsilon}$, $R_n^* = R_n + u_{on}$ ($u < 0$ в системе xOy , рис. 1, б и 3):

$$\int_{F_c^*} \sigma_{y\Gamma}(x) dF_c^* = 0, \quad x = r - R_{\varepsilon}^*, \quad R_{\varepsilon}^* \leq r \leq R_n^*; \quad (40)$$

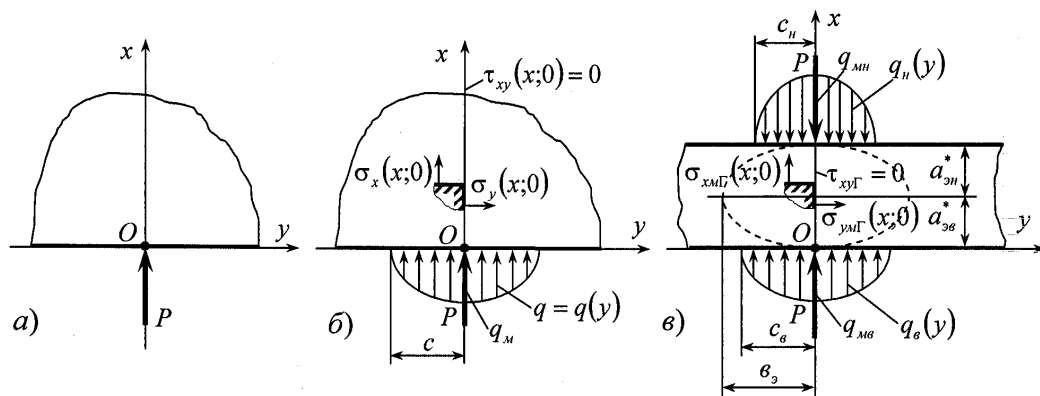


Рис. 2

в) в сечении $y = 0$ интегральное условие равновесия для секториальной части кольца бесконечно малой толщины dy , после сокращения на dy ,

$$\sum X = \int_{R_{\varepsilon}^*}^{R_n^*} \sigma_{\psi\Gamma}(x) dr - R_0^* \left[q_{m\varepsilon} \left(1 - \frac{a_{\varepsilon}^*}{R_0^*} \right) - q_{mn} \left(1 + \frac{a_{\varepsilon n}^*}{R_0^*} \right) \right] = 0, \quad (41)$$

с заменами $x = r - R_{\varepsilon}^*$ и $R_0^* = R_0 + u_{oc}$ (рис. 1, б; $u_{oc} = u_o(R_0)$), а также с учетом того, что тангенциальная составляющая $\sigma_{\psi\Gamma}$ аппроксимируется общей формулой (31), то есть

$$\sigma_{\psi\Gamma} = \mu(\sigma_{x\Gamma} + \sigma_{y\Gamma}) + E_y(s - J_{\theta}). \quad (42)$$

В уравнении (41) контактные давления $q_{m\varepsilon}$ и q_{mn} представляют собой максимальные значения функций $q_{\varepsilon}(y)$ и $q_n(y)$.

Вторым характерным сечением деформированного кольца, наряду с уже отмеченной

плоскостью $y = 0$, является поверхность цилиндра, имеющая радиальную координату $r = R_0^*$ (или по модели плоской деформации $x = a_{эв}^*$) и включающая точки $C^*(a_{эв}^*; 0)$, $B^*(a_{эв}^*; \pm \epsilon_3^*)$ (рис. 3). Для аппроксимации соответствующих напряжений $\sigma_{хмВ} = \sigma_{хм}(a_{эв}^*; y)$, $\sigma_{умВ} = \sigma_{ум}(a_{эв}^*; y)$, $\tau_{ухмВ} = \tau_{ухм}(a_{эв}^*; y)$ вводим некоторую дополнительную функцию $\varphi_m = \varphi_m(x; y)$, являющуюся точным решением бигармонического уравнения (26) и удовлетворяющую следующим граничным условиям (рис. 3):

а) для точек $B^*(a_{эв}^*; \pm \epsilon_3^*)$ плавного сопряжения полуэллипсов:

$$\sigma_{хм}(a_{эв}^*; \pm \epsilon_3^*) = 0, \sigma_{ум}(a_{эв}^*; \pm \epsilon_3^*) = 0, \tau_{ухм}(a_{эв}^*; \pm \epsilon_3^*) = 0; \quad (43)$$

б) для крайних сечений $x = 0$ и $x = a_{эв}^* + a_{эн}^*$ (границы слоя, рис. 2, в и 3)

$$\sigma_{хм}(0; y) = \sigma_{хм}(a_{эв}^* + a_{эн}^*; y) = \tau_{ухм}(0; y) = \tau_{ухм}(a_{эв}^* + a_{эн}^*; y) = 0; \quad (44)$$

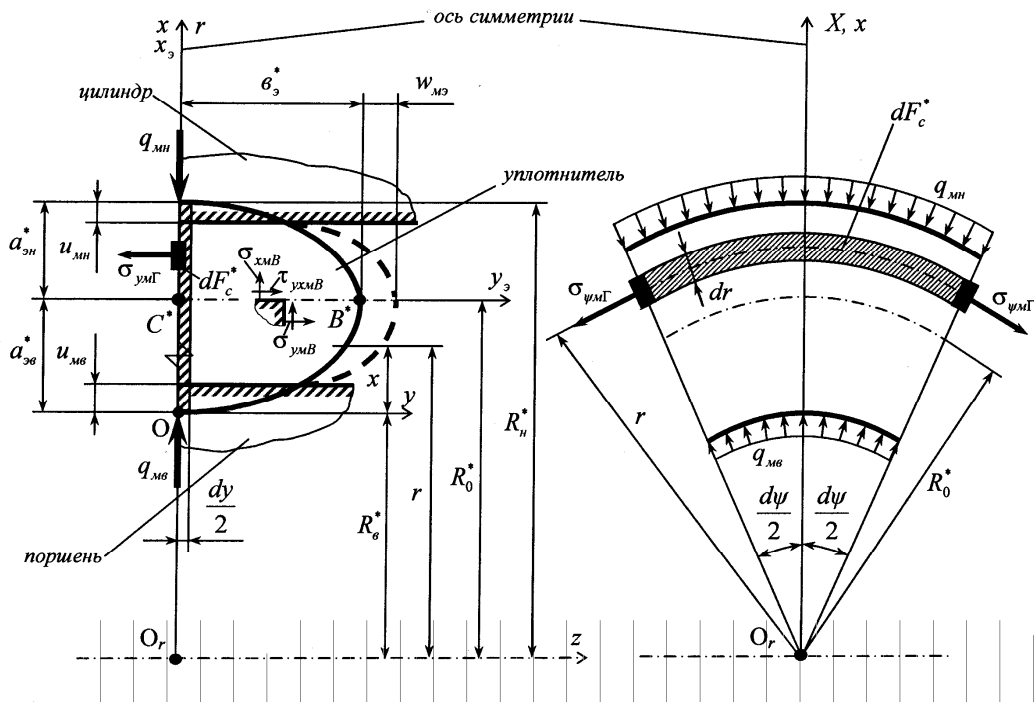


Рис. 3. Расчетные схемы, иллюстрирующие учет местных деформаций и напряжений

в) при $x = a_{эв}^*$, $y = 0$ - точка C^* , в которой должно соблюдаться:

- равенство одноименных функциональных зависимостей

$$\sigma_{хм}(a_{эв}^*; 0) = \sigma_{хмГ}(a_{эв}^*), \sigma_{ум}(a_{эв}^*; 0) = \sigma_{умГ}(a_{эв}^*); \quad (45)$$

- условие симметрии расчетной схемы (рис. 2, в и 3)

$$\tau_{ухм}(a_{эв}^*; 0) = \tau_{ухГ}(a_{эв}^*) = 0. \quad (46)$$

Записанные выше краевые соотношения дискретного (точечного) и непрерывного характера в виде равенств (43)-(46) приближенно учитывают конкретную эллиптическую

область в пределах бесконечного слоя ($y \leq \pm\infty$, рис. 2, в), моделирующую форму сечения уплотнительного кольца, которая отмечена на рис. 2, в пунктирной линией, сопряженной с границами полосы $x = 0$ и $x = a_{\text{эб}}^* + a_{\text{эн}}^*$.

В систему физико-геометрических зависимостей (32)-(33) входят местные (контактные) перемещения u_m и w_m , аппроксимируемые для расчетных сечений $y = 0$ и $x = a_{\text{эб}}^*$ интегральными формулами

$$u_m = u_m(x) = \int \varepsilon_{xm\Gamma}(x) \partial x + C_u, \quad w_m = w_m(y) = \int \varepsilon_{ym}(a_{\text{эб}}^*; y) \partial y + C_w, \quad (47)$$

включающими постоянные C_u и C_w , определяемые (рис. 3):

а) из кинематического граничного равенства в точке $C^*(a_{\text{эб}}^*; 0)$

$$u_m(a_{\text{эб}}^*) = 0, \quad (48)$$

как это обычно принимается при решении контактных задач [6,9];

б) из условия симметричности функции $w_m(y)$ по отношению к плоскости $y = 0$

$$w_m(0) = 0. \quad (49)$$

В этой связи необходимо подчеркнуть, что относительные линейные деформации $\varepsilon_{xm\Gamma} = \varepsilon_{xm\Gamma}(x)$ и $\varepsilon_{ym} = \varepsilon_{ym}(a_{\text{эб}}^*; y)$ зависимостей (47) представляются соотношениями (32)-(33), но с учетом особенностей, касающихся входящих в них нормальных напряжений, а именно:

$$\varepsilon_{xm\Gamma} = \varepsilon_{xm\Gamma}(x) = \frac{1}{E_y} \left[(1 - \mu^2) \sigma_{xm\Gamma} - \mu(1 + \mu) \sigma_{ym\Gamma} - \mu E_y (s - J_\theta) \right] + J_\theta, \quad (50)$$

$$\varepsilon_{ym} = \varepsilon_{ym}(a_{\text{эб}}^*; y) = \frac{1}{E_y} \left[(1 - \mu^2) \sigma_{ymB} - \mu(1 + \mu) \sigma_{xmB} - \mu E_y (s - J_\theta) \right] + J_\theta, \quad (51)$$

где переменные x и y изменяются в пределах $a_{\text{эб}}^* \leq x \leq a_{\text{эб}}^* + a_{\text{эн}}^*$, $-\theta_{\text{э}}^* \leq y \leq \theta_{\text{э}}^*$.

Разработанная авторами механико-математическая модель предусматривает прочностной расчет по IV-й (энергетической) гипотезе Губера-Генки-Мизеса с вычислением наибольшего эквивалентного напряжения $\sigma_{\text{экв}} = \sigma_{\text{IV}}$ [6]:

$$\sigma_{\text{max}} = \sigma_{\text{max}}(x_0) = \sigma_{\text{IV}} = \sqrt{\sigma_{xm\Gamma}^2 + \sigma_{ym\Gamma}^2 + \sigma_{\psi m\Gamma}^2 - \sigma_{xm\Gamma} \sigma_{ym\Gamma} - \sigma_{ym\Gamma} \sigma_{\psi m\Gamma} - \sigma_{\psi m\Gamma} \sigma_{xm\Gamma}} \leq [\sigma], \quad (52)$$

где $\sigma_{xm\Gamma} = \sigma_{xm\Gamma}(x_0)$, $\sigma_{ym\Gamma} = \sigma_{ym\Gamma}(x_0)$, $\sigma_{\psi m\Gamma} = \sigma_{\psi m\Gamma}(x_0)$ - параметры напряженного состояния в опасной точке $A(x_0)$ сечения $y = 0$ кольца (рис. 1, б);

$[\sigma]$ - допускаемое напряжение материала уплотнителя [4].

Практическая реализация рассматриваемой здесь уточненной модели исследуемого термоупругого процесса подразумевает определение не только напряжений в материале эластомерного кольца и количественную оценку его прочности, но и возможность расчета монтажного натяга Δ уплотнителя. Для выполнения этих проектно-конструкторских процедур в конкретных задачах потребуются следующие геометрические и кинематические характеристики (рис. 1, б):

- общие радиальные перемещения от функции $u_o(r)$, где $R_{\text{с}} \leq r \leq R_{\text{н}}$:

$$u_{ов} = u_o(R_{\epsilon}), u_{он} = u_o(R_n), u_{ос} = u_o(R_0); \quad (53)$$

- местные контактные перемещения, связанные с функциональной зависимостью $u_{\text{м}}(x)$ точек сечения $y = 0$ при $x = 0$ и $x = a_{\epsilon}^* + a_{\text{эн}}^*$:

$$u_{\text{м}\epsilon} = u_{\text{м}}(0), u_{\text{мн}} = u_{\text{м}}(a_{\epsilon}^* + a_{\text{эн}}^*); \quad (54)$$

- общие перемещения точек $B(\pm \epsilon_y)$ в направлении оси z при условии, что $z = \pm \epsilon_y$,

$$w_{о\epsilon} = w_o(\pm \epsilon_y); \quad (55)$$

- горизонтальная кинематическая составляющая $w_{\text{м}} = w_{\text{м}}(y)$, характеризующая смещение точки B^* цилиндрического сечения $x = a_{\epsilon}^*$ вследствие местных (контактных) деформаций кольца при $-\epsilon_y^* \leq y \leq \epsilon_y^*$, то есть

$$w_{\text{м}\epsilon} = w_{\text{м}}(\pm \epsilon_y^*); \quad (56)$$

- размеры полуосей эллипсов после общих деформаций при $z = \pm \epsilon$ (рис. 1, б):

$$\epsilon_y^* = \epsilon_y + |w_{о\epsilon}|, a_{\epsilon}^* = a_{\epsilon} - u_{ов} + u_{ос}, a_{\text{эн}}^* = a_{\text{эн}} - u_{ос} + u_{он}, \quad (57)$$

где все перемещения приняты положительными.

Общий натяг Δ по всему сечению, учитывая знаки перемещений $u_{ов} > 0$, $u_{он} < 0$, $u_{\text{м}\epsilon} > 0$, $u_{\text{мн}} < 0$, определяется следующим образом:

$$\Delta = (a_{\epsilon} + a_{\text{эн}}) - (a_{\epsilon}^* - u_{\text{м}\epsilon} + a_{\text{эн}}^* + u_{\text{мн}}), \quad (58)$$

или, после подстановки a_{ϵ}^* , $a_{\text{эн}}^*$ в соответствии с (57)

$$\Delta = \Delta_{\epsilon} + \Delta_n = u_{ов} + u_{\text{м}\epsilon} - u_{он} - u_{\text{мн}}, \quad (59)$$

где Δ_{ϵ} , Δ_n - натяги, соответственно, по внутренней и наружной поверхностям кольца, контактирующего с поршнем и цилиндром (рис. 1, б):

$$\Delta_{\epsilon} = u_{ов} + u_{\text{м}\epsilon}, \Delta_n = -u_{он} - u_{\text{мн}}. \quad (60)$$

В соответствии с обязательной предпосылкой об отсутствии давления деформированного сечения кольца на боковые стенки поршневой канавки [1,2], ее ширина B_{κ} (рис. 1, в) находится из условия $B_{\kappa} \geq 2(\epsilon_y^* + |w_{\text{м}\epsilon}|)$ или, с учетом (57)

$$B_{\kappa} \geq 2(\epsilon_y + |w_{о\epsilon}| + |w_{\text{м}\epsilon}|). \quad (61)$$

Важным конструктивно-технологическим параметром уплотнения является также расчетная высота h посадочного места кольца (рис. 1, в)

$$h = a_{\epsilon} + a_{\text{эн}} - \Delta; \quad (62)$$

с другой стороны, по справочным данным [1]

$$h = R_{\text{ц}}(1 + \Delta\theta\alpha_{\text{ц}}) - R_n(1 + \Delta\theta\alpha_n) = R_{\text{ц}} - R_n + \Delta\theta(R_{\text{ц}}\alpha_{\text{ц}} - R_n\alpha_n), \quad (63)$$

где $R_{\text{ц}}$, R_n - соответственно, радиусы цилиндра и поршневой канавки (рис. 1в);

$\alpha_{\text{ц}}$, α_n - коэффициенты температурных деформаций цилиндра и поршня.

Представленные в данной статье уравнения и конечные аналитические зависимости (52)-(63) позволяют оптимизировать на стадии уточненного расчета конструктивные физико-геометрические параметры проектируемой системы «радиальный уплотнитель -

контртело» под заданные средние начальные контактные давления $q_{св}$, $q_{сн}$ с учетом разности коэффициентов линейных температурных деформаций α_u , α_n цилиндра и поршня, обеспечивая, при этом, требуемый монтажный натяг Δ , несущую способность и надежность герметизирующего элемента.

Список литературы:

1. Уплотнения и уплотнительная техника: Справочник / Под ред. Голубева Л.И., Кондакова Л.А. - М.: Машиностроение, 1986. - 464 с.
2. Кондаков Л.А. Уплотнения гидравлических систем. - М.: Машиностроение, 1972. - 240 с.
3. Аврушенко Б.Х. Резиновые уплотнители. - Л.: Химия, 1978. - 136 с.
4. Потураев В.Н. Резиновые и резинометаллические детали машин. - М.: Машиностроение, 1966. - 300 с.
5. Виргер И.А., Мавлютов Р.Р. Сопротивление материалов. - М.: Наука, 1986. - 560 с.
6. Филин А.П. Прикладная механика твердого деформируемого тела. - Т.1. - М.: Наука, 1975. - 832 с.
7. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости /Пер. с англ. М.И. Рейтмана под ред. Г.С. Шапиро. - М.: Наука, 1975. - 576 с.
8. Самуль В.И. Основы теории упругости и пластичности. - М.: ВШ, 1970. - 288 с.
9. Штаерман И.Ф. Контактная задача теории упругости. - М., Л.: Гостехиздат, 1949. - 270 с.
10. Кульсеитов Ж.О., Абдеев Б.М., Муслиманова Г.Е., Буктугутов Ш.С. Учет общих деформаций в контактной задаче термоупругости о радиальном сжатии длинного цилиндра из эластомера //Вестник ВКГТУ. - 2001. - №2. - Усть-Каменогорск, 2001. С. 34-41.
11. Абдеев Б.М., Муслиманова Г.Е. Контактная задача теории упругости о радиальном взаимодействии деформируемого тора с абсолютно жесткими цилиндрами //Вестник ВКГТУ. - 2001. - №4. - Усть-Каменогорск, 2001. С. 32-39.
12. Гуль В.Е., Кулезнев В.Н. Структура и механические свойства полимеров. -М.: ВШ, 1979. - 352с.
13. Абдеев Б.М., Кравцов А.А. Методика и алгоритм расчета механических и теплофизических характеристик резины с учетом температурного градиента // Вестник ВКГТУ. - 2004. - №3. - Усть-Каменогорск, 2004. С. 25-34.
14. Ломакин В.А. Теория упругости неоднородных тел. - М.: Московский университет, 1976. - 368 с.
15. Абдеев Б.М., Брим Т.Ф. Фактор формы и модуль упругости к расчету эластомерных уплотнительных колец эллиптического сечения //Вестник ВКГТУ. - 2006. - №3. - Усть-Каменогорск, 2006. С. 47-54.
16. Брим Т.Ф. К решению плоской контактной задачи теории упругости о сжатии деформируемой цилиндрической поверхности жесткой плоскостью. // Вестник ВКГТУ. - 2006. - № 2. - Усть-Каменогорск, 2006. С. 65-74.
17. Киселев В.А. Плоская задача теории упругости: Учеб. пособие для вузов. - М.: ВШ, 1976. - 151 с.
18. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. - М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. - 608 с.
19. Love F.E. Lehrbuch der Elastizitat. Autorisverte Ausgafassers besorgt von Aloys Timpe. Leipzig - Berlin, B.G.
20. Nowinski J. Axisymmetric problem of the steady - state ties. «Applied Scien. Research». 12, Sec. A, No. 4/5, 1

Получено 23.11.06.



ВЗГЛЯД СКВОЗЬ ЗЕМЛЮ

В городах большинство силовых и сигнальных кабелей проложено под землей. Перед проведением земляных работ необходимо как можно более точно определить местоположение кабелей в районе работ. Для этого применяются трассоискатели различных конструкций. На выставке «Электро-2006» в Экспоцентре на Красной Пресне одна из Санкт-Петербургских компаний представила несколько образцов индукционных трассоискателей, которые позволяют не только опреде-

лить, где проходит кабель, но и обнаружить место его повреждения – обрыв или утечку тока.

Трассоискатели оборудованы дисплеями с наглядной графической информацией. Если оператор отклоняется от трассы, на экране появляется стрелка, которая указывает в сторону трассы, и цифры, обозначающие расстояние до нее. На дисплее также отображаются глубина залегания кабеля и другие вспомогательные данные.

С помощью прибора длокализуют не только кабели, но и металлические трубопроводы.

«Наука и жизнь» № 8, 2006

УДК 629.069:330.4

А.Т. Кайназарова

ВКГТУ, г. Усть-Каменогорск

Е.Е. Карсыбаев

КазАТК, г. Алматы

УПРАВЛЕНЧЕСКОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ ЛОГИСТИЧЕСКОГО МЕНЕДЖМЕНТА НА ПАРАМЕТРЫ ПЕРЕВОЗОЧНОГО ПРОЦЕССА

Перевозочный процесс играет ключевую роль в логистике. Затраты перевозочного процесса, связанные непосредственно с пространственным перемещением материального потока, составляют порядка 30% суммарных затрат предприятия. Ключевые факторы, определяющие эффективность перевозочного процесса, – стоимость перевозки, мобильность, скорость доставки и т. д. [1-3]. Но для построения формальной методики, определяющей оптимальный способ организации процесса перемещения, следует выявить факторы, воздействующие на перевозочный процесс. Для чего необходимо тщательно проанализировать, как осуществляется доставка комплектующих, полуфабрикатов, товаров предприятию, из каких элементов состоит внешний материальный поток. Из факторов, определяющих перевозочный процесс, подробно рассмотреть те, которые наиболее доступны управленческому воздействию со стороны логистического менеджмента.

подавляющее большинство предприятий работают по схеме базисной поставки EXW (ex works) и FCA (free carrier). Предпочтение работы с такими схемами позволяет свести исследование до системы доставки товаров на территорию предприятия, состоящую из следующих элементов «поставщик – транспортная организация – экспедиция (схема FCA) – складирование – потребление (производство) – складирование» [4]. При реализации подобной системы предприятие несет издержки, связанные с выполнением логистических функций приводимой системы. Таким образом, происходит реальная взаимосвязь логистических процессов, протекающих в рамках внешней транспортной системы предприятия (транспортно-складской комплекс) и финансовыми потоками предприятия. Рассмотрим элементы логистических функций и возникающие издержки на этих этапах.

Предприятие заказывает требуемые количества продукции поставщика, необходимые для реализации собственной уставной деятельности. В условиях современной действительности в момент заказа предприятию необходимо совершить предварительную оплату закупаемой продукции. В результате предоплаты возникает момент затрат, равный сумме вложенных средств на закупку сырья (*RI*).

Предприятие доставляет оплаченную партию продукции поставщика в места ее потребления. На этом этапе предприятие ищет транспортного агента, с которым оформляет

перевозочные документы, и который впоследствии транспортирует груз до места назначения. В процессе выполнения этих действий предприятие несет транспортные расходы, связанные с перемещением внешнего материального потока в пространстве.

Непосредственно по окончании процесса перемещения материального потока до территории предприятия необходимо переместить доставленный материальный поток непосредственно на склады, торговые площади или в цеха. Естественно, при этом специализированные транспортные предприятия выставляют счета за оказанные услуги, таким образом, возникают экспедиционные издержки.

Как правило, закупленная партия товара не может быть потреблена одномоментно, а размещается в местах использования или хранения, что связано с дополнительными затратами, а именно издержками хранения. Издержки хранения убывают по мере потребления закупленной партии продукции.

Сумма затрат, связанная с перемещением материального потока в пространстве и дальнейшей его переработкой и хранением, условно обозначим за C_{log} . Общая сумма затрат (SI), связанных с приобретением и потреблением закупаемой продукцией состоит из следующих затрат: стоимости закупаемого товара, транспортных издержек, связанных со складированием и содержанием [5, 6].

В процессе своей деятельности предприятие использует материальный поток (перерабатывает в производстве, реализует и т. д.), что приносит определенный доход (I). Превышение доходов, полученных от использования материального потока над расходами, связанными с его приобретением и перемещением до точки потребления, является неотъемлемым условием рентабельности деятельности предприятия.

Как видно из рис. 1 на перевозочный процесс предприятия оказывают влияние три основных фактора: суммарная величина логистических затрат перевозочного процесса (SI); временной фактор (система «заказ – потребление»); величина доходов, получение которых связано с перевозочным процессом (I).

Суммарная величина логистических затрат формируется из стоимости материального потока и величины транспортных затрат:

$$SI = RI + C_{log}. \quad (1)$$

Формирующее воздействие на величину суммарных логистических затрат перевозочного процесса оказывает определение объема разовой поставки, на которую, в свою очередь, оказывает влияние срок действия проекта, объемы внешнего материального потока, стандартные условия грузоперевозок со стороны действующих агентов транспортного рынка.

Отчетливо проявляется зависимость роста показателя стоимости материального потока от роста таких показателей как грузоподъемность применяемого транспортного средства, ступенчатый рост в зависимости от увеличения времени нахождения материального потока в пути. С увеличением срока потребления стоимость потока сокращается до определенного уровня, который в дальнейшем остается постоянным ($DIW \leq T_{real}, f = 2$).

С ростом массы грузовой единицы стоимость материального потока постоянно снижается – меньшее количество размещается на анализируемом транспортном средстве (рис. 2).

При осуществлении пространственного перемещения внешнего материального потока

логистическими посредниками показатель транспортных затрат определяется на основании счетов, представленных к оплате данными организациями.

В общем виде эту величину можно рассчитать по следующей формуле:

$$C_{log} = tariff \cdot Z, \quad (2)$$

где *tariff* – тариф на анализируемую перевозку соответствующим видом транспорта;

Z – количество рейсов, выполнение которых необходимо для полного удовлетворения объема спроса.

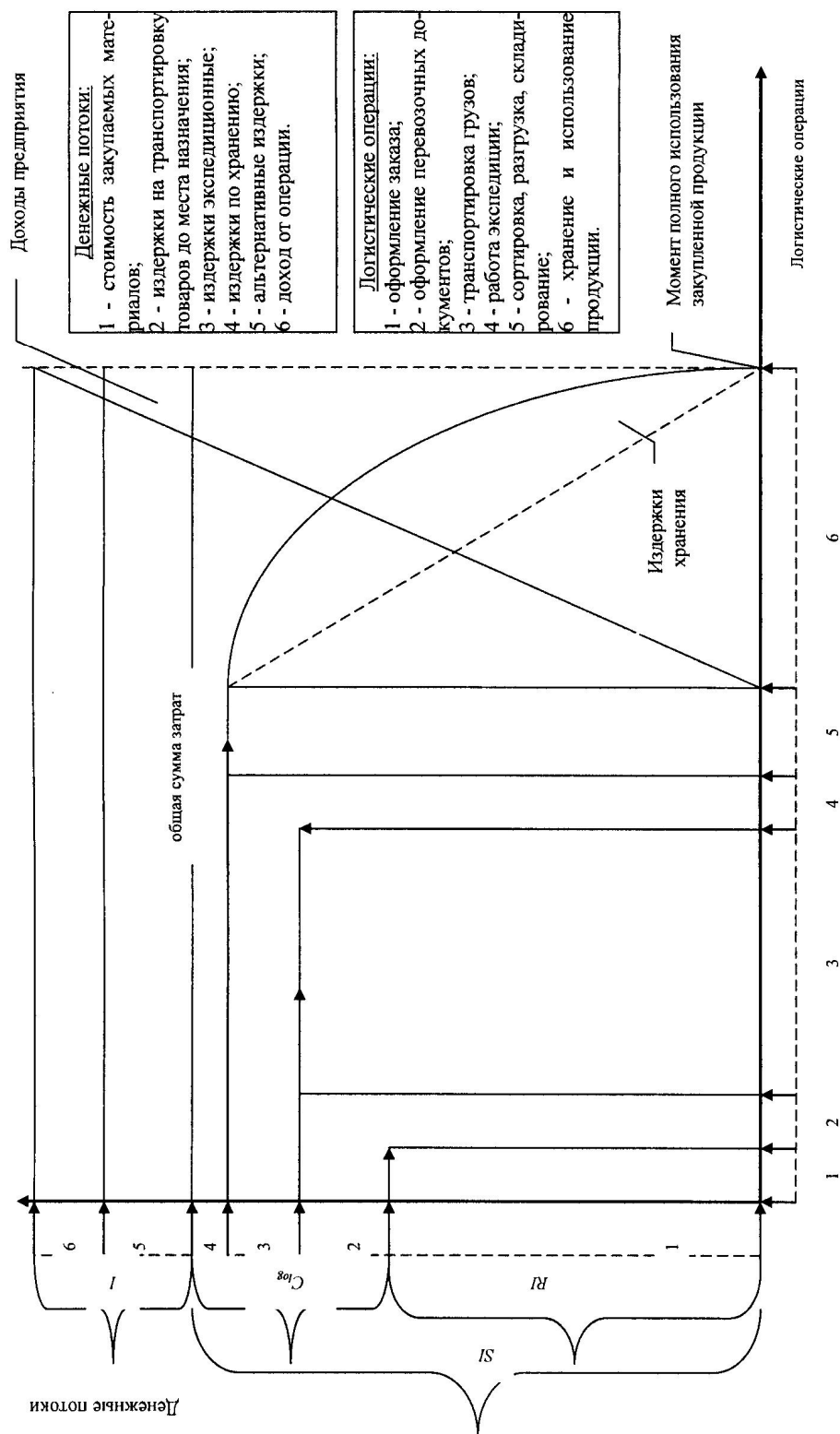


Рис. 1. Взаимосвязь перевозочного процесса и денежных потоков предприятия

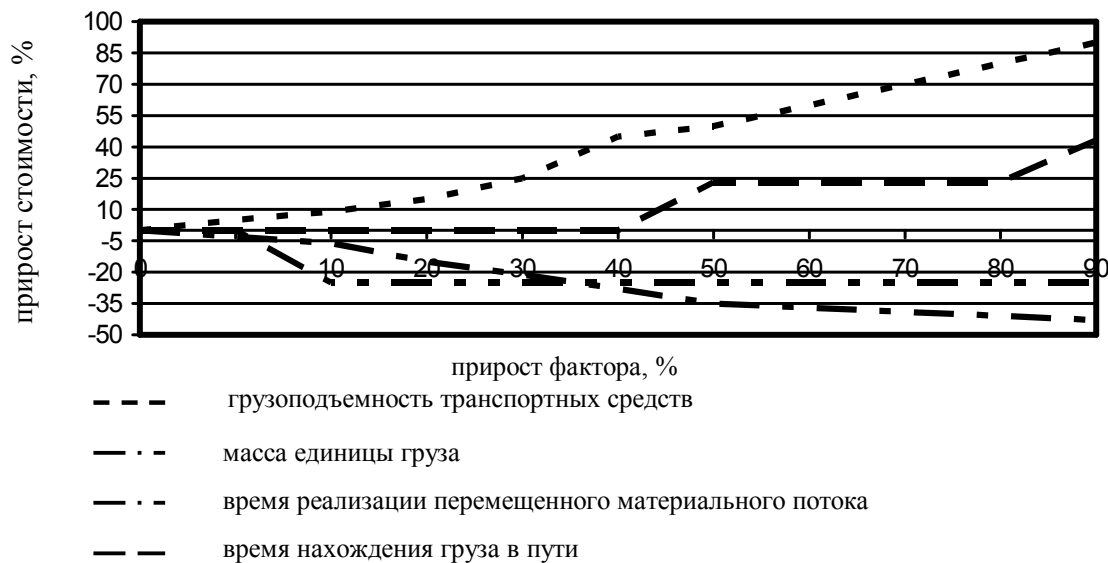


Рис. 2. Изменение стоимости материального потока (SI) под влиянием роста факторов – грузоподъемности, массы грузовой единицы, времени перемещения и срока потребления

Показатель количества рейсов, выполнение которых необходимо для полного удовлетворения объема спроса, используется для приведения суммы транспортных затрат в зависимости от вида транспорта, объема перевозок и скорости их доставки (время нахождения материального потока в пути). Дифференцируется в зависимости от объема реализации (V_{real}) и стоимости разовой поставки (RI):

- если объемы потребления (реализации) меньше либо равны стоимости разовой поставки ($V_{real} \leq RI$), то количество рейсов принимаем равной единице ($Z = 1$);
- если объемы потребления (реализации) больше стоимости разовой поставки ($V_{real} > RI$), тогда количество рейсов определяется по формуле:

$$Z = \text{ceil}\left(\frac{V_{real} \cdot f}{RI}\right). \quad (3)$$

Как видно из рис. 3 рост транспортных затрат обуславливается увеличением тарифа на анализируемую перевозку, при увеличении которого на 100 % транспортные затраты удвоятся.

Время нахождения материального потока в пути также оказывает корректирующее воздействие на величину дохода (I):

$$I = \frac{Q_p \cdot (T_{prg} - DIW)}{T_{prg}}, \quad (4)$$

где Q_p – объем реализации потенциальный;

T_{prg} – срок действия проекта.

Таким образом, к параметрам перевозочного процесса, взаимосвязь которых представлена на рис. 4, можно отнести следующие: стоимость материального потока; транспортные издержки; время, затрачиваемое на потребление перемещенного материального потока; ставка внутренней рентабельности; объем разовой поставки.

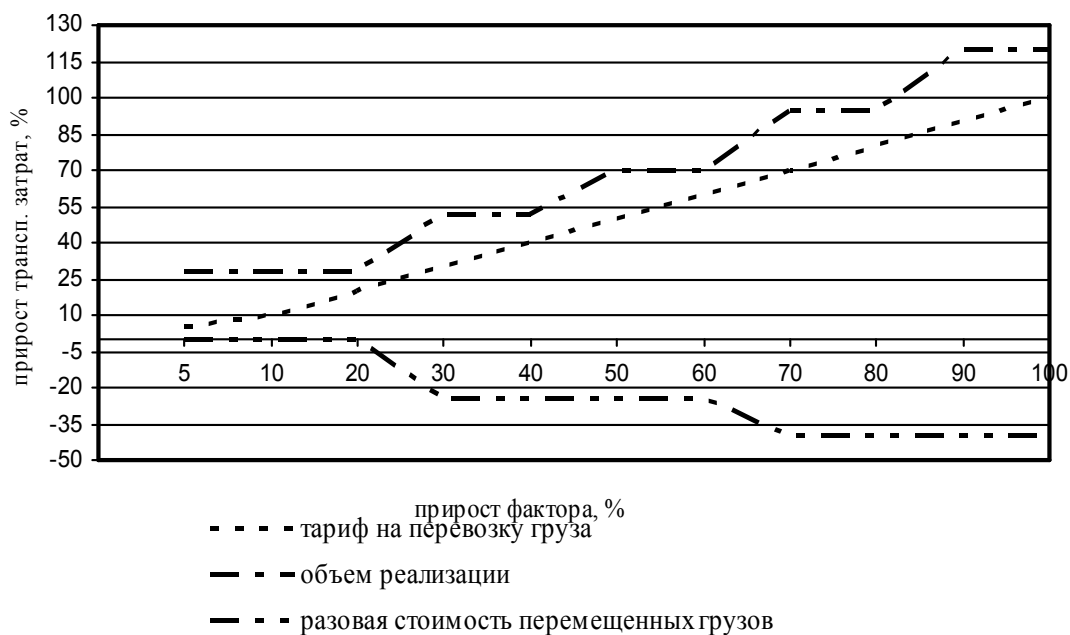


Рис. 3. Изменение транспортных затрат (C_{log}) под влиянием роста факторов – тарифов, объемов реализации и разовой стоимости груза



Рис. 4. Взаимосвязь параметров перевозочного процесса

Список литературы

1. Карсыбаев Е.Е., Карибжанов О.М., Нусупбекова Г.С., Жумабаев А.Б. Принятие решений

- при логистической системе управления перевозочным процессом в цепи поставок грузов // Материалы Второй междунар. науч.-практич. конф. «Транспорт Евразии: взгляд в XXI век». Т.5 (Ч.II). – Алматы, 2002. – С.15 – 23.
2. Новиков О.А., Уваров С.А. Коммерческая логистика: Учебное пособие. – СПб: СПбУЭиФ, 1995. – 110 с.
 3. Лаврова О.В. Логистические методы организации и планирования материальных потоков на машиностроительном предприятии: Автореф. дис. ... канд. эк. наук. – Саратов, 1974. – 179 с.
 4. Транспортное обеспечение коммерческой деятельности: Учеб. Пособие / Под ред. Г.Я.Резго. – М.: Финансы и статистика, 2005. – 128 с.
 5. Сатова Р.К., Шабанов А.Ш. Эффективность логистической деятельности на железнодорожном транспорте // Магистраль. – 2003. – №7. – С.96 – 100.
 6. Карсыбаев Е.Е. Значение и роль логистики в вопросах управления деятельностью предприятий транспорта // Поиск. – 2004. – №3(2). – С.22-25.
 7. Управленческое воздействие логистического менеджмента на параметры перевозочного процесса.
 8. Логистикалық менеджменттің тасымалдау жүрісінің көрсеткіштеріне басқару әсері.

Получено: 15.11.06.

УДК 621.01

Е.С. Темирбеков

ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, г. Астана

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ И ЖЕСТКОСТЬ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Для плоских рычажных механизмов (РМ) методика применения метода конечных стержневых элементов известна [1-3]. Однако для пространственных РМ стандартный подход не годится. Здесь изложен нестандартный подход в применении к жесткостному и силовому анализу пространственных РМ (ПРМ) методом конечных стержневых элементов (МКЭ).

Нестандартное отличие заключается в том, что в качестве неизвестных задачи МКЭ предлагается принять перемещения узлов не как принято традиционно - в глобальной системе координат (ГСК), а в локальных (ЛСК) узлов. Также - нестандартным подходом при моделировании кинематических пар (локальных граничных условий) – названным методикой «жестких» узлов.

Внешние силы, приложенные в узлах конечно-элементных моделей (КЭМ), также рассматриваются в ЛСК узлов.

Основная система уравнений МКЭ в ЛСК. Пусть $U_i = (u_1^i, \dots, u_6^i)^T$,

$\tilde{U}_i = (\tilde{u}_1^i, \dots, \tilde{u}_6^i)^T$, $F_i = (f_1^i, \dots, f_6^i)^T$, $\tilde{F}_i = (\tilde{f}_1^i, \dots, \tilde{f}_6^i)^T$, $(i=1, \dots, m)$ - векторы перемещений i -го узла и внешних сил, приложенных к i -му узлу, соответственно в ГСК OXYZ и в ЛСК $O_i\tilde{x}\tilde{y}\tilde{z}$ i -го узла, m - общее число узлов в КЭМ (рис. 1).

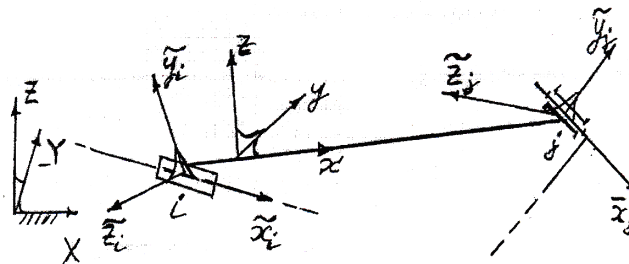


Рис. 1

Пусть

$$[T_i^o] = \begin{bmatrix} \cos(X, \tilde{x}_i) & \cos(X, \tilde{y}_i) & \cos(X, \tilde{z}_i) \\ \cos(Y, \tilde{x}_i) & \cos(Y, \tilde{y}_i) & \cos(Y, \tilde{z}_i) \\ \cos(Z, \tilde{x}_i) & \cos(Z, \tilde{y}_i) & \cos(Z, \tilde{z}_i) \end{bmatrix}$$

- матрица направляющих косинусов ЛСК $O_i\tilde{x}\tilde{y}\tilde{z}$ i -го узла относительно ГСК OXYZ.

Тогда для i -го узла справедливы следующие преобразования $U_i = [T_i]\tilde{U}_i$, $F_i = [T_i]\tilde{F}_i$, $\tilde{U}_i = [T_i]^T U_i$, $\tilde{F}_i = [T_i]^T F_i$, $i = 1, \dots, m$, где $[T_i]$ переводит узловые век-

торы из ЛСК i -го узла в ГСК и имеет вид: $[T_i] = \begin{bmatrix} T_i^o & O \\ O & T_i^o \end{bmatrix}$, $i = 1, \dots, m$.

Так как $[T_i^o]$ является матрицей вращения, то: $[T_i^o]^T = [T_i^o]^{-1}$, тогда $[T_i]$ также является ортогональной:

$$[T_i]^T [T_i] = [T_i][T_i]^T = [E], \text{ или } [T_i]^T = [T_i]^{-1}. \quad (1)$$

Пусть U - вектор перемещений всех узлов КЭМ и F - вектор внешних узловых сил, приложенных к системе, в ГСК OXYZ:

$$U = (U_1, U_2, \dots, U_m)^T = (u_1, u_2, \dots, u_N)^T, F = (F_1, F_2, \dots, F_m)^T = (f_1, f_2, \dots, f_N)^T, \quad (2)$$

где N - количество степеней свободы системы или неизвестных.

Аналогично в ЛСК узлов:

$$\tilde{U} = (\tilde{U}_1, \tilde{U}_2, \dots, \tilde{U}_m)^T = (\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \dots, \tilde{u}_N)^T, \tilde{F} = (\tilde{F}_1, \tilde{F}_2, \dots, \tilde{F}_m)^T = (\tilde{f}_1, \tilde{f}_2, \dots, \tilde{f}_N)^T, \quad (3)$$

подвекторами которых являются векторы перемещений и внешних сил отдельных узлов в соответствующих ЛСК.

Тогда (2) и (3) связаны следующим образом:

$$U = [T]\tilde{U}, F = [T]\tilde{F}, \tilde{U} = [T]^T U, \tilde{F} = [T]^T F, \quad (4)$$

где матрица преобразования $[T]$ имеет вид:

$$[T] = \begin{bmatrix} T_1 & O & \dots & O \\ O & T_2 & \dots & O \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ O & O & \dots & T_m \end{bmatrix}.$$

Покажем, что матрица $[T]$ является ортогональной.

$$[T]^T [T] = \begin{bmatrix} T_1^T & O & \dots & O \\ O & T_2^T & \dots & O \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ O & O & \dots & T_m^T \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} T_1 & O & \dots & O \\ O & T_2 & \dots & O \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ O & O & \dots & T_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1^T T_1 & O & \dots & O \\ O & T_2^T T_2 & \dots & O \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ O & O & \dots & T_m^T T_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & O & \dots & O \\ O & E & \dots & O \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ O & O & \dots & E \end{bmatrix} = [E]$$

Следовательно, для $[T]$ также выполняется свойство (1):

$$[T]^T [T] = [T][T]^T = [E], \text{ или } [T]^T = [T]^{-1}.$$

Основная система линейных уравнений МКЭ имеет вид:

$$[K]U = F. \quad (5)$$

Преобразуем уравнение (5) следующим образом:

$$[T]^T [K] U = [T]^T F.$$

Очевидно, оно эквивалентно уравнению:

$$[T]^T [K] [E] U = [T]^T F \quad \text{или} \quad [T]^T [K] [T][T]^T U = [T]^T F.$$

Используя (4), последнее выражение можем записать в виде:

$$[T]^T [K][T] \tilde{U} = \tilde{F}.$$

Обозначим $[\tilde{K}] = [T]^T [K][T]$ матрица жесткости системы КЭМ в ЛСК узлов.

Таким образом, (5) эквивалентно уравнению

$$[\tilde{K}] \tilde{U} = \tilde{F}, \quad (6)$$

которое является уравнением равновесия конструкции в ЛСК узлов, и вместо решения уравнения (5) нужно искать решение уравнения (6). Следовательно, предлагаемый подход рассмотрения основной системы МКЭ не в ГСК, а в ЛСК узлов является корректным.

Учет кинематических пар методикой «жестких» узлов. Обычно используется стандартный способ учета кинематических соединений. Он является апробированным подходом моделирования шарниров в МКЭ и пригоден для расчета стержневых систем с вращательными и поступательными парами с взаимно параллельными или перпендикулярными осями.

В работе [3] предложен другой способ моделирования шарнирных соединений в МКЭ, названный методикой «жестких» узлов. Основная идея заключается в том, что шарнирные узлы моделируются в виде комбинации двух или более жестких узлов, расположенных в одной точке и имеющих пять общих степеней свободы. При этом вводятся дополнительно новые неизвестные - в виде углов поворота торцевого сечения конечных стержневых элементов (КСЭ) относительно оси шарнира. Следовательно, порядок основной системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) равновесия МКЭ увеличится на число этих дополнительных неизвестных, но зато значительно упростится схема учета шарнирных соединений.

С точки зрения моделирования - основной идеей является включение уравнений (8) в СЛАУ МКЭ как независимых и ее решение, порядок которой таким образом увеличен на число КСЭ, примыкающих к шарнирам.

Кратко приведем основные моменты этого подхода. Кроме жестких и шарнирных узлов вводятся так называемые жесткошарнирные узлы. На рис. 2, а,б показаны примеры жестких узлов, 2, в, г – полных шарнирных узлов, а на рис. 2, д,е,ж,з - примеры жесткошарнирных узлов.

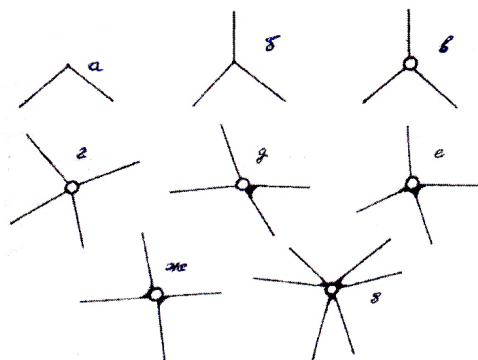


Рис. 2

Для таких узлов известные методы учета шарнирных соединений оказались на практике трудно применимыми. Например, в узле (рис. 2, ж) на концах элементов 1, 2 и 3, 4 соответственно возникают два разных по значению изгибающих момента и соответственно два угла поворота относительно оси вращения шарнира: общий угол поворота торцевых сечений жестко соединенных 1-го и 2-го КСЭ и общий угол поворота торцевых сечений 3-го и 4-го КСЭ. Узлы вида д,е,ж,з названы сложными шарнирами, и определено для них число степеней свободы W . Очевидно, в общем случае сложные шарниры представляют собой категорию узлов, в которых шарнирно соединяются n групп стержней, каждая из которых состоит из $k_i, i = 1, \dots, n$ жестко связанных КСЭ. Тогда все остальные виды узловых соединений являются частными случаями сложных шарниров. Очевидно, внутри каждой группы в торцевых сечениях КСЭ возникают одинаковые изгибающие моменты и одинаковые угловые повороты вокруг оси шарнира. Т.е. по шарнирной степени свободы (вращение вокруг оси шарнира) каждая жесткая группа имеет свои компоненты перемещения узла и вектора реакций. Остальные пять компонент этих векторов одинаковы для всех групп, т.к. по этим степеням свободы передаются реакции между всеми стержнями, входящими в узел.

Из данных рассуждений можем сделать вывод: любой шарнирный узел можно представить в виде комбинации нескольких жестких узлов, расположенных в одной точке и имеющих пять общих степеней свободы.

Число степеней свободы W сложного шарнира, соединяющего n жестких групп стержневых элементов:

$$W = 5 + n. \quad (7)$$

Учет дополнительных перемещений и усилий, возникающих в сложных узлах, естественно означает введение дополнительных неизвестных задачи. Остановимся на этом вопросе подробнее.

Если применить формулу (7) для узлов, в которые шарнирно входит хотя бы два одиночных стержня, то получим «лишние» степени свободы - повороты торцевых сечений стержней. Например, узел на рис. 2, д получит не 5, а 8 степеней свободы.

Обычно [2] в число неизвестных перемещений стержневой системы не вводятся углы поворота сечений стержней, примыкающих к шарнирным узлам, хотя эти угловые перемещения так же неизвестны, как и углы поворота жестких узлов. Во-первых, потому что это приведет к увеличению числа неизвестных и, следовательно, количества уравнений

равновесия. Во-вторых, потому что это перемещение является линейно зависимым от остальных компонент перемещений данного стержневого элемента:

$$f_l = k_{l1}\delta_1 + \dots + k_{ll}\delta_l + \dots + k_{l,12}\delta_{12} = 0, \quad (8)$$

где f_l - реакция по рассматриваемой l -й степени свободы, т.е. изгибающий момент, равный нулю;

k_{lj} - элементы l -й строки МЖ КСЭ;

δ_j - компоненты перемещений КСЭ.

Предлагаемый подход означает включение указанных углов поворота в число неизвестных перемещений вследствие введения «лишних» степеней свободы шарниров. При этом все узлы КЭМ конструкции считаются жесткими. Т.е., вместо исключения линейно зависимых уравнений из основной СЛАУ, эти «лишние» уравнения вводятся и решаются вместе со всеми уравнениями.

Моделирование кинематических пар ПРМ. Для моделирования пространственных кинематических пар применим метод жестких узлов, изложенный выше. Согласно этому методу, кинематическая пара 5-го класса представляется в виде комбинации двух или более жестких узлов, находящихся в одной точке и имеющих 5 общих степеней свободы.

В общем случае, для произвольной пространственной кинематической пары количество общих степеней свободы входящих в нее узлов, очевидно, равно числу накладываемых связей W' , т.е. классу кинематической пары. Будем рассматривать кинематические пары, для которых $3 \leq W' \leq 5$. Определим число степеней свободы W (в смысле МКЭ) кинематической пары, состоящей из k жестких узлов. Аналогично (7):

$$W = W' + k(6 - W'). \quad (9)$$

Тогда формулы для определения количества степеней свободы N всей конструкции ПМВК имеют вид:

$$N = 6n_{\text{ж}} + \sum_{i=1}^{n_{\text{ш}}} (6k_i - W'_i(k_i - 1)) - n_r, \quad (10)$$

где $n_{\text{ж}}$ - количество жестких узлов,

$n_{\text{ш}}$ - количество кинематических пар;

n_r - количество степеней свободы, по которым отсутствуют перемещения, т.е. наложены граничные условия;

$k_i (i = 1, \dots, n_{\text{ш}})$ - количество жестких узлов, входящих в i -ю кинематическую пару;

$W'_i (i = 1, \dots, n_{\text{ш}})$ - класс i -й кинематической пары.

Таким образом, при составлении КЭМ ПРМ любая кинематическая пара представляется в виде комбинации из k узлов, находящихся в одной точке и имеющих W' общих степеней свободы; где k - количество жестких групп стержневых элементов, соединенных в этом шарнире, а W' - класс кинематической пары. Для каждого положения ПРМ необходимо задать ориентацию всех кинематических пар с помощью углов α, β, γ между ЛСК, связанными с кинематическими осями и осями ГСК OX, OY, OZ соответственно.

Количество осей S кинематических пар зависит от вида пары: вращательная, поступательная и цилиндрическая имеют только одну ось S , совпадающую с направлением поступательного движения или с осью вращения элементов кинематической пары. Сферический шарнир не имеет ось, т.к. в нем отсутствуют изгибающие моменты относительно

любой оси. Сферический шарнир с «пальцем» имеет две шарнирные оси S_1 и S_2 , совпадающие с осью «пальца» и прямой, проходящей через центр шарнира перпендикулярно касательной к профилю направляющей прорези пальца.

Для каждого узла КЭМ ПРМ необходимо построить ЛСК $Oxyz$ с центром в этом узле. ЛСК одиночных узлов (т.е. не входящих в какой-либо шарнир) и узлов сферического шарнира можно выбрать произвольно ввиду произвольной ориентации степеней свободы данных узлов. Поэтому оси ЛСК таких узлов направим параллельно осям ГСК $OXYZ$. ЛСК узлов, образующих кинематические пары 4 и 5 класса с одной кинематической осью S , построим таким образом, чтобы ось Ox совпадала с осью S , а оси Oy и Oz направим произвольно, разумеется, чтобы тройка $Oxyz$ была правой прямоугольной. Для узлов сферического шарнира с пальцем ось Ox направим по оси пальца S_1 , а ось Oy - по оси S_2 , проходящей через центр шарнира перпендикулярно касательной к профилю направляющей прорези. Очевидно, узлы одного шарнира имеют одну общую ЛСК, поэтому термин «ЛСК шарнира» означает ЛСК входящих в него жестких узлов.

В таблице приведены виды кинематических пар, используемые в ПРМ, ориентация их ЛСК в пространстве, а также отсутствующие (нулевые) компоненты вектора реакций. Помимо координат шарнира и расположения шарнирных осей, для каждой кинематической пары необходимо указать шарнирные степени свободы. Т.е. для узлов каждого шарнира нужно задать информацию о том, какие степени свободы в ЛСК узлов являются общими, а какие шарнирными. Это осуществляется тем же способом, что и в методе жестких узлов. Отличие состоит лишь в том, что каждая строка матрицы ID задается не в ГСК, а в ЛСК соответствующего узла. Т.е. элементы i -й строки описывают перемещения и углы поворота i -го узла в его ЛСК.

Особенности МКЭ при силовом анализе ПМБК. Принцип построения МЖС и порядок вычисления МЖ КСЭ, изложенный в [1], остаются без изменений. Алгоритм силового расчета дополняется лишь процедурой преобразования МЖ КСЭ $[K_r^s]$, $s=1,...,n$ (n - количество стержневых элементов) из ГСК $OXYZ$ в ЛСК начального и конечного узлов КСЭ. Опишем эту процедуру более подробно. Вычисление МЖ s -го КСЭ $[K_n^s]$, $s=1,...,n$, производится по известным формулам [1] в ЛСК s -го КСЭ. Затем МЖЭ $[K_n^s]$ преобразовывается в МЖЭ $[K_r^s]$ в ГСК $OXYZ$. Пусть i, j - номера начального и конечного узла КСЭ s , $s=1,...,n$. В этих узлах имеем местные ЛСК $O_i x y z$ и $O_j x y z$ с матрицами направляющих косинусов $[T_i^o]$ и $[T_j^o]$ вида (2). Построим матрицу $[T^s]$ вида:

$$[T^s] = \begin{bmatrix} T_i & O \\ O & T_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_i^o & O & O & O \\ O & T_i^o & O & O \\ O & O & T_j^o & O \\ O & O & O & T_j^o \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Очевидно, $[T^s]$ является матрицей преобразования для КСЭ из ГСК в ЛСК узлов i и j .

Рассмотрим уравнение равновесия s -го КСЭ в ГСК:

$$[K_r^s] U^s = F^s, \quad (12)$$

где U^s и F^s - векторы перемещений и внешних усилий КСЭ s в ГСК:

$$\begin{aligned} U^S &= (U_i, U_j)^T = (u_1^i, \dots, u_6^i, u_1^j, \dots, u_6^j)^T, \\ F^S &= (F_i, F_j)^T = (f_1^i, \dots, f_6^i, f_1^j, \dots, f_6^j)^T. \end{aligned} \quad (13)$$

$[T^S]$ является ортогональной, поэтому для (12) можно произвести аналогичные (5), (6) преобразования, в результате которых получим уравнение равновесия s -го элемента:

$$[\tilde{K}^s] \tilde{U}^s = \tilde{F}^s \quad (14)$$

в местных системах координат i -го и j -го узлов, где

$$[\tilde{K}^s] = [T^s]^T [K_r^s] [T^s] \quad (15)$$

- МЖ s -го КСЭ в ЛСК i -го и j -го узлов.

Таким образом, перевод МЖ КСЭ $[K_r^s]$, $s=1, \dots, n$, в ЛСК узлов производится по формуле (15).

Построение МЖ КЭМ $[\tilde{K}]$ из полученных МЖ КСЭ $[\tilde{K}^s]$ выполняется известным способом [1]. Процедура решения системы уравнений равновесия также не меняется.

Небольшое дополнение вносится на этапе вычисления усилий в КСЭ. После решения основной системы уравнений и определения узловых перемещений \tilde{U} необходимо для каждого s -го КСЭ выполнить преобразование вектора перемещений \tilde{U}^s КСЭ из ЛСК узлов в ГСК:

$$U^s = [T^s] \tilde{U}^s. \quad (16)$$

Таким образом, алгоритм силового расчета ПРМ МКЭ отличается от стандартного алгоритма наличием следующих дополнительных процедур:

1. Ввод дополнительной информации об ориентации ЛСК узлов кинематических пар: углов α, β и γ между кинематической осью S и осями OX, OY и OZ ГСК.
2. Вычисление матриц направляющих косинусов ЛСК узлов.
3. Преобразование МЖ КСЭ перед адресацией в МЖ системы.
4. Преобразование векторов перемещений КСЭ согласно (16) после решения основного СЛАУ равновесия.

№	Название кин. пары	Условное обозначение	Нулевые усилия	Направления осей ЛСК Oxy
1	Вращательная 5 класс		M_x	Ox – вдоль оси вращения Oy – перпендикулярно Ox Oz – перпендикулярно плоскости Oxy
2	Поступательная 5 класс		N_x	Ox – вдоль направления движения ползуна Oy – перпендикулярно Ox Oz – перпендикулярно плоскости Oxy
3	Цилиндрическая 4 класс		N_x M_x	Ox – вдоль оси вращения Oy – перпендикулярно Ox Oz – перпендикулярно плоскости Oxy
4	Сферическая с пальцем 4 класс		M_x M_y	Ox – вдоль оси пальца Oy – перпендикулярно плоскости прорези Oz – перпендикулярно плоскости Oxy
5	Сферическая 3-класс		M_x M_y M_z	Ox – произвольно Oy – перпендикулярно Ox Oz – перпендикулярно плоскости Oxy

Показана эквивалентность рассмотрения основной разрешающей системы МКЭ в ГСК и ЛСК узлов. Эквивалентность рассмотрения основной разрешающей системы МКЭ в ГСК и ЛСК узлов позволила разработать методику анализа конструкций ПРМ с учетом упругости и особенностей кинематических пар для определения всех компонент реакций и реактивных моментов в кинематических парах различного класса ПРМ. МКЭ также позволил на уровне методики решить задачу анализа жесткости конструкций ПРМ с учетом упругости звеньев, как промежуточный этап при получении компонент реакций и реактивных моментов.

Список литературы

1. Шапошников Н.Н. и др. Расчет машиностроительных конструкций на прочность и жесткость. – М.:Машиностроение, 1991. – 333с.
2. Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов / Под ред. А.Ф.Смирнова. – М.: Стройиздат, 1992 – 448с.
3. Темирбеков Е.С. Кинематическое и силовое исследования механизмов высоких классов с учетом упругости звеньев: Дис.... д-ра техн. наук. – Алматы, 1996.

Получено 21.11.06.