



УДК 631.3

**Д.К. Абулхаиров**

ДГП «ЦелинНИИМЭСХ», г. Алматы

**УСЛОВИЕ РАБОТОСПОСОБНОСТИ УБОРОЧНО-ТРАНСПОРТНОГО  
АГРЕГАТА НА ЗАГОТОВКЕ СЕНА**

Одной из актуальных проблем для северных регионов Казахстана является своевременное и качественное проведение операций заготовки сена. Однако машины, применяемые для этих операций, не обеспечивают своевременность и качество выполнения заготовительных работ.

Так, агротехнически обоснованные сроки заготовки трав на сено составляют 10-12 дней. Однако её действительная продолжительность, в связи с недостаточными темпами работ, составляет от 30 до 90 дней, т.е. до начала уборки зерновых культур. Затягивание сроков уборки отрицательно сказывается на качестве заготовленного сена.

Для получения качественного прессованного тюка или рулона необходима влажность прессуемой массы в пределах 18-22 %. Сухой и жаркий климат, характерный для зоны в период скашивания травостоя (июнь), способствует быстрому высыханию сена в валках до влажности 14-16 %. Кроме того, процесс прессования связан с дополнительными затратами труда и топлива и сдерживает темп сенозаготовок, что в условиях сжатых сроков способствует снижению качества сена из-за перестоя травостоя. Низкая урожайность трав способствует образованию валка с малой погонной массой, что не обеспечивает рациональной загрузки пресс-подборщиков и приводит к значительным переездам.

Предлагаемый заводом «Сызрансельмаш» (Россия) подборщик-полуприцеп ТП-Ф-45 является универсальной машиной и предназначен для подбора сена, соломы, подвяленной травы влажностью до 45 % с измельчением или без него, транспортирования и механизированной выгрузки или раздаче на ферме, а также для перевозки силоса. В целом ТП-Ф-45 производит подбор и погрузку сена в стогообразующую емкость и обеспечивает удовлетворительное качество работы на длинностебельной массе (костер, пырей, донник), однако неудовлетворительно выполняет технологический процесс на короткостебельной массе (житняк), преимущественно распространенный в Казахстане.

Кроме того, ТП-Ф-45 имеет низкую производительность при подборе и транспортировке сена к местам постоянного хранения на 10-20 км, что характерно для зоны, а также высокую цену реализации на заводе-изготовителе и поэтому не нашел широкого применения в хозяйствах Северного Казахстана.

Общепризнанной и используемой до настоящего времени в хозяйствах зоны для рассыпного сена остается технология, основанная на использовании зерноуборочных комбайнов. Для сбора и погрузки сена из валков в транспортные тележки 2ПТС-4-887 применяют переоборудованные зерноуборочные комбайны с пневматическим транспортером.

Недостатками пневмоподборщиков типа «Ветерок» являются: высокие энергозатраты на выполнение технологического процесса, так как движение массы по воздухопроводу осуществляется только после создания необходимого сопротивления в последнем, а это про-

исходит после полного перекрытия собранной массой сечения воздуховода, поэтому масса сена подается в сборочную емкость пульсирующим потоком, вследствие чего до 60 % мощности двигателя затрачивается на вращение вентилятора, работающего в холостом режиме; высокая металлоемкость агрегата из-за большой массы комбайна; высокий расход топлива на тонну собранного сена, низкая техническая надежность агрегата из-за высокой наработки узлов списанного комбайна; отсутствие единого конструктивного исполнения. Кроме этого, трудности с поставками запасных частей для ремонта существующего парка сузили базу для переоборудования комбайнов в подборщики-погрузчики сена. Подборщик имеет производительность 6 т в час сменного времени и пропускную способность от 3 до 5 кг/с.

Вместе с тем, для обеспечения своевременности проведения заготовительных операций необходима пропускная способность машин на подборе валка 6,5-7,0 кг/с, так как образованный в условиях северных регионов валок при урожайности (до 3 т/га) сеяных трав в большинстве случаев имеет линейную плотность 1-3 кг/м, предопределяемую длительностью полевой сушки, с одной стороны, и высокими затратами на неэффективное при такой урожайности ворошение и оборачивание валка, с другой стороны.

Анализ принятых технологий и используемых при этом технических средств уборки сеносоломистого материала показывает, что процесс предусматривает следующие взаимовязанные операции: кошение и укладка травы в валки, сушка травы в валках, подбор сена, погрузка в сборочную емкость, формирование копен (стогов) в емкости, транспортировка к местам хранения.

Первая операция (кошение и укладка в валки) выполняется, как правило, самостоятельно. Последующие - с определенным отрывом во времени. При этом они осуществляются порознь или путем совмещения не более двух операций в одну. Например: подбор валка сеносоломистого материала и погрузка в емкость.

Из литературы явствует, что совмещение операций является выгодным с точки зрения сокращения сроков заготовки корма.

По нашему мнению в этом плане не все возможности были исчерпаны. Попытки сокращения сроков уборки путем совмещения трех и более операций в одну пока не дало должного эффекта.

Например: предложенная конструкция подборщика-стогообразователя СПТ-60 оказалась недостаточно работоспособной, т.к. применяемый способ ударного воздействия на массу при ее подаче в емкость приводил к чрезмерному измельчению и потерям сена, несогласованность скорости подачи массы с подборщика и числа оборотов ротора швырялки часто забивал воздухопровод.

Нами рассматривается технология механизированной заготовки сеносоломистого материала, основанная на совмещении операций, начиная с подбора валка до выгрузки сформированных стогов (1). При этом особое внимание обращается на увязку и четкость выполнения отдельных операций, обусловленных правильным выбором величины параметров рабочих органов исполнительных механизмов.

Общая схема агрегата, совмещающего операции заготовки сеносоломистого материала, приведена на рис. 1. Агрегат, состоящий из подборщика 1, погрузчика 2, сборочной емкости 3 во время работы движется по валку с переносной скоростью  $V_e$ . Провяленный в валках сеносоломистый материал подбирается и со скоростью  $V_n$  подается в

приемную камеру погрузчика 2. На входе погрузчика 2 создается перемещение материала со скоростью  $v_2$ , а на выходе она имеет скорость  $v_1$ .

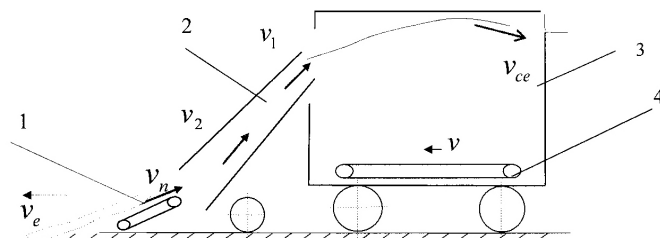


Рисунок 1 – Общая схема уборочно-транспортного агрегата

Основным условием взаимосвязи подборщика и погрузчика является:

$$\left. \begin{array}{l} v_n > v_e \\ v_2 > v_n \\ v_1 > v_2 \end{array} \right\}. \quad (1)$$

Сеносоломистый материал выбрасывается в сборочную емкость со скоростью  $v_1$ .

Если скорость  $v_1$  на выходе из погрузчика незначительна, то, очевидно, выбрасываемый материал будет скапливаться в передней части емкости, перегружая эту зону. Это не способствует равномерности размещения растительной массы в емкости.

Исходя из этого, необходимым условием работоспособности агрегата является создание и поддержание на выходе из погрузчика скорости воздушного потока, способной обеспечивать дальность выбрасывания материала, которая бы соответствовала длине сборочной емкости:

$$v_1 > v_{ce}. \quad (2)$$

В нижней части емкости имеется уплотняющее устройство 4. За счет соответствующей скорости  $v$  оно перемещает с уплотнением сеносоломистый материал нижних слоев. При этом должно сохраняться соотношение скоростей

$$v > v_e. \quad (3)$$

Таким образом, в процессе уборки сеносоломистой массы с поверхности поля предусматривается последовательное участие в одном агрегате трех основных машин - подборщика, погрузчика, стогообразующей емкости (2). От их параметров и взаимодействия зависят устойчивость протекания технологического процесса, производительность и затраты мощности на подбор, погрузку и формирование стога сена.

На основании вышеизложенного сделаем вывод: для полного обоснования технологической схемы (рис. 1) предусматривается подробный анализ теории и практики применения отдельных элементов агрегата. Об этом будет напечатано в других публикациях.

#### Список литературы

1. Абулхаиров Д.К. Сравнительная оценка схем подборщиков-погрузчиков рассыпного сена / Д.К. Абулхаиров, А.И. Дерепаскин // Состояние, проблемы и перспективы развития механизации сельского хозяйства и машиностроения для АПК: Материалы междунар. науч.-практ. конф., посвященной году России в Казахстане. - Кн. 1. - Алматы: РГП «НПЦ МСХ», 2004.
2. Предпатент НПВ РК №16517 от 27.09.2005. Пневмотранспортное устройство для сеносо-

ломистых материалов.

Получено 04.09.07.

УДК 532.542

**Ш.С. Аманжолова**

ВКГТУ им. Д. Серикбаева, г. Усть-Каменогорск

#### ЭЛЕМЕНТЫ РАСЧЕТА НА УСТОЙЧИВОСТЬ К ОПРОКИДЫВАНИЮ РЕЗЕРВУАРА С ЖИДКИМ НАПОЛНЕНИЕМ

Исследования на безопасность транспортировки жидких грузов непременно включают в себя гидродинамические расчеты резервуаров с жидким наполнением. Исследование резервуаров с жидким наполнением для целого ряда случаев оказывается возможным, если предположить, что заполняющая жидкость идеальная. Это благоприятное обстоятельство значительно упрощает вывод расчетных формул для таких воздействий, как резкое торможение транспорта, объезд препятствий по пути следования и т.д.

Предполагается, что резервуары жесткие (не деформируются). Это предположение обосновывается тем, что жесткость резервуара в горизонтальном направлении велика и вибрации стенки будут весьма высокочастотными (по сравнению с первой формой колебаний жидкости в резервуаре) с малой амплитудой, поэтому при подсчете инерционных характеристик жидкости вибрацией корпуса резервуара можно пренебречь.

При расчетах на устойчивость к опрокидыванию автомобиля с жидким грузом на борту вполне достаточно учитывать волну первой формы при колебаниях жидкости внутри цистерны, в которую она заключена, так как по результатам экспериментальных данных на долю всех остальных форм поверхностных волн приходится примерно 2 % от полного значения гидродинамического давления (или результирующей гидродинамических сил, или полной амплитуды волны на поверхности) [3].

Определение сил воздействия жидкости на твердое тело сводится к вычислению главного вектора и главного момента сил давлений жидкости на стенки резервуара [4].

$$\bar{R} = \int_{\Sigma} p \bar{n} d\Sigma = \int_{\tau} q r \bar{a} dp d\tau; \quad \bar{M} = \int_{\Sigma} r \times p \bar{n} d\Sigma = \int_{\tau} r \times q r \bar{a} dp d\tau,$$

где  $\bar{R}$  и  $\bar{M}$  - главный вектор и главный момент относительно некоторой точки О твердого тела сил давления  $\bar{\delta}$  жидкости на стенки резервуара,  $\tau$  - объем, занимаемый жидкостью в данный момент времени,  $\Sigma$  - смоченная поверхность стенки сосуда,  $\bar{n}$  - внешняя нормаль к поверхности, ограничивающей объем  $\tau$ .

Рассмотрим случай, когда цистерна на грузовом транспорте, имеющая форму прямоугольного параллелепипеда, частично заполнена идеальной несжимаемой тяжелой жидкостью. Длины ребер параллелепипеда обозначим через  $a$ ,  $2l$  и  $b$ .

Выберем неподвижную систему координат  $O_1x_1y_1z_1$  (рис. 1) таким образом, чтобы в начальный момент движения плоскость  $O_1x_1y_1$  совпадала с невозмущенной свободной поверхностью жидкости, а оси  $x_1$ ,  $y_1$ ,  $z_1$  были соответственно параллельны ребрам  $2l$ ,  $b$  и  $a$ .

Обозначим через  $\rho$  плотность жидкости,  $\tau$  - объем области, занятой жидкостью в

данный момент времени,  $\Sigma$  - часть поверхности сосуда, смачиваемую жидкостью,  $S$  – свободную поверхность жидкости в невозмущенном состоянии.

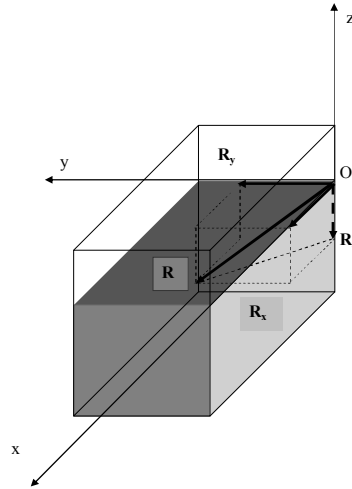


Рисунок 1 – Действие главного вектора гидродинамических сил давления жидкости на стенки подвижного в горизонтальной плоскости резервуара

При такой постановке задачи потенциал  $\varphi(x, y, z, t)$  собственных колебаний жидкости в конечном виде выражается следующим соотношением [1]:

$$\varphi(x, y, z, t) = \frac{2}{b\ell} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f'_{k,n} \cdot \cos \frac{k\pi}{2\ell} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y}{ch \left( \pi h \sqrt{\frac{k^2}{4\ell^2} + \frac{n^2}{b^2}} \right)} \cdot ch \left[ \pi \sqrt{\frac{k^2}{4\ell^2} + \frac{n^2}{b^2}} (z + h) \right]. \quad (1)$$

Как известно, потенциал Жуковского  $\Psi$  зависит лишь от формы сосуда и никакие виды движения полости, в которую заключена жидкость, не могут его изменить. Для рассматриваемой задачи он будет иметь следующий вид [1]:

$$\Psi = \Psi_1 - xy = \frac{4}{\pi^2} \cdot \sum_{l=0}^{\infty} \left[ \frac{2}{\pi(2l+1)^3} + \frac{(-1)^l}{(2l+1)^2} \right] \times \\ \times \left[ \frac{b^2 ch \frac{(2k+1)\pi}{b} (x-2\ell) \cdot \cos \frac{(2k+1)\pi}{b} y}{sh \frac{(2k+1)\pi}{b} 2\ell} - \frac{4\ell^2 \cdot ch \frac{(2k+1)\pi}{2\ell} y \cdot \cos \frac{(2k+1)\pi}{2\ell} x}{sh \frac{(2k+1)\pi}{2\ell} b} - xy \right]. \quad (2)$$

Гидродинамическое давление  $p$  в любой точке объема, занятого жидкостью, при малых скоростях колебаний для идеальной жидкости, частично заполняющей полость в форме прямоугольного параллелепипеда, будет иметь вид

$$p = -\rho \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \rho g z = -\rho \dot{\omega} \cdot \Psi - \rho \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\ddot{q}_{k,n}}{\lambda_{k,n}} \cdot \varphi_{k,n} - \rho g z. \quad (3)$$

При исследовании влияния движения жидкости относительно стенок сосуда, в который эта жидкость заключена, на движение самого сосуда определяются главным образом составляющие главного вектора гидродинамических сил давления жидкости. Определим

главный вектор сил давлений жидкости на стенки резервуара  $R$  по уже известной формуле

$$\bar{R} = \int_{\tau} grad p d\tau, \quad (4)$$

его проекции на оси  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ , жестко связанные с корпусом автомобиля, обозначим соответственно через  $R_x$ ,  $R_y$ ,  $R_z$  и выразим следующим образом:

$$R_x = \int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} \frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz = -\rho \dot{\omega} \int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} \frac{\partial \Psi}{\partial x} dx dy dz - \rho \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\ddot{q}_{k,n}}{\lambda_{k,n}} \int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} \frac{\partial \varphi_{k,n}}{\partial x} dx dy dz; \quad (5)$$

$$R_y = \int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} \frac{\partial p}{\partial y} dx dy dz = -\rho \dot{\omega} \int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} \frac{\partial \Psi}{\partial y} dx dy dz - \rho \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\ddot{q}_{k,n}}{\lambda_{k,n}} \int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} \frac{\partial \varphi_{k,n}}{\partial y} dx dy dz; \quad (6)$$

$$R_z = \int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} \frac{\partial p}{\partial z} dx dy dz = -\rho \dot{\omega} \int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} \frac{\partial \Psi}{\partial z} dx dy dz - \rho \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\ddot{q}_{k,n}}{\lambda_{k,n}} \int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} \frac{\partial \varphi_{k,n}}{\partial z} dx dy dz - mg, \quad (7)$$

где  $m = \rho 2\ell b h$  - масса налитой в резервуар жидкости.

Подставив выражения для потенциала Жуковского (2) в формулы для определения составляющих главного вектора гидродинамических сил, будем иметь объемные интегралы от специальных функций. Найдем частные производные от потенциала Жуковского по координатам  $x$ ,  $y$ ,  $z$  и подставим их в соответствующие интегралы. В результате вычислений полученных соотношений в соответствии со свойствами специальных интегралов получаем в приближении следующие значения:

$$\int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} \frac{\partial \Psi}{\partial x} dx dy dz = \frac{64\ell^2 h}{\pi^3} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left[ \frac{2}{\pi(2k+1)^4} + \frac{(-1)^k}{(2k+1)^3} \right] - \ell b^3 h \approx 9,5\ell^2 h - \ell b^2 h; \quad (8)$$

$$\int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} \frac{\partial \Psi}{\partial y} dx dy dz = -\frac{8b^2 h}{\pi^3} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left[ \frac{2}{\pi(2k+1)^4} + \frac{(-1)^k}{(2k+1)^3} \right] - 4\ell^2 b h \approx -0,66b^2 h - 4\ell^2 b h; \quad (9)$$

$$\int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} \frac{\partial \Psi}{\partial z} dx dy dz = 0. \quad (10)$$

Как видно по результатам вычислений, интегрирование по объёму от частных производных от потенциала Жуковского по вертикальной координате  $z$  дает нулевой результат. Это объясняется тем, что в вертикальном направлении жидкость испытывает лишь действие сил тяжести самой жидкости и поэтому возмущений в этом направлении нет.

Вычислив частные производные от потенциала собственных колебаний жидкости  $\varphi_{k,n}(x,y,z,t)$  по координатам  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , подставляем их в соответствующие интегралы. Пределав соответствующие преобразования в ходе вычисления интегралов от специальных функций, получаем следующие результаты:

$$\begin{aligned} \int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} \frac{\partial \varphi_{k,n}}{\partial x} dx dy dz &= -\frac{2}{b\ell ch \left[ \pi h \sqrt{\frac{k^2}{4\ell^2} + \frac{n^2}{b^2}} \right]} \times \\ &\times \int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} \frac{k\pi}{2\ell} \cdot \sin \frac{k\pi}{2\ell} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y \cdot ch \left[ \pi \sqrt{\frac{k^2}{4\ell^2} + \frac{n^2}{b^2}} (z+h)^2 \right] dx dy dz = \\ &= \frac{4th \left( \pi h \sqrt{\frac{k^2}{4\ell^2} + \frac{n^2}{b^2}} \right)}{\ell \pi \sqrt{\frac{k^2}{4\ell^2} + \frac{n^2}{b^2}}} = \frac{8th \left[ \frac{\pi h(2k+1)}{2\ell} \right]}{\pi(2k+1)}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} \frac{\partial \varphi_{k,n}}{\partial y} dx dy dz &= -\frac{2}{\ell b ch \left[ \pi h \sqrt{\frac{k^2}{4\ell^2} + \frac{n^2}{b^2}} \right]} \times \\ &\times \int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} \frac{n\pi}{b} \cdot \cos \frac{k\pi}{4\ell} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y \cdot ch \left[ \pi \sqrt{\frac{k^2}{4\ell^2} + \frac{n^2}{b^2}} (z+h)^2 \right] \cdot dx dy dz = \\ &= \frac{8th \left( \pi h \sqrt{\frac{k^2}{4\ell^2} + \frac{n^2}{b^2}} \right)}{b \pi \sqrt{\frac{k^2}{4\ell^2} + \frac{n^2}{b^2}}} = \frac{8th \left[ \frac{\pi h(2n+1)}{b} \right]}{\pi(2n+1)}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\int_{-p}^0 \int_0^u \int_0^{2\ell} \frac{\partial \varphi_{k,n}}{\partial z} dx dy dz = 0. \quad (13)$$

Аналогично потенциалу Жуковского объёмный интеграл от частных производных потенциала собственных колебаний по вертикальной координате  $z$  тоже дает нулевые результаты.

Подставив вычисленные значения интегралов в выражения для составляющих главного вектора (5) – (7), получим окончательные выражения для главного вектора сил давлений жидкости на стенки сосуда:

$$R_x = -\left( 9,5 \frac{\ell}{b} - b \right) \frac{m}{2} \dot{\omega} - \frac{8m}{\pi^2 b h} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\ddot{q}_{2k+1,0}}{(2k+1)^2}, \quad (14)$$

$$R_y = \left( 0,17 \frac{b}{\ell} - \ell \right) 2m \dot{\omega} - \frac{4m}{\pi^2 \ell h} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\ddot{q}_{0,2n+1}}{(2n+1)^2}, \quad (15)$$

$$R_z = -mg. \quad (16)$$

При определении продольных и поперечных гидродинамических сил учитываются только члены с нечетным индексом при соответствующих главных амплитудах колеба-

ний:  $\ddot{q}_{2k+1,0}, \ddot{q}_{0,2n+1}$ .

Главные колебания делятся на два типа: четные и нечетные. Первый тип колебаний характеризуется тем, что свободная поверхность жидкости представляет собой пространственную волну, симметричную относительно вертикальной прямой, проходящей через точку  $x = \ell, y = \frac{b}{2}$ . Это волны четных индексов  $k$  и  $n$ . Они не перемещают центра тяжести жидкости в горизонтальном направлении. Никакими горизонтальными перемещениями сосуда нельзя вызвать на поверхности жидкости волны этого типа. В свою очередь, волны этого типа, возникшие вследствие каких-либо причин на поверхности жидкости, налитой в сосуд, не могут оказать никакого влияния на характер движения резервуара в горизонтальном направлении. Волны нечетных индексов смещают центр тяжести жидкости в горизонтальном направлении, и связанное с ними движение жидкости влияет на характер движения сосуда.

#### Список литературы

1. Аманжолова Ш.С. Задача о собственных колебаниях жидкости в полости, имеющей форму прямоугольного параллелепипеда // Вестник ВКГТУ. – 2006. – № 2, Усть-Каменогорск, 2006. – С.60-66.
2. Аманжолова Ш.С. Вынужденные колебания жидкости в резервуаре, имеющем форму параллелепипеда // Вестник ВКГТУ. – 2006. – № 3. – Усть-Каменогорск, 2006. – С.55-61.
3. Микишев Г.Н. Экспериментальные методы в динамике космических аппаратов. – М.: Машиностроение, 1978. – 248 с.
4. Моисеев Н.Н. Динамика тела с полостями, содержащими жидкость / Н.Н. Моисеев, В.В. Румянцев. – М.: Наука, 1965. – 439 с.
5. Справочник по специальным функциям / Под ред. Абрамовича М., Стриган И. – М.: Наука, 1979. – 830 с.
6. Численные методы в механике жидкости. – М.: Мир, 1973. – 304 с.
7. Янке Е. Специальные функции / Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Лёш. – М.: Наука, 1977. – 342 с.

Получено 16.07.07

УДК 532.542

**Ш.С. Аманжолова**

ВКГТУ им. Д. Серикбаева, г. Усть-Каменогорск

#### О ВЛИЯНИИ ГЛАВНОГО МОМЕНТА СИЛ ДАВЛЕНИЯ ЖИДКОСТИ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ЁМКОСТИ

Основными показателями безопасной транспортировки ёмкостей с жидким наполнением являются устойчивость движения транспортного средства и его устойчивость к опрокидыванию при различных манёврах. А основными характеристиками влияния движения жидкого груза относительно стенок подвижного резервуара, в который эта жидкость заключена, на устойчивость к опрокидыванию самого резервуара являются составляющие главного момента гидродинамических сил относительно центра приведения.

Определим главный момент гидродинамических сил давления жидкости на стенки ёмкости в форме прямоугольного параллелепипеда, частично заполненной идеальной однородной несжимаемой тяжелой жидкостью, движущейся по горизонтальной плоскости.

Главный момент сил давлений жидкости на стенки сосуда относительно некоторой



точки  $O$  полости определяется формулой [4]:

$$\bar{L}_0 = \int_{\tau} \bar{r} \cdot \text{grad} p \cdot d\tau, \quad (1)$$

где  $p$  - давление частицы жидкости;  $\tau$  – объём, занимаемый жидкостью в данный момент времени.

Введем координатные оси  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ , жестко связанные с корпусом резервуара. Плоскость  $Oxy$  совместим с невозмущенной свободной поверхностью жидкости (рис.1). Определим проекции на эти координатные оси главного момента гидродинамических сил давления жидкости на стенки сосуда.

Тогда составляющие главного момента сил давления жидкости  $L_x$ ,  $L_y$ ,  $L_z$  выражаются следующим образом:

$$L_x = \int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} \left( y \frac{\partial p}{\partial z} - z \frac{\partial p}{\partial y} \right) dx dy dz = -\rho \dot{\omega} \int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} \left( y \frac{\partial \Psi}{\partial z} - z \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right) dx dy dz - \\ - \rho \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\ddot{q}_{k,n}}{\lambda_{k,n}} \int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} \left( y \frac{\partial \varphi_{k,n}}{\partial z} - z \frac{\partial \varphi_{k,n}}{\partial y} \right) dx dy dz - \rho g \int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} y dx dy dz; \quad (2)$$

$$L_y = \int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} \left( z \frac{\partial p}{\partial x} - x \frac{\partial p}{\partial z} \right) dx dy dz = -\rho \dot{\omega} \int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} \left( z \frac{\partial \Psi}{\partial bx} - x \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right) dx dy dz - \\ - \rho \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\ddot{q}_{k,n}}{\lambda_{k,n}} \left( z \frac{\partial \varphi_{k,n}}{\partial x} - x \frac{\partial \varphi_{k,n}}{\partial z} \right) dx dy dz + \rho g \int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} x dx dy dz; \quad (3)$$

$$L_z = \int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} \left( x \frac{\partial p}{\partial y} - y \frac{\partial p}{\partial x} \right) dx dy dz = -\rho \dot{\omega} \int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} \left( x \frac{\partial \Psi}{\partial y} - y \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) dx dy dz - \\ - \rho \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\ddot{q}_{k,n}}{\lambda_{k,n}} \left( x \frac{\partial \varphi_{k,n}}{\partial y} - y \frac{\partial \varphi_{k,n}}{\partial x} \right) dx dy dz. \quad (4)$$

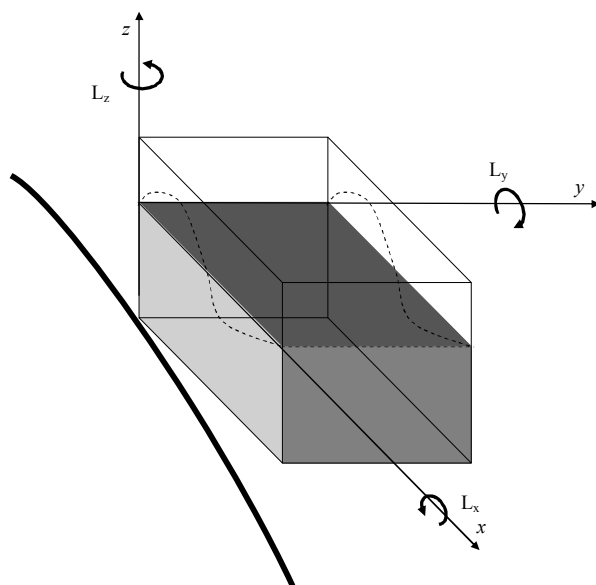


Рисунок 1 - Схематическое представление действия составляющих главного момента гидродинамических сил давления жидкости на стенки резервуара

Давление жидкости внутри жидкого объёма выражается формулой

$$p = -\rho \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \rho g z = -\rho \dot{\omega} \cdot \Psi - \rho \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\ddot{q}_{k,n}}{\lambda_{k,n}} \cdot \varphi_{k,n} - \rho g z, \quad (5)$$

где  $\varphi$  - потенциал собственных колебаний жидкости [1]:

$$\varphi(x, y, z, t) = \frac{2}{b\ell} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f'_{k,n} \cdot \cos \frac{k\pi}{2\ell} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y}{ch \left( \pi h \sqrt{\frac{k^2}{4\ell^2} + \frac{n^2}{b^2}} \right)} \cdot ch \left[ \pi \sqrt{\frac{k^2}{4\ell^2} + \frac{n^2}{b^2}} (z + h) \right] \quad (6)$$

и  $\Psi$  - потенциал Жуковского для прямоугольного параллелепипеда [1]:

$$\Psi = \Psi_1 - xy = \frac{4}{\pi^2} \cdot \sum_{l=0}^{\infty} \left[ \frac{2}{\pi(2l+1)^3} + \frac{(-1)^l}{(2l+1)^2} \right] \times$$

$$\times \left[ \frac{b^2 ch \frac{(2k+1)\pi}{b} (x-2\ell) \cdot \cos \frac{(2k+1)\pi}{b} y}{sh \frac{(2k+1)\pi}{b} 2\ell} - \frac{4\ell^2 \cdot ch \frac{(2k+1)\pi}{2\ell} y \cdot \cos \frac{(2k+1)\pi}{2\ell} x}{sh \frac{(2k+1)\pi}{2\ell} b} - xy \right]. \quad (7)$$

Для определения составляющих главного момента гидродинамических сил вычислим сначала следующие интегралы:

$$\int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} y \cdot \frac{d\Psi}{dz} \cdot dx dy dz = 0; \quad (8)$$

$$\int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} x \cdot \frac{d\Psi}{dz} \cdot dx dy dz = 0; \quad (9)$$

$$\int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} z \frac{\partial \Psi}{\partial y} dx dy dz = \ell^2 b h^2 + \frac{4b^2 h^2}{\pi^3} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left[ \frac{2}{\pi(2k+1)} + \frac{(-1)^k}{(2k+1)} \right] = \ell^2 b h^2 + \frac{b^2 h^2}{3};$$

$$\int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} z \frac{\partial \Psi}{\partial x} dx dy dz = \frac{\ell b^2 h^2}{2} - \frac{32b^2 h^2}{2} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left[ \frac{2}{\pi(2k+1)} + \frac{(-1)^k}{(2k+1)^2} \right] = \frac{\ell b^2 h^2}{2} - \frac{8\ell^2 h^2}{3}; \quad (10)$$

$$\int_{-p}^0 \int_0^u \int_0^{2\ell} x \frac{\partial \Psi}{\partial y} dx dy dz = -\frac{8}{3} \ell^3 b h + \frac{4 \ell^3 h}{3} \sum_{k=0}^{\infty} \left[ \frac{2}{\pi (2k+1)^5} + \frac{(-1)^k}{(2k+1)^4} \right] \times$$

$$\times \left[ cth \frac{(2k+1)\pi}{2\ell} b - csh \frac{(2k+1)\pi}{2\ell} b \right] + \frac{b^3 h}{12} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left[ \frac{2}{\pi (2k+1)^5} + \frac{(-1)^k}{(2k+1)^4} \right] \times$$

$$\times \left[ 1 - ch \frac{(2k+1)\pi}{b} 2\ell \right]; \quad (11)$$

$$\int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} y \frac{\partial \Psi}{\partial x} dx dy dz = -\frac{2}{3} \ell b^2 h - \frac{b^3 h}{12} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left[ \frac{2}{\pi (2k+1)^5} + \frac{(-1)^k}{(2k+1)^4} \right] \cdot \left[ csh \frac{(2k+1)\pi}{b} 2\ell \right] +$$

$$+ \frac{2 \cdot 64 \ell^3 h}{\pi^4} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left[ \frac{2}{\pi (2k+1)^5} + \frac{(-1)^k}{(2k+1)^4} \right] \cdot \left[ bsh \frac{(2k+1)\pi}{2\ell} b - 2\ell \left( ch \frac{(2k+1)\pi}{2\ell} b - 1 \right) \right]. \quad (12)$$

Интегралы от частных производных функций собственных колебаний жидкости по координатам  $x, y, z$  после вычислений и соответствующих преобразований будут выглядеть в конечном итоге следующим образом:

$$\int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} x \cdot \frac{\partial \varphi_{k,n}}{\partial y} \cdot dx dy dz = -\frac{32 \ell}{\pi^3 b} \cdot \frac{th \left[ \pi h \sqrt{\frac{(2k+1)^2}{4\ell^2} + \frac{(2n+1)^2}{b^2}} \right]}{(2k+1)^2 \cdot \sqrt{\frac{(2k+1)^2}{4\ell^2} + \frac{(2n+1)^2}{b^2}}}; \quad (13)$$

$$\int_{-p}^0 \int_0^u \int_0^{2\ell} y \cdot \frac{\partial \varphi_{k,n}}{\partial x} \cdot dx dy dz = -\frac{8b}{\pi^3 \ell} \cdot \frac{th \left[ \pi h \sqrt{\frac{(2k+1)^2}{4\ell^2} + \frac{(2n+1)^2}{b^2}} \right]}{(2n+1)^2 \cdot \sqrt{\frac{(2k+1)^2}{4\ell^2} + \frac{(2n+1)^2}{b^2}}}; \quad (14)$$

$$\int_{-p}^0 \int_0^u \int_0^{2\ell} z \cdot \frac{\partial \varphi_{k,n}}{\partial z} \cdot dx dy dz = -\frac{8b \left[ 1 - sch \frac{(2n+1)\pi}{b} h \right]}{\pi^2 \cdot (2n+1)^2}; \quad (15)$$

$$\int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} z \cdot \frac{\partial \varphi_{k,n}}{\partial y} \cdot dx dy dz = \frac{8b \left[ 1 - sch \frac{(2n+1)\pi}{b} h \right]}{\pi^2 (2n+1)^2}; \quad (16)$$

$$\int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} z \cdot \frac{\partial \varphi_{k,n}}{\partial x} \cdot dx dy dz = \frac{16 \ell \cdot \left[ 1 - sch \frac{(2k+1)\pi}{2\ell} h \right]}{\pi^2 \cdot (2k+1)^2}; \quad (17)$$

$$\int_{-h}^0 \int_0^b \int_0^{2\ell} x \cdot \frac{\partial \varphi_{k,n}}{\partial z} \cdot dx dy dz = - \frac{16\ell \cdot \left[ 1 - \operatorname{sch} \frac{(2k+1)\pi}{2\ell} h \right]}{\pi^2 \cdot (2k+1)^2}. \quad (18)$$

Подставим значения вычисленных интегралов в соответствующие выражения (2)-(4) и определим главные моменты гидродинамических сил.

$$L_x = \frac{mh}{2} \left( \ell - \frac{b}{3\ell} \right) \cdot \dot{\omega} + \frac{8mb}{\pi^3 \ell h} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\ddot{q}_{0,2n+1}}{(2n+1)^3} \cdot \left[ \operatorname{cth} \frac{(2n+1)\pi h}{b} - \operatorname{csh} \frac{(2n+1)\pi h}{b} \right] - mg \cdot \frac{b}{2}; \quad (19)$$

$$L_y = -mh \left( \frac{b}{4} - \frac{4\ell}{3b} \right) \cdot \dot{\omega} - \frac{m\ell}{2bh} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\ddot{q}_{2k+1,0}}{(2k+1)^2} \cdot \left[ \operatorname{cth} \frac{(2k+1)\pi h}{2\ell} - \operatorname{csh} \frac{(2k+1)\pi h}{2\ell} \right] + mg\ell; \quad (20)$$

$$\begin{aligned} L_z = & \frac{m}{3} (4\ell^2 - b) \cdot \dot{\omega} - \frac{m\dot{\omega}}{3} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left[ \frac{2}{\pi(2k+1)^5} + \frac{(-1)^k}{(2k+1)^4} \right] \times \\ & \times \left\{ \frac{2\ell^2}{b} \cdot \left[ 1 - \operatorname{ch} \frac{(2k+1)\pi h}{2\ell} \right] \cdot \left[ 2\ell - b \operatorname{cth} \frac{(2k+1)\pi h}{2\ell} \right] - \frac{b^2}{8\ell} \cdot \left[ 1 - \operatorname{ch} \frac{2(2k+1)\pi \ell}{b} \right] \cdot \left[ 1 - \operatorname{csh} \frac{2(2k+1)\pi \ell}{b} \right] \right\} - \\ & - \frac{m}{6h} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\ddot{q}_{2k+1,2n+1}}{(2k+1)^2 (2n+1)^2} \cdot \left[ \frac{b^2 (2k+1)^2 - 4\ell^2 (2n+1)^2}{b^2 (2k+1)^2 + 4\ell^2 (2n+1)^2} \right]. \end{aligned} \quad (21)$$

Таким образом, выражения (19)-(21) определяют собой главные моменты сил давления жидкости на стенки сосуда относительно координатных осей  $x, y, z$  при вынужденных колебаниях жидкости, заключенной в подвижном резервуаре. Они позволяют определить численные значения сил давления жидкости на стенки прямоугольного параллелепипеда с частичным жидким наполнением при совершении им различных маневров по горизонтальной плоскости. Режим движения резервуара также может быть задан произвольным образом в рамках линейности решения задачи.

При общей оценке влияния гидродинамических характеристик на безопасность движения транспортного средства с жидким грузом на борту можно сказать, что на устойчивость к боковому опрокидыванию основное влияние оказывает главный момент гидродинамических сил относительно продольной оси  $Ox$  -  $L_x$ . При расчетах на устойчивость движения по заданной траектории транспорта с жидким грузом решающее значение имеют главные моменты гидродинамических сил относительно поперечной и вертикальной осей, соответственно  $Oy$  и  $Oz$  (рис.1).

#### Список литературы

1. Аманжолова Ш.С. Задача о собственных колебаниях жидкости в полости, имеющей форму прямоугольного параллелепипеда // Вестник ВКГТУ. - 2006. - №2. - Усть-Каменогорск, 2006. - Стр.60-66.
2. Аманжолова Ш.С. Вынужденные колебания жидкости в резервуаре, имеющем форму параллелепипеда // Вестник ВКГТУ. - 2006. - №3. - Усть-Каменогорск, 2006 - Стр.55-61.
3. Колесников К.С. Динамика ракет. - М.: Машиностроение, 1980. - 376с.
4. Моисеев Н.Н. Численные методы расчета собственных колебаний ограниченного объема

- жидкости / Н.Н. Моисеев, А.А. Петров. – М.: ВЦ АН СССР, 1966. – 269с.
5. Моисеев Н.Н. Динамика тела с полостями, содержащими жидкость/ Н.Н. Моисеев, В.В.Румянцев. – М.: Наука, 1965. – 439с.
6. Справочник по специальным функциям // Под ред. Абрамовича М., Стриган И. – М.: Наука, 1979. – 830с.
7. Численные методы в механике жидкости. – М.: Мир, 1973. – 304с.
8. Янке Е. Специальные функции/ Е.Янке, Ф.Эмде, Ф. Леш. – М.: Наука, 1977. – 342с.

Получено 16.07.07

УДК 624.133.22:666.97.033.16

**М.В. Дудкин**

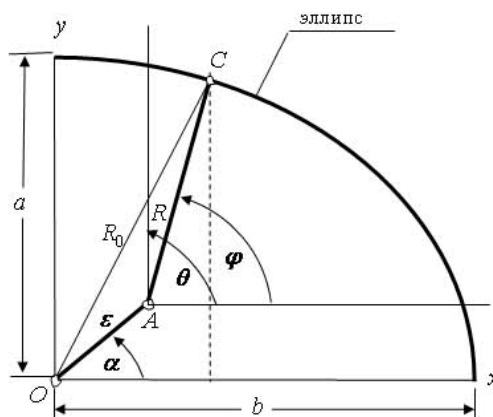
Д. Серікбаев атындағы ШҚМТУ, Өскемен қаласы

**Б.О. Бостанов**

Л.Н. Гумилев атындағы ЕҰУ, Астана қаласы

#### ПЛАНЕТАРЛЫҚ ЭЛЛИПСТИК ДІРІЛҚОЗДЫРҒЫШ ҚОЗҒАЛЫСЫНЫҢ ЖАЛПЫ ТЕНДЕУІ

Эллипстік пішіндегі жол бойымен қозғалатын дірілқоздырғыштағы жүгірткі центрінің қозғалысын қарастырамыз. Қозғалмайтын  $Ox$  декарттық координаталар жүйесімен қатар полярлық координаталар жүйесін де енгіземіз.  $O$  нүктесі эллипстің центрінде орналасқан,  $A$  нүктесі жетектеуіштің бекітілген орнын көрсетеді, ал орналасу эксцентритетін  $\varepsilon$  деп белгілейміз.  $Ox$  осінің бағытын полярлық ось бағыты, ал  $\varphi$  бұрышын полярлық бұрыш ретінде қабылдаймыз.  $OA = \varepsilon$  эксцентритетінің  $Ox$  осі бағытынан ауытқуын  $\alpha$  бұрышы арқылы анықтаймыз.  $AC = R$  жетектеуіш ұзындығының өзгеруін айқындайтын айнымалы шама. Демек, жетектеуіштің орналасқан жері мен жүгірткі центрі  $A = A(\varepsilon, \alpha)$ ,  $C = C(R, \varphi)$  координаталары арқылы анықтауға болады (1-сурет).



1 сурет – Дірілқоздырғыш

Координаталар жүйелерінің арасындағы байланыс

$$\begin{cases} x = R_0 \cos \theta = R \cos \varphi + \varepsilon \cos \alpha, \\ y = R_0 \sin \theta = R \sin \varphi + \varepsilon \sin \alpha \end{cases} \quad (1)$$

арқылы өнектеледі.

Эллипстің канондық  $x^2 + \frac{a^2}{b^2} y^2 = a^2$  теңдеуіне (1) формуланы апарып қоятын болсақ, онда жүгірткі центрінің полярлық координаталар арқылы өрнектелетін теңдеуін шығарып аламыз. Қажетті алгебралық түрлендірулер жасағаннан кейін ол теңдеу мына түрге келеді:

$$E_\varphi^2 R^2 + 2\varepsilon E_p \cos(\varphi - \beta) R + E_\alpha^2 \varepsilon^2 = b^2,$$

мұндағы

$$\begin{aligned} (1 - e^2 \cos^2 \varphi) &= E_\varphi^2 \\ \sqrt{(1 - e^2 \cos^2 \alpha) - \frac{e^2 p}{a} \cos \alpha} &= E_p, \\ (1 - e^2 \cos^2 \alpha) &= E_\alpha^2. \end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = e - \text{эллипс эксцентритеті};$$

$$\frac{b^2}{a} = p - \text{фокальді параметрі};$$

ал  $\beta$  бұрышы  $\alpha$  ауытқу бұрышымен

$$\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{\frac{b^4}{a^4} \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}}; \quad \cos \beta = \frac{b^2 \cos \alpha}{a^2 \sqrt{\frac{b^4}{a^4} \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}}; \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{a^2}{b^2} \operatorname{tg} \alpha$$

тригонометриялық формулалары арқылы байланысқан.

Теңдеудің шешімі

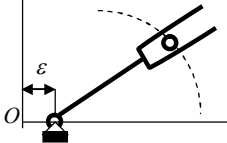
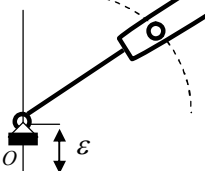
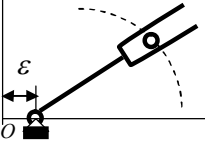
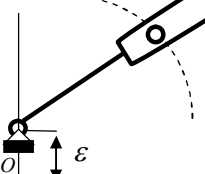
$$E_\varphi^2 R = -\varepsilon E_p \cos(\varphi - \beta) + E_\varphi b \sqrt{1 - \frac{\varepsilon^2}{E_\alpha^2 b^2} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{e^2 b^2}{E_\alpha^2 a^2} \right) \frac{1}{E_\varphi^2} \cos^2(\varphi - \beta) \right]}. \quad (2)$$

Бұл алынған өрнек жетектеуіштегі жүгірткі центрі қозғалысының жалпы түрде жазылған теңдеуін береді. Теңдеудегі  $e$  және  $\varepsilon$  параметрлерін өзгерте отырып, жанышпабіліктің пішінін (я эллипс, я дөңгелек екендігін) білуге болады, ал  $\alpha$  бұрышына мәндер бере отырып, жетектеуіштің қай жерге бекітілгендігін анықтай аламыз.

Бұл теңдеуді ыңғайлы түрге келтіру үшін Ньютон биномына жіктейміз де, алынған қатардағы  $\lambda^2 = \frac{\varepsilon^2}{E_\alpha^2 b^2}$ ,  $\mu^2 = \frac{e^2 b^2}{E_\alpha^2 a^2}$  коэффициенттердің сандық шамаларына бағалау жасаймыз. Дірілқоздырғыштың құрылымына орай  $e^2$ ,  $\lambda^2$ ,  $\mu^2$  параметрлерінің мәндері бірден кіші болады. Мысалы, эксперименттік үлгідегі  $\varepsilon = 20 \text{ мм}$ ,  $R_0 = 50 \text{ мм}$ ,  $r = 15 \text{ мм}$ ,  $a = R_0 - r = 35 \text{ мм}$ ,  $b = 30 \text{ мм}$ ,  $(E_\alpha^2 = 1)$  өлшемдер бойынша есептеу жүргізетін болсақ,

онда  $\lambda^2 = 0.44$ ,  $\mu^2 = 0.19$ ,  $e^2 = 0.26$ ,  $\lambda^2 \mu^2 = 0.08$ ,  $e^2 \mu^2 = 0.05$ ,  $\lambda^2 e^2 = 0.11$ . Ал олардың дәрежелері өскен сайын мәндері тіптен азая береді. Сондықтан  $(\lambda^2 \mu^2)$ ,  $(e^2 \mu^2)$ ,  $\lambda^6$ ,  $\lambda^8, \dots$ ,  $e^4, \dots$ , коэффициенттері бар мүшелерді есепке алмасақ, жүгірткі центрі қозғалысының жуық теңдеуін мына түрде жазуымызға болады:

$$R = b \left( 1 + \frac{1}{2} e^2 \cos^2 \varphi - \frac{\lambda^2 b}{4} \right) + \frac{\lambda^2 b}{4} \cos 2(\varphi - \beta) - \left( 1 + \frac{1}{2} e^2 \cos^2 \varphi \right) \varepsilon E_a^2 \cos(\varphi - \beta) + \frac{e^2 b^2}{a^2} \cos(\varphi - \beta) \quad (3)$$

Шеңберлік жол $e = 0$ , $E_\varphi^2 = 1$ , $\alpha = \beta$	Жетектеуіштің бекітілуі	Эллипстік жол $e < 1$ , $E_\varphi^2 = 1 - e^2 \cos^2 \varphi$
$R^2 + (2\varepsilon \cos \varphi)R + \varepsilon^2 = a^2$	$\alpha = 0^\circ$ , $\varepsilon > 0$ 	$(1 - e^2 \cos^2 \varphi)R^2 + \left( \frac{2\varepsilon b^2}{a^2} \cos \varphi \right)R + (1 - e^2)\varepsilon^2 = b^2$
$R^2 + (2\varepsilon \sin \varphi)R + \varepsilon^2 = a^2$	$\alpha = 90^\circ$ , $\varepsilon > 0$ 	$(1 - e^2 \cos^2 \varphi)R^2 + (2\varepsilon \sin \varphi)R + \varepsilon^2 = b^2$
$R^2 - (2\varepsilon \cos \varphi)R + \varepsilon^2 = a^2$	$\alpha = 180^\circ$ , $\varepsilon > 0$ 	$(1 - e^2 \cos^2 \varphi)R^2 - \left( \frac{2\varepsilon b^2}{a^2} \cos \varphi \right)R + (1 - e^2)\varepsilon^2 = b^2$
$R^2 - (2\varepsilon \sin \varphi)R + \varepsilon^2 = a^2$	$\alpha = 270^\circ$ , $\varepsilon > 0$ 	$(1 - e^2 \cos^2 \varphi)R^2 - (2\varepsilon \sin \varphi)R + \varepsilon^2 = b^2$

Шығарылған (3) жуық теңдеу (2) дәл теңдеуге қарағанда есептеулер жасау үшін қолайлы және практикалық қолданыстағы сипаттау дәлдігі жеткілікті.

Жетектеуіш тірегінің орналасуына орай, яғни  $\alpha$  бұрышының  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$

тең болған кездегі бекітілуіне байланысты жүгірткі центрінің қозғалыс теңдеулері кестеде көрсетілген.

Қорытынды:

1. Жүгірткісі шеңберлік жолмен қозғалатын, эксцентритеті горизонталь осьтің сол жақ бөлігінде орналасқан дірілқоздырғыш (кестедегі 3-сурет). Жүгірткі центрінің қозғалыс теңдеуі:

$$R = \varepsilon \cos \varphi + a \left[ 1 - \frac{\lambda^2}{2} (1 - \cos^2 \varphi) \right] = a - \frac{\lambda \varepsilon}{4} + \varepsilon \left( \cos \varphi + \frac{\lambda}{4} \cos 2\varphi \right).$$

Бұл теңдеу [1] еңбекте шығарылған нәтижемен дәлме-дәл келеді.

2. Жүгірткісі эллипстік жолмен қозғалатын, жетектеуіші эллипс центріне бекітілген дірілқоздырғыш, яғни  $\alpha = 0$ ,  $\varepsilon = 0$ ,  $\lambda = 0$ ,  $e < 1$ .

Жүгірткі центрінің дәл теңдеуі

$$R = \frac{b}{E_\varphi} = \frac{b}{\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \varphi}}.$$

ал жуық теңдеуі

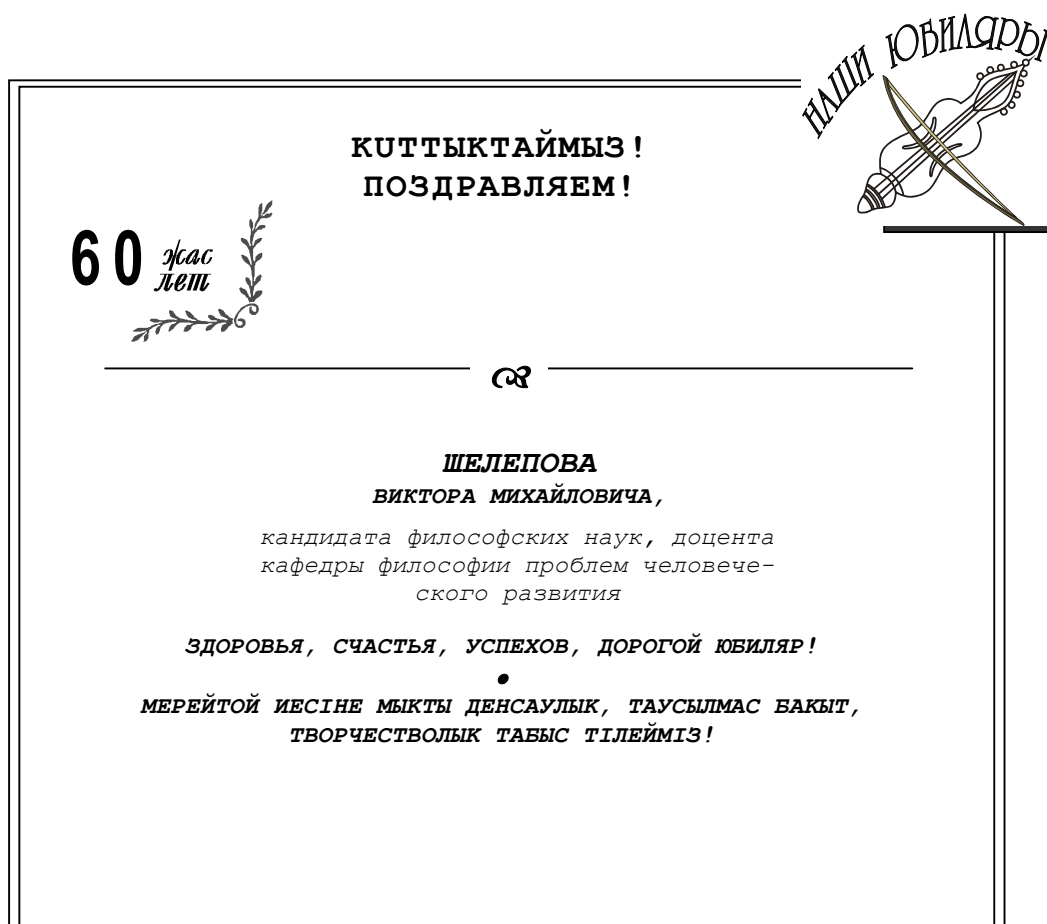
$$R = \left( b + \frac{b}{4} e^2 \right) + \frac{b}{4} e^2 \cos 2\varphi$$

өрнектерімен сипатталады [2].

#### Әдебиеттер тізімі

1. Темирбеков Е.С. Асимметричный планетарный вибровозбудитель вибрационных катков. Кинематика / Е.С. Темирбеков, М.В. Дудкин, Б.О. Бостанов // Вестник ЕНУ им. Л.Н. Гумилева. – 2005. – № 2 (42). – Астана, 2005. – С.112-120.
2. Бостанов Б.О. Планетарный вибровозбудитель с эллиптической дорожкой / Б.О. Бостанов, Е.С. Темирбеков, М.В. Дудкин // Роль механики в создании эффективных материалов, конструкций и машин XXI века: Всероссийской науч.-техн. конф. Омск: СибаДИ, 2006. – С. 66-70.

Қабылданды 14.08.07.







УДК 621.43/075.8/

**А.А. Егоров, Ю.В. Чи-Дун-Чи**

ВКГТУ, г. Усть-Каменогорск

**С.А. Егоров**

ВКФ Казинметр, г. Усть-Каменогорск

**МЕХАНИЗМ ГЕНЕРАЦИИ ТУРБУЛЕНТНОГО СОСТОЯНИЯ  
ГАЗОВОГО ПОТОКА В УСЛОВИЯХ ДВС**

Для успешного решения актуальных задач практического значения, связанных с необходимостью повышения мощностных, топливно-экономических показателей и экологической безопасности силового агрегата техники транспорта, требуется расширение объема и областей экспериментальных и теоретических исследований с использованием современного оборудования и методов проведения испытаний.

Результаты, полученные на основе экспериментальных и расширенных машинных исследований, позволяют наметить доступные и эффективные мероприятия, внедрение которых обеспечит достижение желаемых результатов за счет совершенства организации процесса сгорания.

Сгорание топливно-воздушной смеси в объеме камеры сгорания ДВС с внешним смесеобразованием происходит в условиях интенсивной турбулентности, зарождаемой на участке впуска и ее трансформации на участке процесса сжатия.

Поступление топливно-воздушной смеси в объем цилиндра происходит под действием разрежения, которое создается при определенной конечной скорости перемещения поршня и расширения пространства над поршнем.

Турбулентное состояние движущегося потока возникает в результате распада упорядоченного ламинарного потока. При ламинарном режиме движения динамические параметры потока не нарушают его структурного строения.

С повышением скорости потока или изменения других физических параметров его состояния инерционные силы отдельных молей или образовавшихся из них соединений

становятся преобладающими. Ламинарное течение становится неустойчивым, и при определенных условиях, происходит разрушение струйного характера течения с зарождением поверхностей разрыва скоростей между соприкасающимися слоями или линиями тока. Появление поверхностей или точек разрыва скорости сопровождается появлением волн, которые возникают в результате воздействия внешних или внутренних сил, генерируемых самим потоком в локальных объемах движущейся жидкости или газа.

Распад сопровождается появлением вихревых образований. Их появление происходит в результате перепада скоростей при обтекании тел с резким изменением профиля, в результате торможения жидкости или газа за острыми выступами и кромками каналов движения, в циркуляционных зонах резкого расширения, а также в переходных зонах отрыва приграничных слоев.

Можно предположить, что появление волны происходит в результате повышенного давления с ее внутренней стороны и понижения давления со стороны гребня. Волнистая поверхность зародившегося вихря становится неустойчивой и способна к дальнейшему развитию и расширению.

По мере расширения и достижения определенных размеров вихревое образование поглощается потоком с зарождением локального микро- или макрообъема с внутренним избытком энергетического состояния, способного к зарождению новой волны усиления вихревого образования или, в силу складывающихся условий, приводит к его разрушению на более мелкие составляющие турбулентного состояния, способные к дальнейшему развитию.

В современной теории турбулентного движения существует несколько схем его неустойчивости. Более широкое признание получила теория малых возмущений, согласно которой колебания и появление возмущений возникает в некотором диапазоне частот.

При наложении кратной частоты основного поля, колебания и возмущения усиливаются по амплитуде локального разрыва соприкасающихся поверхностей. Согласно последним экспериментальным данным турбулентные возмущения появляются в ограниченных зонах в виде турбулентных «пятен» или локальных микрообъемов. По мере повышения скорости и в силу складывающихся условий число и плотность их зарождения усиливается. Такие пятна растут по геометрическим размерам по мере их перемещения по потоку и вовлечения прилегающих к ним новых слоев газа. Достигая определенных размеров и соприкасаясь, турбулентные вихри сливаются между собой, образуя локальный макрообъем с избыточным потенциалом неуравновешенной энергии, способной разрушить его целостность как единого объекта с образованием новых турбулентных возмущений в виде отдельных «пятен».

Таким образом, структурные объекты турбулентного состояния трехмерны, а само, даже установившееся, турбулентное течение является результатом суммирования множества случайных процессов.

Описание такого рода движения потока становится возможным, только обозначив его некоторым набором его статистических характеристик.

Основными характеристиками турбулентного состояния являются [1,2]:

- истинная скорость движущейся частицы в потоке или среде;
- значение скорости рассматривается как векторная сумма средней скорости потока в данной точке  $\bar{w}_{cp}$  и пульсационной скорости -  $\bar{w}'$ ;
- пульсационная скорость имеет различную ориентацию по направлению в простран-

стве с координатами  $x, y, z$  и истинные значения скорости перемещения рассматриваемого объекта могут быть представлены как

$$\overline{w}_x = \overline{w}_{x.cp} + \overline{w}'_x; \quad \overline{w}_y = \overline{w}_{y.cp} + \overline{w}'_y; \quad \overline{w}_z = \overline{w}_{z.cp} + \overline{w}'_z; \quad (1)$$

– пульсационная скорость выражает интенсивность вихревых флуктуаций  $-\overline{w}'_x, \overline{w}'_y, \overline{w}'_z$ ;

– вихревые флуктуации могут иметь как положительное значение по направлению к потоку, так и отрицательное;

– пульсационную скорость следует принимать как среднеквадратичную величину

$$\overline{w}'_x = \sqrt{(\overline{w}'_x)^2}; \quad \overline{w}'_y = \sqrt{(\overline{w}'_y)^2}; \quad \overline{w}'_z = \sqrt{(\overline{w}'_z)^2} \quad (2)$$

– средняя кинетическая энергия турбулентности, приходящаяся на единицу массы

$$\overline{E}_T = \frac{1}{2} [(\overline{w}'_x)^2 + (\overline{w}'_y)^2 + (\overline{w}'_z)^2]; \quad (3)$$

– интенсивность турбулентности выражается отношением пульсационной скорости к средней скорости потока

$$\varepsilon_T = \frac{w'}{w_{cp}}; \quad (4)$$

– масштаб турбулентности, выражает средний эффективный размер перемешивающихся объемов –  $l_T$ , масштаб Эйлера;

– коэффициент турбулентного обмена, характеризует интенсивность тепло- и массопереноса в турбулентной среде

$$a_T = \frac{1}{2} \cdot l_T \cdot w'. \quad (5)$$

Соотношение инерционных сил и сил вязкого трения принято оценивать безразмерным комплексом соотношения физических параметров движущейся среды, критерием Рейнольдса,

$$Re = \frac{w \cdot d \cdot \rho}{\mu_a} \quad \text{или} \quad Re = \frac{w \cdot d}{\nu}. \quad (6)$$

Из представленных зависимостей следует, что режиму ламинарного течения соответствует некоторое критическое значение числа Рейнольдса, превышение которого отвечает состоянию, когда инерционные силы движения потока занимают доминирующее значение, способны разрушить структуру течения с переходом в режим турбулентного структурного состояния. Для оценки значений числа Рейнольдса, как правило, используются значения средней скорости потока.

В нашем случае, средняя скорость поступающего потока через сечение открытого впускного клапана  $w_{cm}$  (м/с) определится из выражения:

$$w_{cm} = \frac{S_n \cdot n}{30} \cdot \frac{D_u^2}{d_{в.н.}^2} \cdot \frac{\varepsilon - \frac{P_r \cdot T_a}{P_a \cdot T_r}}{\varepsilon - 1}, \quad (7)$$

Элементарный просчет, в рабочем диапазоне изменения частоты вращения вала двигателя, показывает, что скорость наполнения изменяется в пределах от 30 м/с при  $n = 1500 \text{ мин}^{-1}$ , до

100 м/с при  $n = 5000 \text{ мин}^{-1}$ .

Подставляя значения скорости смеси в выражение для определения числа Рейнольдса, получаем, что его значения изменяются в пределах от  $5,0 \cdot 10^4$  при  $n = 1500 \text{ мин}^{-1}$  и до  $2,2 \cdot 10^5$  при  $n = 5000 \text{ мин}^{-1}$ . Это подтверждает высокую интенсивность турбулентного режима движения потока поступающей топливно-воздушной смеси на впуске.

Общую картину поступления воздушного потока из впускного трубопровода через сечение впускного клапана в объем цилиндра можно представить как прохождение потока через отверстие впускного клапана с последующим внезапным расширением в объеме цилиндра (рис. 1).

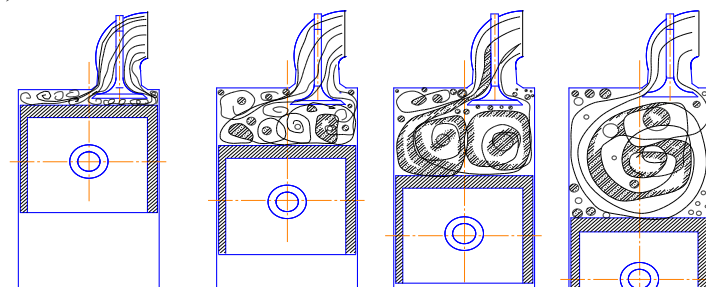


Рисунок 1 – Схема трансформации потока при внезапном расширении и структуры турбулентности на впуске

При полном смещении клапана, высота проходного сечения составляет 8...10 мм. Тогда перемещение газового потока между фасками клапана и седла с учетом длины окружности и увеличенного проходного сечения можно рассматривать как переходной участок перед внезапным расширением. Потери скорости движущегося потока на трение и при некотором изменении направления движения на выделенном участке будут незначительными. Основной составляющей при оценке энергетических потерь можно считать потери при внезапном расширении.

Общие потери энергии при движении жидкости или газа определяются согласно зависимости

$$\Delta p_{nom} = \zeta \cdot \rho \cdot V^2 / 2, \quad (8)$$

где  $\zeta$  – коэффициент гидравлического сопротивления, по физическому смыслу как коэффициент пропорциональности между кинетической энергией потока и потерянй энергией.

Значение коэффициента гидравлического сопротивления определяется как отношение потерянй энергии к кинетической энергии потока

$$\zeta = \frac{\Delta p_{nom}}{\rho \cdot V^2 / 2}. \quad (9)$$

Определение потерь давления и энергетического состояния движущегося потока при внезапном расширении можно выполнить с использованием уравнения Бернулли и уравнения импульсов Эйлера.

$$\Delta p_{nom} = [(p_{cm1} - p_{cm2}) + \rho(V_1^2 - V_2^2)/2] = (p_{cm1} - p_{cm2}) + (\rho V_1^2 / 2) \cdot [1 - (V_2 / V_1)^2]$$

или

$$(p_{cm1} - p_{cm2}) = \rho V_1^2 (S_1 / S_2) \cdot [(V_2 / V_1) - 1] \quad (10)$$

после подстановки в предыдущее уравнение получим

$$\Delta p_{nom} = [1 - (S_1 / S_2)]^2 \cdot (\rho V_1^2 / 2). \quad (11)$$

Из сопоставления ранее приведенной зависимости для определения  $\Delta p_{nom}$  получаем формулу Борда-Карно:

$$\zeta_{в.р.} = [1 - (S_1 / S_2)]^2. \quad (12)$$

Исходя из общепринятых конструктивных соотношений  $D_{ц} / d_{вп.кл.}$ , отношение  $S_1 / S_2$  изменяется в пределах 0,105...0,25, соответственно и значение коэффициента гидравлического сопротивления при внезапном расширении будет составлять и изменяться в пределах  $\zeta_{в.р.} = 0,65...0,80$ .

Это значит, что скорость при поступлении в расширяющийся объем цилиндра, с учетом затрат энергии при вихреобразовании, будет составлять 20...35 % от исходной скорости в сечении горловины впускного клапана.

Согласно ранее приведенному примеру (при  $n = 1500 \text{ мин}^{-1}$ ) среднюю скорость перемещения локальных объемов после внезапного расширения можно принимать равной  $w_{см.в.р.} = 6,0...10,5 \text{ м/с}$ .

При частоте вращения  $5000 \text{ мин}^{-1}$ , скорость в объеме цилиндра после внезапного расширения можно считать равной  $w_{см.в.р.} = 20...30 \text{ м/с}$ .

На наш взгляд, можно принять, что перемещение газового потока в объеме цилиндра не носит направленного характера. Тогда, с учетом диссипации энергии общего движения можно принять, что скорости локальных перемещений по отдельным направлениям осей  $x$ ,  $y$ , и  $z$  (соответственно  $\bar{w}'_x$ ,  $\bar{w}'_y$ , и  $\bar{w}'_z$ ) будут соответствовать средним значениям турбулентных пульсаций и могут быть приравнены значениям

$$\bar{w}'_x = c \sqrt{(\bar{w}'_x)^2} = c \cdot \frac{w_{см.в.р.}}{1,73}, \quad \bar{w}'_y = c \sqrt{(\bar{w}'_y)^2} = c \cdot \frac{w_{см.в.р.}}{1,73}, \quad \bar{w}'_z = c \sqrt{(\bar{w}'_z)^2} = c \cdot \frac{w_{см.в.р.}}{1,73}, \quad (13)$$

здесь  $c$  - коэффициент затухания турбулентных пульсаций по времени.

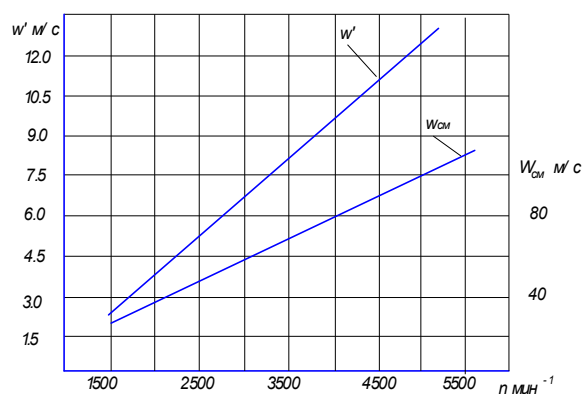
При частоте вращения  $n = 1500 \text{ мин}^{-1}$   $\bar{w}'_x = \bar{w}'_y = \bar{w}'_z = 1,15...2,0 \text{ м/с}$ ,  
при  $n = 5000 \text{ мин}^{-1}$ ,  $\bar{w}'_x = \bar{w}'_y = \bar{w}'_z = 8,25...12,5 \text{ м/с}$ .

Эти значения, полученные при попытке выстроить логическую цепочку происходящих процессов, достаточно точно совпадают с экспериментальными значениями скоростей и турбулентных пульсаций, полученных при специальных исследованиях [1,2].

С учетом соотношения средней скорости поршня и скорости турбулентных перемещений, можно предполагать отсутствие условий гашения турбулентных пульсаций на поверхностях объема камеры сгорания и боковых стенках цилиндра. Основанием этому является тот факт, что на протяжении всего процесса впуска присутствует интенсивный тепловой поток подогрева поступающей топливно-воздушной смеси от нагретых поверхностей замкнутого объема. Температура поступающей топливно-воздушной смеси, с учетом подогрева и после перемешивания с отработавшими газами, составляет (320...340) К. Средняя температура поверхностей камеры сгорания по данным экспериментальных исследований составляет (450...540) К.

Присутствие положительного теплового потока в определенной степени сглаживает жесткое механическое гашение турбулентных пульсаций на стенках цилиндра, камеры сгорания и поршня. При достижении поршнем нижней точки своего положения соприкосновение происходит с последующим сжатием и деформацией вихревых образований.

На рисунке 2 представлены расчетные параметры газодинамического состояния рабочего заряда при изменении частоты вращения коленчатого вала с учетом представленного механизма генерации турбулентных пульсаций на участке наполнения.



$w_{cm}$  - скорость смеси на впуске в сечении впускного клапана;  
 $w'$  - скорость турбулентных пульсаций при завершении процесса впуска.

Рисунок 2 – Расчетные значения газодинамического состояния рабочего заряда на участке впуска

#### Список литературы

1. Семенов Е.С. Исследование турбулентности в цилиндре поршневого двигателя / Е.С. Семенов, А.С. Соколик. – М.: Известия АН СССР, ОТН. – 1958. – № 8. – С. 130-140.
2. Соколик А.С. О турбулентном горении газов / А.С. Соколик, В.П. Карпов, Е.С. Семенов. – Физика горения и взрыва. – 1967. – № 1. – С. 61-76.

Получено 15.08.07.

УДК 625.711.2

**А.Е. Касымов**

ВКГТУ им. Д. Серикбаева, г. Усть-Каменогорск

#### КОРРЕКТИРОВКА РАСЧЕТНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ АВТОМОБИЛЬНЫХ ДОРОГ С УЧЕТОМ ДИНАМИКИ ВЛАГОНАКОПЛЕНИЯ И ВОДНО-ТЕПЛОВОГО РЕЖИМА ЗЕМЛЯНОГО ПОЛОТНА

Надежность автомобильных дорог – это сложная комплексная характеристика, на ее обеспечение влияют различные конструктивные элементы автомобильной дороги как в отдельности, так и в совокупности. Выход из строя или отказ одного из элементов может вызвать общий отказ всей дороги.

Территория Восточного Казахстана наиболее подвержена неблагоприятному воздействию на автомобильные дороги таких факторов, как общее потепление климата, влияние хозяйственной деятельности, деградация многолетней мерзлоты [1].

На примере данных климатических станций, расположенных в южной, центральной и северо-западных частях Восточного Казахстана, а также мобильной исследовательской дорожной лаборатории (в которой работал автор данной статьи) можно проследить, как

снижалась глубина промерзания грунта за период с 1986 по 2006 г. (рис. 1).

Анализ полученных результатов свидетельствует об устойчивой зависимости между изменениями климатических характеристик в районе исследований и параметрами водно-теплового режима земляного полотна автомобильных дорог. В связи с повышением температуры воздуха снижается глубина промерзания земляного полотна. В этой связи необходима разработка специальных мероприятий для устранения деструктивных процессов природного и техногенного характера.

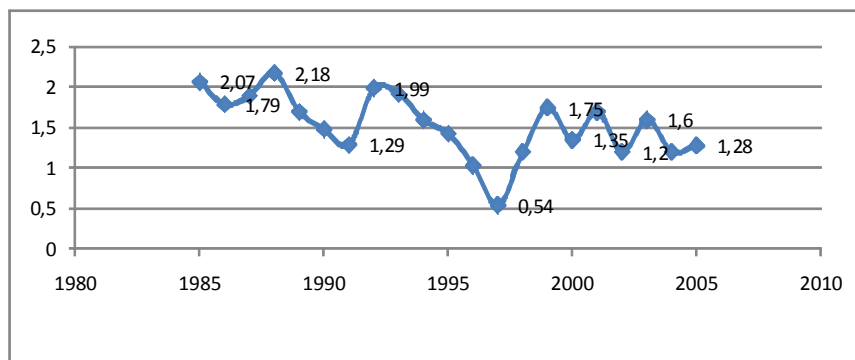


Рисунок 1 – Динамика изменения глубины промерзания (м) исследуемых грунтов Юго-Восточного Казахстана с 1986 по 2006 г.

Глубина промерзания в зимнее время и влагонакопление грунта в летний период определялись отбором проб опытным путем с бурением исследуемых участков буром УГБ 50 М (рис. 2).

Производились следующие лабораторные исследования: с каждого слоя грунтового полотна были взяты пробы материала и уложены в специальные бьюксы (по три бьюкса с каждого слоя). Всего было отобрано 120 бьюксов с пробами: (с первого слоя – 48 бьюксов, со второго – 39, с третьего 33. Бьюксы с пробами были взвешены на электронных весах. У всех бьюксов с пробами вес оказался разным. Сами же бьюксы сделаны одинаковыми из алюминиевого сплава и выдерживают  $t = 220^{\circ}\text{C}$ . Данные этих проб (табл. 1-4) использовались в дальнейших исследованиях.



Рисунок 2 - Бурение исследуемых участков дорожного полотна буром УГБ 50 М

Таблица 1

*Экспериментальные данные состояния и вида проб грунта.  
Скважина 1Б, глубина 25 см, состояние на 20 февраля 2004 г.*

	Вес пустого бюкса с кр.	Вес бюкса с вл. гр.	Сухого бюк. с грунтом	Влажность посчитана	W
1	7,34	21,06	18,76	20,14	W <sub>т</sub> =19,9 % Влажность на границе текуче- сти
2	7,22	21,18	18,86	19,93	
3	7,25	20,37	18,21	19,70	
4	7,18	18,17	16,71	15,32	W <sub>р</sub> =15,6 % на границе раска- тывания
5	7,18	17,04	15,70	15,73	
6	7,20	15,86	14,68	15,77	
	А	Б	С	Д	

Исследованием вопросов, связанных с изменением прочностных и деформативных свойств пылевато-глинистых грунтов в процессе их промерзания–оттаивания и сопутствующих явлений тепломассообмена, занимались отечественные и зарубежные ученые. В работах С.Е. Гречищева, В.Н. Ефименко, Б.Б. Телтаева, И.А. Золоторя, В.Д. Казарновского, А.К. Киялбаева, Б.А. Асматулаева, Ш.Х. Бекбулатова, К.Н. Ахметова, Б.С. Муртазина, О.А. Красикова, В.П.Носова, В.О. Орлова, В.В. Пассека, Н.А. Пузакова, В.И. Рувинского, В.М. Сиденко, А.Я. Тулаева, А.И. Ярмолинского и других решены как основные теоретические вопросы данной проблемы, так и ее прикладные задачи. Тем не менее, региональная корректировка известных методик позволяет обеспечивать более высокую степень надежности проектных решений.

Таблица 2

*Экспериментальные данные состояния и вида проб грунта.  
Скважина 2Е, глубина 2,3 м, состояние на 20 февраля 2004 г.*



	Вес пустого бюкса с кр.	Вес бюкса с вл. гр.	Сухого бюк. с грунтом	Влажность посчитана	W
13	7,18	20,62	17,15	34,80	W <sub>т</sub> =35,3 % Влажность на границе теку- чести
14	7,19	19,47	16,25	35,54	
15	7,19	19,46	16,25	35,43	
16	7,21	17,71	15,55	25,90	W <sub>р</sub> =25,6 % на границе раска- тывания
17	7,70	17,05	15,15	25,50	
18	7,31	17,36	15,32	25,47	
	А	Б	С	Д	

Таблица 3

Экспериментальные данные состояния и вида проб грунта.  
Скважина 3В, глубина 1,0 м, состояние на 20 февраля 2004 г.

	Вес пустого бюкса с кр.	Вес бюкса с вл. гр.	Сухого бюк. с грунтом	Влажность посчитана	W
13	7,27	20,29	16,98	34,09	W <sub>т</sub> =34,2 % Влажность на границе теку- чести
14	7,37	21,23	17,69	34,30	
15	7,91	23,37	19,42	34,32	
16	7,04	14,65	15,27	22,15	W <sub>р</sub> =22,5 % на границе раска- тывания
17	7,31	16,24	14,62	22,16	
18	7,34	16,60	14,86	23,14	
	А	Б	С	Д	

Рисунок 3 – Размещение заполненных бюксов в шкафу для сушки грунта при  $t = 105^{\circ}\text{C}$ 

Таблица 4

Экспериментальные данные влажности грунта на автомобильной дороге  
«Усть-Каменогорск – Таргын – Самарское» на 20 февраля 2004 г.

Слои грун- тов	Нумерация бюксов	Вес $m_{\text{вл.}}$ грунта	$m_{\text{вл.}}$ грунта	$m_{\text{сухого}}$ грунта	$W_{\text{влаж.}}$ с каждого бюкса	Общая $W_{\text{сред}}$
асфальт	1	15,14	53,73	53,17	1,47%	
Ia	2	15,26	50,10	55,53	1,42%	1,41%
	3	15,34	63,44	62,80	1,35%	
25см	4	14,89	50,79	45,44	17,51%	

<b>Иб</b>	5	18,10	42,66	38,87	18,25%	<b>17,3%</b>
	6	15,32	49,24	44,51	16,2%	
<b>50см</b>	7	15,26	44,46	38,51	25,50%	
<b>Ив</b>	8	15,60	43,61	39,40	26,1%	<b>25,93%</b>
	9	15,48	40,03	34,94	26,16%	
<b>60см</b>	10	15,47	42,93	37,37	25,39%	
<b>Иг</b>	11	15,29	45,05	39,10	24,99%	<b>25,4%</b>
	12	15,32	41,24	35,92	25,83%	
<b>1м</b>	13	15,45	51,32	44,79	22,26%	
<b>Ид</b>	14	15,23	48,46	42,64	21,23%	<b>21,35%</b>
	15	15,82	47,42	42,03	20,56%	
<b>1,5м</b>	16	14,61	51,81	45,25	21,41%	
<b>Ие</b>	17	15,14	49,34	43,11	22,27%	<b>21,68%</b>
	18	15,68	45,89	40,57	21,37%	
<b>2,0м</b>	19	15,41	47,01	40,0	28,51%	<b>26,94%</b>
<b>Иж</b>	20	15,51	48,47	41,80	25,37%	
	21	15,42	47,11	39,15	33,54%	
<b>2,5м</b>	22	18,34	51,60	45,79	21,17%	
<b>Из</b>	23	18,12	46,91	41,46	23,35%	<b>20,65%</b>
	24	18,33	49,43	44,22	20,12%	
<b>40см</b>	25	17,93	49,69	42,22	30,75%	
<b>Иа</b>	26	17,87	45,34	38,84	31%	<b>30,9%</b>
	27	18,24	46,07	39,07	33,6%	
<b>75см</b>	28	17,69	56,52	48,76	24,98%	
<b>Иб</b>	29	18,27	51,78	45,08	24,99%	<b>25,0%</b>
	30	17,70	48,28	42,15	25,1%	
<b>1м</b>	31	17,84	48,11	42,50	22,75%	
<b>Ив</b>	32	17,50	41,87	37,18	23,83%	<b>23,1%</b>
	33	18,11	44,65	39,74	22,70%	
<b>1,5м</b>	34	17,93	46,09	41,19	21,07%	
<b>Иг</b>	35	18,38	49,81	44,69	19,46%	<b>20,0%</b>
	36	18,27	52,22	46,67	19,54%	
<b>2,0м</b>	37	18,18	46,84	41,36	23,64%	
<b>Ид</b>	38	18,13	48,35	42,82	22,40%	<b>23,16%</b>
	39	18,34	50,16	44,12	23,43%	
<b>2,3м</b>	40	18,48	52,24	45,68	24,12%	
<b>Ие</b>	1*	17,90	44,70			<b>23,47%</b>
	2*	17,65	46,11	40,82	22,83%	
<b>2,6м</b>	3*	17,01	47,96	43,23	18,04%	
<b>Иж</b>	4*	17,38	52,10	46,53	19,11%	<b>18,60%</b>

Окончание таблицы 4

	5*	18,07	58,19	51,88	18,66%	
<b>3,0м</b>	6*	16,60	47,66	43,06	17,38%	
<b>Из</b>	7*	17,65	52,88	47,50	18,02%	<b>17,68%</b>
	8*	18,05	54,97	49,43	17,65%	
<b>50см</b>	9*	16,88	45,18	38,93	28,21%	
<b>Иа</b>	10*	16,28	45,62	39,65	27,18%	<b>27,46%</b>
	11*	17,68	44,15	38,44	26,98%	

85см	12*	17,27	52,00	45,58	22,68%	
IIIб	13*	18,10	50,99	44,63	24,63%	23,27%
	14*	16,68	44,40	39,20	23,09%	
1,0м	15*	18,26	51,02	45,01	22,47%	
IIIв	16*	17,83	45,75	40,67	22,24%	22,84%
	17*	16,27	46,08	40,35	23,80%	
1,5м	18*	16,77	47,45	41,76	22,77%	
IIIг	19*	16,26	48,28			22,63%
	44*	16,93	45,02	39,86	22,5%	
2,0м	42	17,50	47,59	41,72	24,24%	
IIIд	43	17,57	47,77	41,96	23,82%	23,79%
	11"	16,96	54,36	47,29	23,31%	

На основании анализа экспериментальных данных в статье предложена методика учета динамично изменяющихся внешних факторов при корректировке расчетных параметров водно-теплого режима автомобильных дорог при их модернизации и капитальном ремонте, разработанная В.А. Ярмолинским [2]. В качестве статистического материала были использованы данные диагностики на автомобильных дорогах Восточного Казахстана за период 1976 - 2006 гг.

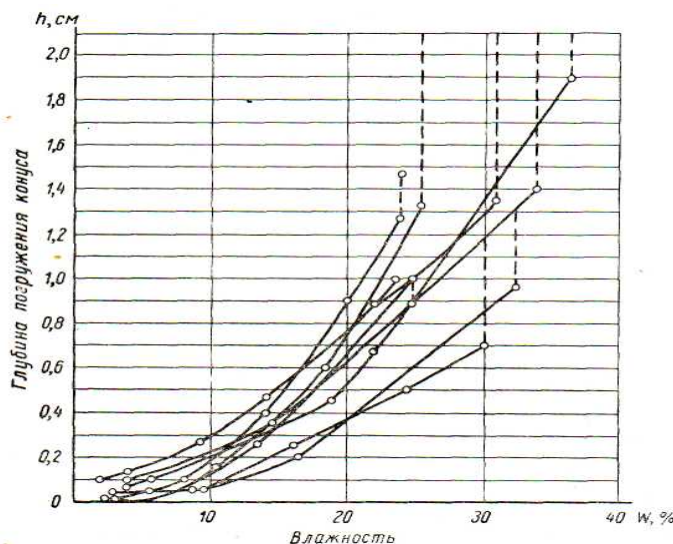


Рисунок 3 – Зависимость структурной прочности грунта от его влажности

Исследования, проведенные на автодорогах Восточного Казахстана, показали, что изменения расчетных параметров водно-теплого режима подчиняются в основном нормальному закону распределения (рис. 4).

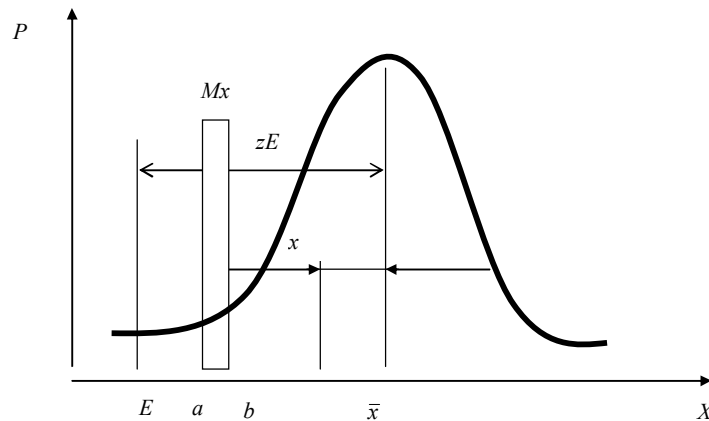


Рисунок 4 – Распределение минимумов равномерного и нормального распределений исследуемого модуля упругости грунта

При обработке результатов испытаний одной группы параметров реализовано значение элемента по сравнению с другой группой и известными характеристиками нормального распределения этого элемента (например модуля упругости грунта)  $(M_x, \sigma, v_x)$ .

Принципиальное решение задачи заключается в корректировке искомого параметра на кривой распределения.

Распределение минимумов (рис. 4) будет смещено влево по отношению к исходному распределению величин  $x$  и, очевидно, имеет меньшую вариацию. Тогда в качестве функции распределения минимума можно принять любое симметричное распределение.

Пусть это будет равномерное на интервале  $(a-b)$  распределение, в котором любое отклонение равновероятно.

Так как равномерное и нормальное распределение формируют выборку, то необходимо найти смещение математического ожидания

$$x = \frac{F(x - (b+a) \cdot 0,5)}{F+1} = F[x - (b+a) \cdot 0,5].$$

В этом случае минимальный модуль упругости грунта

$$E_y = M_x - x - z\sigma = \frac{b+a}{2} - F \cdot [x - (b+a) \cdot 0,5] - z \frac{b-a}{2\sqrt{3}}.$$

Положим, что интервал равномерного распределения будет равен доверительному интервалу нормального распределения, тогда

$$b-a = \left( 1 \pm t v_x \sqrt{\frac{(n+n_p)/n_p - 1}{n+n_p - 1}} \right),$$

где  $t$  – коэффициент, зависящий от вероятности безопасности, который можно определить из соотношения

$$2\Phi(t) = 1 - p^{\frac{1}{c}},$$

где  $2\Phi$  – удвоенная функция Лапласа, описывающая интегральное распределение математического ожидания;  $p$  – вероятность принадлежности исследуемых величин к одной выборке (смеси);  $c$  – количество объединяемых групп.

Для оценочных расчетов примем равновероятность выборок ( $p = 0,5$ ), тогда соответствующее значение  $t = 1,05$ .

При использовании выборочных данных относительный объем выборки

$$F = \frac{n_p}{n + n_p},$$

где  $n$  – количество наблюдений, попавших в группу нормального распределения,  $n_p$  – количество наблюдений, попавших в интервальную оценку равномерного распределения.

В связи с развитием концепции интервальных оценок представляется возможным и уточнение расчетного значения модуля упругости грунта по генеральной совокупности. Для этого в генеральной совокупности необходимо выделить интервал с заданной обеспеченностью и рассмотреть его как равномерное распределение.

Формула для оценки расчетного модуля упругости грунта имеет вид

$$E_y = \frac{M_X + n\sigma + M_X - n\sigma}{2} - \frac{M_X + n\sigma - M_X + n\sigma}{2\sqrt{3}} = M_X - \frac{n\sigma}{\sqrt{3}}.$$

Опыт применения существующего дорожно-климатического районирования показал, что оно не в полной мере отражает все особенности природно-климатических условий при проектировании и строительстве автомобильных дорог Юго-Восточного Казахстана. В первую очередь это касается территорий с наличием многолетнемерзлых грунтов, где в зависимости от мощности мерзлого слоя, его физико-механических характеристик необходимо принимать те или иные конструктивные решения при строительстве или модернизации автомобильных дорог.

На основании вышеизложенного можно сделать следующий вывод: представленная методика позволяет осуществить корректировку расчетных значений параметров автомобильных дорог с учетом динамики природно-климатических условий и неблагоприятного влияния на них хозяйственной деятельности человека.

#### Список литературы

1. Киялбаев А.К. Экологическая безопасность при эксплуатации автомобильных дорог и городских улиц. – Алматы: НИЦ «Гылыми», 2003. – 300 с.
2. Ярмолинский В.А. Развитие и модернизация опорной автодорожной сети Дальнего Востока для повышения её надежности в процессе эксплуатации: Дисс. на соиск. уч. степени д-ра техн. наук. ГОУ ВПО «Тихоокеанский государственный университет». – Хабаровск, 2007. – 415 с.

Получено 10.09.07.

**Ж.О. Кульсеитов, М.С. Муздыбаев, А.М. Жандарбекова**  
ВКГТУ им. Д. Серикбаева, г. Усть-Каменогорск

**ВОПРОСЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЭКСПЕРТНЫХ МЕТОДОВ ДЛЯ ОЦЕНКИ  
И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ РЕСУРСОВ АГРЕГАТОВ МАШИН**

Работа по оценке и прогнозированию ресурсов технических систем является последовательным процессом накопления информации относительно некоторого объекта, состояние знаний о котором недостаточно полное, а поэтому оценка специалистами (экспертами) возможных результатов такой работы является вероятностной. Одним из современных способов оценки и прогнозирования показателей долговечности объектов при ограниченной информации является экспертный метод [1], который связан с ограничениями в выборе экспертов и их субъективностью. Вместе с тем, если в качестве экспертов используются квалифицированные специалисты (эксплуатационный и ремонтный персонал, конструкторы, технологи), то экспертный опрос может дать весьма полезные результаты для оценки и прогнозирования ресурсов агрегатов и машин в условиях эксплуатации.

Ценность эвристического подхода, основанного на экспертных оценках, заключается, прежде всего, в быстром получении результатов при минимальных затратах. При этом трудно утверждать о высокой точности результирующих оценок по сравнению с аналогичными, но полученными с использованием математических методов (в том числе и вероятностно-статистических). Однако при достаточно корректной постановке экспертизы и грамотной обработке ее результатов можно быть уверенным, что экспертные оценки вполне адекватно отражают исследуемую ситуацию и отвечают на многие вопросы, возникающие при оценке и прогнозировании ресурса машин и их агрегатов.

Как указано в [2, 3] ценность экспертных методов состоит, прежде всего, в том, что с их помощью учитывается обобщенное мнение специалистов и систематизируется разносторонняя информация для принятия необходимых решений. Применение экспертных методов обеспечивает активное участие высококвалифицированных специалистов (экспертов) на всех этапах процесса формирования решений. Практика показывает, что использование логико-математического аппарата для обработки информации, полученной от экспертов, позволяет значительно повысить качество и эффективность принимаемых решений.

Отдельные попытки применения метода экспертных оценок [4] в области прогнозирования показателей долговечности объектов при ограниченной информации показывают, что его использование приводит к приемлемым результатам. Это позволяет сделать вывод о возможности постановки новых экспериментов по использованию этого метода для определения ресурсных показателей технических систем, в частности ресурсов деталей и узлов машин.

Перед сотрудниками лаборатории «Проблемы надежности машин» ВКГТУ им. Д. Серикбаева поставлена задача определения ресурсных показателей деталей и узлов, лимитирующих надежность ГМП модели У35.605 фронтальных погрузчиков ТО-18А, эксплуатируемых в опорном предприятии ТОО «УМС-1» г. Усть-Каменогорска. В связи с небольшим объемом выборки для определения ресурсов деталей и узлов ГМП У35.605 в опорном предприятии экспериментальным путем было принято решение об использовании метода экспертной оцен-

ки. При этом требовалось сформировать экспертную группу, разработать форму опросной анкеты, составить алгоритм получения группового решения и анализа согласованности.

Специфика и разнообразие решаемых при участии экспертов проблем существенно ограничивают возможности создания универсальных правил и моделей экспертизы. Однако поскольку экспертиза находит все более широкое применение при подготовке решений, необходимо стремиться к тому, чтобы сделать эту процедуру более формализованной. В работах [2, 3] намечены основные этапы проведения экспертизы (рис. 1), последовательность и содержание которых будут изменяться в зависимости от реальных условий и ограничений.

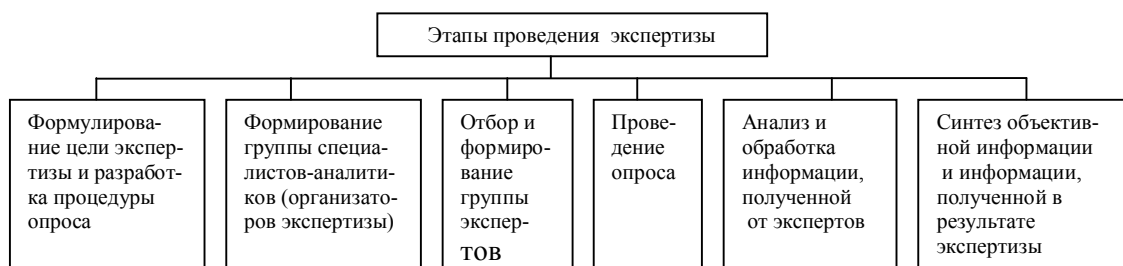


Рисунок 1 – Этапы проведения экспертизы

Наличие четко сформулированных целей и ясно понятых потребностей является обязательным условием обеспечения надежного результата экспертизы. Выбор целей и характер процедуры экспертизы в значительной степени определяются существом проблемы, предполагаемыми конечными результатами и возможными способами их представления, а также зависят от надежности и полноты имеющихся данных и вида требуемой информации.

Прежде всего необходимо четко установить признак, по которому надлежит производить оценку, а также условия ее использования. Затем необходимо формировать группу специалистов-аналитиков, важнейшими задачами которой являются разработка метода и модели опроса, отбор экспертов, проведение опроса, анализ и обобщение информации. Группа аналитиков должна обеспечить условия для наиболее плодотворной деятельности экспертов как за счет разработки эффективной системы контактов с ними (и внутри группы экспертов), так и путем выбора процедуры опроса, в полной мере соответствующей характеру проблем.

Одной из составляющих метода экспертных оценок является отбор и формирование экспертной группы. Первоначально необходимо установить ее численность и требования, которым должны удовлетворять эксперты. Совокупность этих требований условно делится на четыре группы: информированность, заинтересованность в результатах экспертизы, деловитость и объективность [5]. Информированность имеет два аспекта – профессиональный и качественный. В первом случае необходимо знание истории развития и производства оцениваемой продукции, значение показателей ее качества. Во втором – четкое понимание экспертом подхода и методов оценки качества продукции. Заинтересованность эксперта в результатах экспертизы определяется возможностью повышения его информированности, а также перспективой использования результатов в дальнейшей профессиональной деятельности. Деловитость эксперта включает: собранность, внимательность, коммуникабельность, умение мо-

тивировать выносимые оценки. Объективность эксперта включает его способность учитывать информацию при самостоятельном вынесении оценок, а также корректировать их при поступлении новой информации от коллег-экспертов.

Составляя список кандидатов в эксперты, необходимо прежде всего исходить из его компетентности в области непосредственной деятельности. Один из способов анализа компетентности кандидатов в эксперты заключается в подготовке специальных анкет, отвечая на вопросы которых, они должны показать свою эрудицию и аналитические способности [2]. Получив данные об индивидуальной самооценке, можно рассчитать среднюю групповую самооценку. Хотя методы самооценки недостаточно точны для того, чтобы служить единственным критерием выбора экспертов, использование таких методов дает возможность выполнить предварительный отбор группы наиболее компетентных специалистов.

Вместе с тем точность групповой оценки существенно зависит от числа экспертов в группе. Использование кривых [2], характеризующих зависимость между групповой самооценкой и средней групповой ошибкой, между количеством экспертов в группе и средней групповой ошибкой, позволяет осуществить отбор из наиболее компетентных специалистов и определить минимально допустимое число экспертов в группе.

При подборе и оценке числа экспертов необходимо учитывать еще одно ограничение, касающееся соответствия целей экспертов целям экспертизы. Группа не должна состоять из представителей одной узкой специальности, так как в этом случае их мнение будет в определенной степени тенденциозным. При подборе экспертов необходимо также принимать во внимание характер экспертизы: степень сложности и остроты обсуждаемой проблемы, квалификацию и опыт экспертов, иногда даже их личные отношения.

Согласно [3] эксперт должен удовлетворять следующим требованиям:

- оценки эксперта должны быть стабильны;
- наличие дополнительной информации о прогнозируемых признаках лишь улучшает оценку эксперта;
- эксперт должен обладать некоторым опытом успешных прогнозов в данной области знаний.

В данном исследовании в состав группы экспертов входят преимущественно специалисты инженерно-технической службы предприятий, занимающихся техническим обслуживанием и ремонтом гидромеханических передач. При выборе экспертов наиболее важным фактором являлся их производственный опыт работы с объектом исследования, в том числе с аналогичными исследуемому. Количество экспертов составило 25 человек.

В основе большинства экспертных методов лежит анкета (опросный лист), с помощью которой осуществляется сбор необходимой информации. При этом набор конкретных вопросов, а в ряде случаев и вероятностных ответов, помогает эксперту лучше понять поставленную задачу. Анкета должна быть идентична для всех экспертов, входящих в экспертную группу. Вопросы, включаемые в анкету, принято различать по содержанию, форме, функциям и по подбору признаков (рис. 2) [2, 3].

В зависимости от характера требующейся информации, возможностей ее получения и интерпретации, существующие методы опроса подразделяются: на индивидуальные и групповые, личные (очные) и заочные, открытые и закрытые и т.д. Каждый метод опроса экспертов должен быть основан на учете взаимосвязи явно выраженных признаков и скрытой (латентной) переменной, связанной с определенным отношением эксперта к исследуемой проблеме.



Следует отметить, что анкетирование - не единственный способ организации экспертизы, однако именно оно является наиболее приемлемой формой для целей прогнозирования. Важное значение имеет правильная формулировка вопросников (анкет), которая должна обеспечивать их единственное толкование и выражение ответа на каждый вопрос в виде количественной оценки. В случаях, когда отдельным качественным признакам трудно дать количественную оценку, нужно оценивать сравнительную интенсивность признака с помощью методов упорядочения.



Рисунок 2 – Классификация вопросов, входящих в опросную анкету экспертной оценки

Как отмечено в [3], для лучшего понимания и облегчения работы экспертов можно заранее формулировать известную точку зрения. Следует отметить, что от последовательности вопросов зависит и содержание ответов, которые получает организатор экспертизы. Произвольное чередование вопросов снижает достоверность получаемой информации.

На основании многолетнего опыта работы лаборатории «Проблемы надежности машин» ВКГТУ им. Д. Серикбаева и результатов ранее выполненных исследований [1-5 и др.] авторами предложена форма опросной анкеты определения ресурсных показателей деталей и узлов, лимитирующих надежность гидромеханической передачи У35.605 фронтального погрузчика ТО18А (рис. 3).

Как видно из анализа, анкета содержит вопросы об оптимистичной, пессимистичной и наиболее вероятной оценке ресурсных показателей деталей, лимитирующих надежность ГМП.

При составлении опросной анкеты авторами учтена возможность неполного охвата номенклатуры деталей, лимитирующих надежность ГМП машины. Для их включения в перечень деталей в опросной анкете предусмотрены дополнительные графы для указания наименований и номеров деталей по каталогу с оценкой их ресурсов (рис. 3).

В данном исследовании основные направления метода экспертной оценки связаны с попытками сочетания (дополнение и сравнение результатов) с другими методами оценки и прогнозирования ресурсов агрегатов машин, расширением областей применения и изысканием путей устранения выявляющихся недостатков.

Анализ проведенных исследований показывает, что экспертный метод оценки и прогнозирования ресурсов агрегатов машин является комплексным и в целом предшествует

оптимизации комплекса работ текущего ремонта, позволяет составить карту разновидностей текущего ремонта ГМП, сократить затраты на поддержание их работоспособности, а также продлить срок службы и восстановления ресурса фронтального погрузчика ТО18А.

### Опросная анкета

Определение ресурсных показателей деталей и узлов, лимитирующих надежность гидромеханической передачи У35.605 фронтального погрузчика ТО-18 А

#### Анкета №

Ф.И.О. эксперта \_\_\_\_\_  
Образование \_\_\_\_\_  
Место работы (предприятие) \_\_\_\_\_  
Занимаемая должность \_\_\_\_\_  
Направление профессиональной деятельности \_\_\_\_\_  
Стаж работы в данной области \_\_\_\_\_

#### Уважаемый эксперт!

При формировании разновидностей текущего ремонта агрегатов и узлов машин в эксплуатации возникает необходимость в определении наилучшей стратегии замен их конструктивных элементов исходя из минимума затрат на поддержание надежности машины.

Цель данной анкеты: уточнить номенклатуру деталей и узлов, лимитирующих надежность унифицированной гидромеханической передачи У35. 605, устанавливаемой на многие дорожно-строительные машины, в частности на фронтальном погрузчике ТО-18А. Кроме того, необходимо определить их ресурсные показатели (средние наработки до первого отказа и между отказами, их коэффициент вариации).

Исходя из вышеизложенного, просим вас ответить на следующие вопросы:

1. Могут ли, по Вашему мнению, нижеуказанные детали и узлы лимитировать надежность ГМП У35.605? Укажите оценки средних наработок до отказа и коэффициентов вариаций.

№	Наименование	№ по каталогу	До первого отказа						Между отказами					
			Ср. наработка тыс. мото-ч			Коэф. вариации (от 0,1 до 1,0)			Ср. наработка, тыс. мото-час			Коэф. вариации (0,1 до 1,0)		
			min	max	сред	min	max	сред	min	max	сред	min	max	сред
1	Вал ведущий	605-00-020												
2	Вал рабочего колеса	605-00-030												
3	Крышка	605-00-090												
4	Колесо турбины	605-00-110												
5	Колесо насоса	605-00-140												
6	Муфта фрикционная	605-01-000												
7	Муфта фрикционная двойная	605-02-000												
8	Корпус золотника	605-03-000												
9	Регулятор давления	605-04-000												
10	Колесо направ. части	605-06-000												
11	Вал ведомый	605-1-00-001												
12	Вал отключаемый	605-1-00-002												

2. Какие детали (узлы), лимитирующие надежность ГМП, не приведены в вышеуказанном перечне? Укажите их наименование, номер по каталогу, оценку средних наработок до отказа и коэффициентов вариаций.

№	Наименование	№ по каталогу	До первого отказа						Между отказами					
			Ср. наработка тыс. мото-ч			Коэф. вариации (от 0,1 до 1,0)			Ср. наработка, тыс. мото-час			Коэф. вариации (0,1 до 1,0)		
			min	max	сред	min	max	сред	min	max	сред	min	max	сред

Благодарим Вас за работу!

## Рисунок 3 – Форма опросной анкеты

## Список литературы

1. Острейковский В.А. Теория надежности: Учебник для вузов. – М.: Высшая школа, 2003. – 463 с.
2. Бешелов С.Д. Математико-статистические методы экспертных оценок / С.Д. Бешелов, Ф.Г. Гурвич. – 2-е изд. – М.: Статистика, 1980. – 263 с.
3. Петров В.Л. Применение метода экспертных оценок для вероятностного метеорологического прогноза // Гидрометеорология. Серия «Метеорология»: Обзорная информация. – Вып. 7. – Обнинск, 1981. – 35 с.
4. Котельников В.С. Экономические вопросы экспертных обследований грузоподъемных кранов / В.С. Котельников, А.А. Короткий, И.И. Еремин // Стройка: финансы и экономика. Монтажные и специальные работы в строительстве. – 2003. – № 9.
5. Методика применения экспертных методов для оценки качества продукции. – М.: Изд-во Стандарты, 1975. – 55 с.

Получено 16.08.07.

УДК 621.01

**К.К. Толубаева**

ВКГТУ им. Д.Серикбаева, Усть-Каменогорск

**ВЫВОД УРАВНЕНИЙ ДИНАМИКИ РОТОРНОЙ СИСТЕМЫ С УЧЕТОМ ТЕЛА УПРАВЛЕНИЯ**

Рассматривается роторная система, состоящая из вертикального вала и насаженных на него двух роторов разных диаметров. Первый ротор большего диаметра имеет форму цилиндра и укреплен консольно на конце вала. Второй диск и находится между первой и второй опорами. На втором диске находится тело управления в виде ползуна, который приводится в движение с помощью управляемого механизма или силового воздействия.

На схеме роторной системы (рис. 1, а) показано, что ось удерживается в вертикальном направлении двумя опорами  $A_0$  и  $B_0$ . Причем верхняя опора  $B_0$  считается упругой, имеет приведенную жесткость, в неподвижной системе координат  $A_0xyz$ . Свяжем с роторной системой следующие системы отсчета (рис. 1, б):  $A_0xyz$  – инерциальная неподвижная система координат;  $Sx_1y_1z_1$  – система отсчета с началом в центре масс рабочего ротора и осями, параллельными осям системы  $A_0xyz$ ;  $S\xi\zeta\eta$  – система отсчета, жестко связанная с ротором;  $S\xi_1\zeta_1\eta_1$  – система главных центральных осей инерции ротора. Ось вала роторной системы проходит через точку  $O$ , центр тяжести  $S$  рабочего ротора находится от точки  $O$  на расстоянии  $e$ . Кроме линейного эксцентриситета имеется и угловой эксцентриситет  $\delta$  (рис. 2, а). Точка  $O_1$  (рис. 2, б) соответствует положению точки  $O$  в системе  $A_0xyz$ , когда вал ротора не деформирован. По отношению к неподвижной системе координат  $A_0xyz$  положение точки  $O$  определяется координатами  $x, y, z$ , угловая ориентация большого диска в пространстве – углами Эйлера  $\psi, \theta, \varphi$  и линией узлов. Координаты центра тяжести большого ротора  $S$  обозначим через  $x_S, y_S, z_S$ , при этом положим  $z_S = z = const$ .

Для вывода уравнений движения роторной системы воспользуемся уравнениями Ла-

гранжа второго рода

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial q_j} \right) + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_j} = Q_j + P_j, j = \overline{1, n}, \quad (1)$$

где  $L = T - \Pi$  – функция Лагранжа,  $T$  – кинетическая энергия,  $\Pi$  – потенциальная энергия,  $\Phi$  – диссипативная функция,  $q_j, \dot{q}_j, j = \overline{1, n}$  – обобщенные координаты и скорости системы,  $Q_j, P_j$  – обобщенные активные и реактивные силы системы. Для цилиндрического ротора:  $R$  – радиус ротора,  $h$  – высота ротора,  $m$  – масса ротора, моменты инерции относительно главных осей определяются формулами:

$$I_2 = I_{\eta_1} = \frac{mR^2}{2}, \quad I_1 = I_{\xi_1} = I_{\zeta_1} = \frac{m}{4} (R^2 + \frac{h^2}{3}). \quad (2)$$

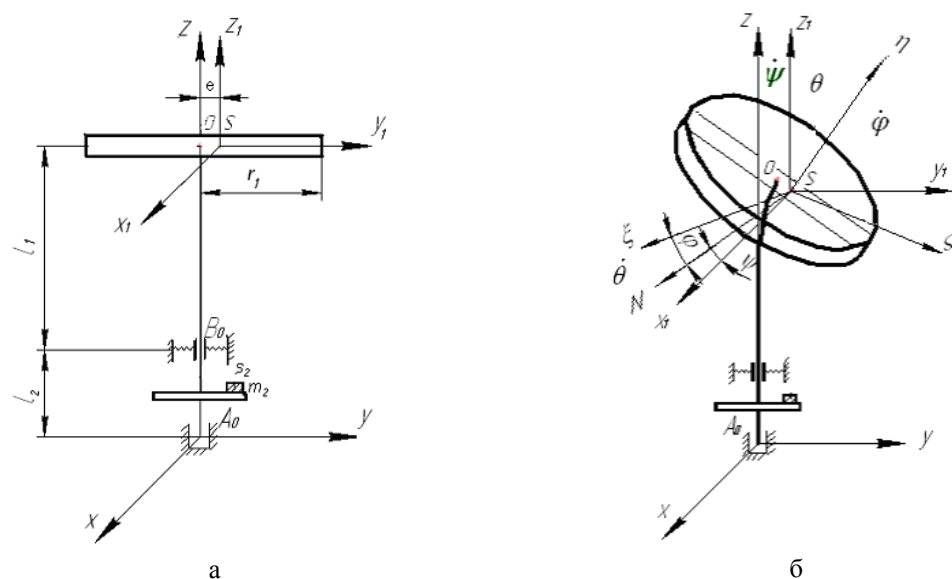


Рисунок 1 – Расчетная схема роторной системы с телом управления

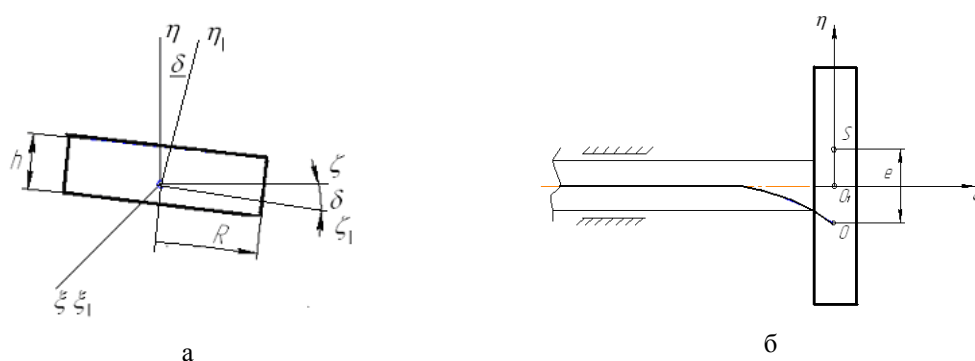


Рисунок 2 – Схема рабочего ротора с угловым и линейным эксцентриситетами

Координаты центра тяжести  $S$  большого ротора (рис. 2, б) с учетом эксцентриситета  $e$  определяются формулами

$$\left. \begin{aligned} x_s &= x + e \cos \varphi \\ y_s &= y + e \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

и их скорости

$$\dot{x}_s = \dot{x} - e\dot{\varphi} \sin \varphi, \quad \dot{y}_s = \dot{y} + e\dot{\varphi} \cos \varphi, \quad (4)$$

кроме того, запишем, что

$$\dot{x}_s^2 + \dot{y}_s^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + 2e\dot{\varphi}(\dot{x} \sin \varphi - \dot{y} \cos \varphi) + 2e^2\dot{\varphi}^2, \quad (5)$$

в дальнейшем последнее слагаемое  $2e^2\dot{\varphi}^2$  не будет учитываться как величина второго порядка малости.

На втором дополнительном диске с радиусом  $R_3$ , массой  $m_3$  установлен ползун массой  $m_{пол}$ , который приводится в движение неким механизмом. Момент инерции второго диска  $I_3 = \frac{m_3 R_3^2}{2}$ . Диск с ползуном представлен на рис. 3. Ползун совершает движение по прямой относительно второго диска по определенному закону  $S_n = \Pi(\varphi)$ , который является функцией управления для гашения вибрации рабочего ротора.

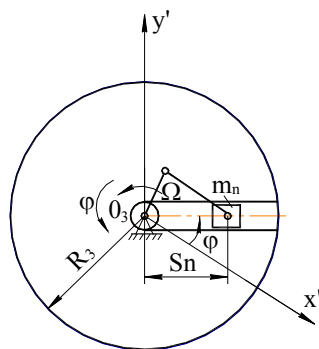


Рисунок 3 – Дополнительный диск с ползуном

Положение ползуна в системе  $A_0xyz$  определяется полярными координатами  $S_{\Pi}$  и  $\varphi$ . Скорость ползуна равна сумме  $\bar{V}_r$  радиальной и  $\bar{V}_{\varphi}$  тангенциальной составляющих

$$\bar{V}_{\Pi} = \bar{V}_r + \bar{V}_{\varphi}, \quad (6)$$

где с учетом  $S_n = \Pi(\varphi)$ ,  $\bar{V}_r = \dot{S}_{\Pi} = \Pi' \dot{\varphi}$ ,  $V_{\varphi} = S_{\Pi} \dot{\varphi}$ ,

здесь  $\Pi' = d\Pi/d\varphi$  - аналог скорости и модуль скорости ползуна

$$V_{\Pi}^2 = (\Pi'^2 + S_{\Pi}^2) \dot{\varphi}^2. \quad (7)$$

В качестве обобщенных координат роторной системы принимаем набор координат  $x, y, \varphi, \psi, \theta, \Delta\theta = \theta - \theta_0$ , где  $\theta_0$  - значение угла нутации при жестком вале ротора. Кинетическая энергия роторной системы равна кинетической энергии первого и второго роторов с учетом кинетической энергии ползуна

$$T = \frac{1}{2} m(\dot{x}_s^2 + \dot{y}_s^2) + T_{\text{вп.}} + T_2. \quad (8)$$

Кинетическая энергия вращательного движения рабочего ротора  $T_{\text{вп.}}$  определяется по формуле

$$T_{\text{вп.}} = \frac{1}{2} I_2 (\omega_\eta^2 \cos^2 \delta - 2\omega_\zeta \omega_\eta \cos \delta \sin \delta + \omega_\zeta^2 \sin^2 \delta) + \frac{1}{2} I_1 (\omega_\eta^2 \sin^2 \delta + 2\omega_\zeta \omega_\eta \cos \delta \sin \delta + \omega_\zeta^2 \cos^2 \delta) + \frac{1}{2} I_1 \omega_\xi^2. \quad (9)$$

Моменты инерции с учетом углового эксцентриситета  $\delta$  относительно системы  $S_{\xi\zeta\eta}$  будут равны

$$I_\xi = I_{\zeta 1} = I_1; \quad I_\zeta = I_1 \cos^2 \delta + I_2 \sin^2 \delta; \quad I_\eta = I_1 \sin^2 \delta + I_2 \cos^2 \delta; \quad I = \frac{1}{2} (I_1 - I_2) \sin 2\delta. \quad (10)$$

Кинетическая энергия роторной системы

$$T_{\text{вп.}} = \frac{1}{2} I_\zeta \omega_\zeta^2 + \frac{1}{2} I_\eta \omega_\eta^2 + \frac{1}{2} I_1 \omega_\xi^2 - I_\Delta \omega_\zeta \omega_\eta, \quad (11)$$

т.к.  $\delta \ll 1$  величина малая, в формуле (10)  $\sin 2\delta \approx 2\delta$ ,  $\sin \delta = 0$ ,  $\cos \delta = 1$ , тогда

$$T_{\text{вп.}} = \frac{1}{2} I_1 \omega_\zeta^2 + \frac{1}{2} I_2 \omega_\eta^2 + \frac{1}{2} I_1 \omega_\xi^2 - \Delta I \delta \omega_\zeta \omega_\eta = \frac{1}{2} I_1 (\omega_\zeta^2 + \omega_\xi^2) + I_2 \omega_\eta^2 - \Delta I \delta \omega_\zeta \omega_\eta. \quad (12)$$

Напишем кинетическое уравнение Эйлера для нашего случая

$$\omega_\zeta = \dot{\psi} \sin \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \cdot \sin \varphi, \quad \omega_\eta = \dot{\phi} + \dot{\psi} \cos \theta, \quad \omega_\xi = \dot{\psi} \sin \theta \sin \varphi + \dot{\theta} \cdot \cos \varphi. \quad (13)$$

Вычислим

$$\begin{aligned} \omega_\zeta^2 &= \dot{\psi}^2 \sin^2 \theta \cos^2 \varphi - \dot{\theta}^2 \sin^2 \varphi - \dot{\psi} \dot{\theta} \sin \theta \cdot \sin 2\varphi, \\ \omega_\eta^2 &= \dot{\phi}^2 + \dot{\psi}^2 \cos^2 \theta + 2\dot{\phi} \dot{\psi} \cos \theta, \quad \omega_\xi^2 = \dot{\psi}^2 \sin^2 \theta \sin^2 \varphi + \dot{\theta}^2 \cdot \cos^2 \varphi + \dot{\psi} \dot{\theta} \sin \theta \sin 2\varphi, \\ \omega_\zeta \omega_\eta &= \dot{\psi} \dot{\phi} \sin \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \dot{\phi} \sin \varphi + \frac{1}{2} \dot{\psi}^2 \sin 2\theta \cos \varphi - \dot{\theta} \dot{\psi} \cos \theta \sin \varphi. \end{aligned} \quad (14)$$

Подставляем формулы (13) в (12), тогда

$$\begin{aligned} T_{\text{вп.}} &= \frac{1}{2} I_1 (\dot{\psi}^2 \sin^2 \theta + \dot{\theta}^2) + \frac{1}{2} I_2 (\dot{\phi}^2 + \dot{\psi}^2 \cos^2 \theta + 2\dot{\phi} \dot{\psi} \cos \theta) - \\ &- \Delta I \cdot \delta (\dot{\psi} \dot{\phi} \sin \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \dot{\phi} \sin \varphi + \frac{1}{2} \dot{\psi}^2 \sin 2\theta \cos \varphi - \dot{\theta} \dot{\psi} \cos \theta \sin \varphi) = \\ &= \frac{1}{2} (I_1 \sin^2 \theta + I_2 \cos^2 \theta) \dot{\psi}^2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\phi}^2 + I_2 \dot{\phi} \dot{\psi} \cos \theta - \\ &- \Delta I \cdot \delta (\dot{\psi} \dot{\phi} \sin \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \dot{\phi} \sin \varphi + \frac{1}{2} \dot{\psi}^2 \sin 2\theta \cos \varphi - \dot{\theta} \dot{\psi} \cos \theta \sin \varphi). \end{aligned} \quad (15)$$

Введем обозначения

$$\begin{aligned} A_{11} &= I_2, \quad A_{22}(\theta, \varphi) = I_1 \sin^2 \theta + I_2 \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \Delta I \delta \sin 2\theta \cos \varphi, \\ A_{33} &= I_1, \quad A_{12}(\theta, \varphi) = I_2 \cos \theta - \Delta I \delta \sin \theta \cos \varphi, \quad A_{13}(\varphi) = \Delta I \delta \sin \varphi, \\ A_{23}(\theta, \varphi) &= \Delta I \delta \cos \theta \sin \varphi. \end{aligned} \quad (16)$$

С учетом обозначений (16) кинетическая энергия (15) примет вид

$$T_{ep.} = \frac{1}{2} A_{11} \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} A_{22}(\theta, \varphi) \dot{\psi}^2 + \frac{1}{2} A_{33} \dot{\theta}^2 + A_{12}(\theta, \varphi) \dot{\phi} \dot{\psi} + A_{13}(\varphi) \dot{\phi} \dot{\theta} + A_{23}(\theta, \varphi) \dot{\psi} \dot{\theta}. \quad (17)$$

Кинетическая энергия рабочего ротора с учетом (6) и (17) будет равна

$$T_1 = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + me \dot{\phi} (-\dot{x} \sin \varphi - \dot{y} \cos \varphi) + \frac{1}{2} A_{11} \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} A_{22} \dot{\psi}^2 + \frac{1}{2} A_{33} \dot{\theta}^2 + A_{12} \dot{\phi} \dot{\psi} + A_{13} \dot{\phi} \dot{\theta} + A_{23} \dot{\psi} \dot{\theta}. \quad (18)$$

Кинетическая энергия второго диска с учетом ползуна имеет вид

$$T_2 = \frac{1}{2} J_3 \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} m_{II} V_{II}^2. \quad (19)$$

Подставляя в формулу (19) известное выражение  $J_3 = \frac{m_3 R_3^2}{2}$  и  $V_n$  – скорости ползуна из (8), получаем

$$T_{II} = \frac{1}{2} [J_3 + (\Pi'^2 + S_{II}^2) m_{II}] \dot{\phi}^2. \quad (20)$$

Кинетическая энергия роторной системы (9) с учетом (18) и (20) имеет вид

$$T = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + me \dot{\phi} (-\dot{x} \sin \varphi + \dot{y} \cos \varphi) + [me^2 + \frac{1}{2} (A_{11} + J_3 + \Pi'^2 m_n + S_n^2 m_n)] \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} A_{22}(\theta, \varphi) \dot{\psi}^2 + \frac{1}{2} A_{33} \dot{\theta}^2 + A_{12}(\theta, \varphi) \dot{\phi} \dot{\psi} + A_{13}(\varphi) \dot{\phi} \dot{\theta} + A_{23}(\theta, \varphi) \dot{\psi} \dot{\theta}. \quad (21)$$

Потенциальная энергия системы складывается из

$$\Pi = \Pi_{вал} + \Pi_{под}. \quad (22)$$

Потенциальная энергия вала

$$\Pi_{вал} = \frac{1}{2} C_{np.} (x^2 + y^2) + \frac{1}{2} \gamma_B \theta^2, \quad (23)$$

где  $C_{np.}, \gamma_B$  – приведенные коэффициенты при изгибе вала, соответствующие прогибу и угловому перемещению точки  $O$  вала и ротора;  $\theta$  – угол поворота касательной оси вала при изгибе совпадает с углом нутации, если отсутствует скручивание вала относительно осей, лежащих в плоскости диска.

Расчетная схема упругого вала, работающего на изгиб, представлена на рис. 4. Для описания упругих свойств валов и балок при изгибных колебаниях обычно пользуются коэффициентами жесткости  $C_{ij}$ .

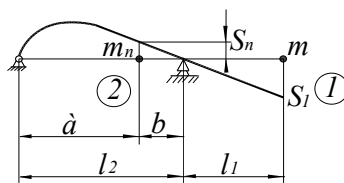


Рисунок 4 – Расчетная схема упругого вала

Коэффициенты  $C_{ij}$  равны силам на единицу прогиба в соответствующем сечении и

их сочетании, в этом случае следует учесть, что  $a = b = \frac{\ell_2}{2}$ , они будут равны,

$$\begin{aligned} C_{22} &= \frac{3EJ \cdot \ell_2}{a^2 b^2} = \frac{48EJ}{\ell_2^3}; \quad C_{11} = \frac{3EJ}{\ell_1^2(\ell_2 + \ell_1)}; \\ C_{12} &= -\frac{6EJ \cdot \ell_2}{abc(\ell_2 + a)} = -\frac{6EJ \ell_2}{\frac{\ell_2^2}{4} \cdot \ell_1(\ell_2 + \frac{\ell_2}{2})} = -\frac{48EJ}{3\ell_2^2 \ell_1} = -\frac{16EJ}{\ell_2^2 \ell_1}, \end{aligned} \quad (24)$$

где  $J$  - момент инерции сечения вала ротора.

Аналогично можно определить коэффициент угловой жесткости (момент) в сечении 1 от единичного углового перемещения

$$\gamma_B = \frac{6\ell_2 EJ}{(\ell_2^2 + \ell_1 \ell_2 - \ell_1^2)}. \quad (25)$$

Учитывая эти соотношения, выражение потенциальной энергии вала при изгибе запишем в виде

$$P_{вал} = \frac{1}{2} C_{11}(x^2 + y^2) + \frac{1}{2} C_{22} \frac{\ell_2^2}{4\ell_1}(x^2 + y^2) + \frac{1}{2} C_{12} \frac{\ell_2}{2\ell_1}(x^2 + y^2) + \frac{1}{2} \gamma_B \theta^2. \quad (26)$$

Сравнивая формулы (23) и (26), приведенный коэффициент жесткости будет равен

$$C_{np.} = C_{11} + C_{22} \frac{\ell_2}{4\ell_1} + C_{12} \frac{\ell_2}{2\ell_1}. \quad (27)$$

Потенциальная энергия подшипников в точке  $B_0$  будет равна

$$P_{под.} = \frac{1}{2} C_{под.} \ell_2^2 \theta_O^2 + \frac{1}{2} \gamma_{под.} \theta_O^2 = \frac{1}{2} (C_{под.} \ell_2^2 + \gamma_{под.}) \theta_O^2. \quad (28)$$

Потенциальная энергия роторной системы (22) с учетом (23) и (28) запишется в виде

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} C_{np.}(x^2 + y^2) + \frac{1}{2} (\gamma_B + C_{под.} \ell_2^2 + \gamma_{под.}) \theta^2 - \\ &- (C_{под.} \ell_2^2 + \gamma_{под.}) \theta \Delta\theta + \frac{1}{2} (C_{под.} \ell_2^2 + \gamma_{под.}) \Delta\theta^2. \end{aligned} \quad (29)$$

Диссипативная функция вала:

$$\Phi = \frac{1}{2} b_{np.} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2} \aleph_B \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \aleph_{под.} \Delta\dot{\theta}^2, \quad (30)$$

где  $b_{np.}$  - приведенный коэффициент диссипации;  $\aleph_B$ ,  $\aleph_{под.}$  - коэффициенты диссипации вала и подшипника при угловом перемещении вала, которые считаются известными. При этом  $\Delta\theta = \theta - \theta_0$  угловое перемещение точки вала происходит за счет его упругой деформации, где установлен ротор.

Далее вычисляем составляющие уравнений Лагранжа второго рода (1) при обобщенных координатах  $x, y, \varphi, \psi, \theta, \Delta\theta$ .

Производные кинетической энергии системы (21) от обобщенных скоростей

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = m\dot{x} - m e \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi, \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{y}} = m\dot{y} + m e \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi,$$



$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = me(-\dot{x} \sin \varphi + \dot{y} \cos \varphi) + [2me^2 + A_{11} + I_3 + (\Pi'^2 + S_n^2)m_n] \dot{\varphi} + A_{12}\dot{\psi} + A_{13}\dot{\theta}, \quad (31)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\psi}} = A_{22}\dot{\psi} + A_{12}\dot{\varphi} + A_{23}\dot{\theta}, \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} = A_{33}\dot{\theta} + A_{13}\dot{\varphi} + A_{23}\dot{\psi}, \quad \frac{\partial T}{\partial \Delta \dot{\theta}} = 0.$$

Производные кинетической энергии системы (21) от обобщенных координат

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial \psi} = \frac{\partial T}{\partial \Delta \theta} = 0,$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \varphi} &= me\dot{\varphi}(-\dot{x} \cos \varphi - \dot{y} \sin \varphi) + m_n \Pi'(\Pi'' + S_n) \dot{\varphi}^2 + \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\partial A_{22}}{\partial \varphi} \dot{\psi}^2 + \frac{\partial A_{12}}{\partial \varphi} \dot{\varphi} \dot{\psi} + \frac{\partial A_{13}}{\partial \varphi} \dot{\varphi} \dot{\theta} + \frac{\partial A_{23}}{\partial \varphi} \dot{\psi} \dot{\theta}, \\ \frac{\partial T}{\partial \theta} &= \frac{1}{2} \frac{\partial A_{22}}{\partial \theta} \dot{\psi}^2 + \frac{\partial A_{12}}{\partial \theta} \dot{\varphi} \dot{\psi} + \frac{\partial A_{23}}{\partial \theta} \dot{\psi} \dot{\theta}, \end{aligned} \quad (32)$$

где  $\Pi'' = d^2 \Pi / d\varphi^2$ ,  $\frac{\partial A_{22}}{\partial \varphi} = \frac{1}{2} \Delta I \delta \sin 2\theta \sin \varphi$ ,  $\frac{\partial A_{12}}{\partial \varphi} = \Delta I \delta \sin \theta \sin \varphi$ ,

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_{13}}{\partial \varphi} &= \Delta I \delta \cos \varphi, \quad \frac{\partial A_{23}}{\partial \varphi} = \Delta I \delta \cos \theta \cos \varphi, \quad \frac{\partial A_{22}}{\partial \theta} = (I_1 - I_2) \sin 2\theta - \Delta I \delta \cos 2\theta \cos \varphi, \\ \frac{\partial A_{12}}{\partial \theta} &= -I_2 \sin \theta + \Delta I \delta \cos \theta \cos \varphi, \quad \frac{\partial A_{23}}{\partial \theta} = -\Delta I \delta \sin \theta \sin \varphi. \end{aligned} \quad (33)$$

Производные по времени:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) &= m\ddot{x} - me\ddot{\varphi} \cdot \sin \varphi - me\dot{\varphi}^2 \cos \varphi, \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{y}} \right) = m\ddot{y} + me\ddot{\varphi} \cdot \cos \varphi - me\dot{\varphi}^2 \sin \varphi, \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) &= me(-\ddot{x} \sin \varphi + \ddot{y} \cos \varphi) - me\dot{\varphi}(\dot{x} \cos \varphi + \dot{y} \sin \varphi) + \\ &+ (A_{11} + I_3 + (\Pi'^2 + S_n^2)m_n + 2me^2)\ddot{\varphi} + \\ &+ 2\Pi'(\Pi'' + S_n)m_n\dot{\varphi}^2 + A_{12}\ddot{\psi} + A_{13}\ddot{\theta} + \frac{dA_{12}}{dt}\dot{\psi} + \frac{dA_{13}}{dt}\dot{\theta}, \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\psi}} \right) &= A_{22}\ddot{\psi} + A_{12}\ddot{\varphi} + A_{23}\ddot{\theta} + \frac{dA_{22}}{dt}\dot{\psi} + \frac{dA_{12}}{dt}\dot{\varphi} + \frac{dA_{23}}{dt}\dot{\theta}, \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} \right) &= A_{33}\ddot{\theta} + A_{13}\ddot{\varphi} + A_{23}\ddot{\psi} + \frac{dA_{13}}{dt}\dot{\varphi} + \frac{dA_{23}}{dt}\dot{\psi}, \end{aligned} \quad (34)$$

где  $\frac{dA_{22}}{dt} = \frac{\partial A_{22}}{\partial \varphi} \dot{\varphi} + \frac{\partial A_{22}}{\partial \theta} \dot{\theta}$ ,  $\frac{dA_{13}}{dt} = \frac{\partial A_{13}}{\partial \varphi} \dot{\varphi}$ ,  $\frac{dA_{23}}{dt} = \frac{\partial A_{23}}{\partial \varphi} \dot{\varphi} + \frac{\partial A_{23}}{\partial \theta} \dot{\theta}$ .

(35)

Производные потенциальной энергии системы от обобщенных координат

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x} = C_{np} \cdot x, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial y} = C_{np} \cdot y, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial \theta} = (\gamma_B + C_{nod} \cdot \ell_2^2 + \gamma_{nod}) \theta - (C_{nod} \cdot \ell_2^2 + \gamma_{nod}) \Delta \theta, \quad (36)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \Delta \theta} = (C_{nod} \cdot \ell_2^2 + \gamma_{nod}) \Delta \theta - (C_{nod} \cdot \ell_2^2 + \gamma_{nod}) \theta, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} = \frac{\partial \Pi}{\partial \psi} = 0.$$

Производные диссипативной функции системы от обобщенных скоростей

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{x}} = b_n \dot{x}, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{y}} = b_n \dot{y}, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\theta}} = \aleph_B \dot{\theta}, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\theta}_0} = \aleph_{nod} \Delta \dot{\theta}, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\varphi}} = \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\psi}} = 0. \quad (37)$$

Моменты силы тяжести большого диска в связанной с ним системе отчета равны

$$M_G^{\omega_\xi} = -G_1 \cdot \zeta_s = -mge \sin \varphi, \quad M_G^{\omega_\zeta} = G_1 \cdot \xi_s = mge \cos \varphi. \quad (38)$$

Момент движущих сил  $\tilde{M}_D$  и момент сил сопротивления внешней среды  $\tilde{M}_R$  являются моментами сил, приложенных к оси вращения ротора. Равенства элементарных работ сил в форме уравнений мощностей записываются как

$$-mge \sin \varphi \cdot \omega_\xi + mge \cos \varphi \cdot \omega_\zeta + (M_D - M_R) \dot{\varphi} = Q_1 \dot{x} + Q_2 \dot{y} + Q_3 \dot{\varphi} + Q_4 \dot{\psi} + Q_5 \dot{\theta} + Q_6 \Delta \dot{\theta}, \quad (39)$$

с учетом уравнений Эйлера запишется в виде

$$-mge \sin \varphi \cdot (\dot{\psi} \sin \theta \sin \varphi + \dot{\theta} \cdot \cos \varphi) + mge \cos \varphi \cdot (\dot{\psi} \sin \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \cdot \sin \varphi) +$$

$$+ (M_D - M_R) \dot{\varphi} = Q_1 \dot{x} + Q_2 \dot{y} + Q_3 \dot{\varphi} + Q_4 \dot{\psi} + Q_5 \dot{\theta} + Q_6 \Delta \dot{\theta}.$$

Откуда получаем значения обобщенных сил

$$Q_1 = Q_2 = Q_6 = 0, \quad Q_3 = M_D - M_R, \quad Q_4 = mge \cos 2\varphi \sin \theta, \quad Q_5 = -mge \sin 2\varphi. \quad (40)$$

Окончательно уравнения динамики роторной системы примут вид:

$$m\ddot{x} + C_{np} \cdot x + b_n \dot{x} = me(\ddot{\varphi} \cdot \sin \varphi + \dot{\varphi}^2 \cos \varphi), \quad m\ddot{y} + C_{np} \cdot y + b_n \dot{y} = me(-\ddot{\varphi} \cdot \cos \varphi + \dot{\varphi}^2 \sin \varphi), \quad (41)$$

$$(I_1 \sin^2 \theta + I_2 \cos^2 \theta) \ddot{\psi} - I_2 \cos \theta \cdot \dot{\varphi} \dot{\theta} + \Delta I \sin 2\theta \cdot \dot{\theta} \dot{\psi} =$$

$$= \Delta I \delta \left[ \frac{1}{2} \sin 2\theta \cos \varphi \cdot \ddot{\psi} + \sin \theta \cos \varphi \cdot \ddot{\varphi} + \cos \theta \sin \varphi \cdot \ddot{\theta} - \frac{1}{2} \sin 2\theta \cdot \dot{\varphi} \dot{\theta} \right] +$$

$$+ \cos 2\theta \cos \varphi \cdot \dot{\theta} \dot{\psi} - \sin \theta \sin \varphi \cdot \dot{\varphi}^2 - 2 \cos \theta \cos \varphi \cdot \dot{\theta} \dot{\varphi} + \sin \theta \sin$$

$$I_1 \ddot{\theta} + \aleph_B \dot{\theta} + (\gamma_B + C_{nod} \cdot \ell_2^2 + \gamma_{nod}) \theta - \frac{1}{2} \Delta I \sin 2\theta \cdot \dot{\psi}^2 =$$

$$= \Delta I \delta [\sin \varphi \cdot \ddot{\varphi} + \cos \theta \sin \varphi \cdot \ddot{\psi} + 2 \cos \theta \cos \varphi \cdot \dot{\varphi} \dot{\psi} + \cos \varphi \cdot \dot{\varphi}^2 +$$

$$+ \frac{1}{2} \cos 2\theta \cos \varphi \cdot \dot{\psi}^2 - \sin \theta \sin \varphi \cdot \dot{\varphi} \dot{\psi}] + (C_{nod} \cdot \ell_2^2 + \gamma_{nod}) \Delta \theta - mge \sin 2\varphi,$$

$$\aleph_{nod} \cdot \Delta \dot{\theta} + (C_{nod} \cdot \ell_2^2 + \gamma_{nod}) \Delta \theta - (C_{nod} \cdot \ell_2^2 + \gamma_{nod}) \theta = 0,$$

$$[I_2 + I_3 + (\Pi'^2 + S_n^2) m_n] \ddot{\varphi} + I_2 \cos \theta \cdot \ddot{\psi} + \Pi' (\Pi'' + S_n) m_n \dot{\varphi}^2 - I_2 \sin \theta \cdot \dot{\theta} \dot{\psi} = \Delta I \delta [(\sin \theta \cos \varphi) \ddot{\psi} -$$

$$- \sin \varphi \cdot \ddot{\theta} - \frac{1}{4} \sin 2\theta \sin \varphi \cdot \dot{\psi}^2] + me(\ddot{x} \sin \varphi - \ddot{y} \cos \varphi) + M_D - M_R.$$

Получено 22.08.2007.



## **ТРАНСФОРМАТОР НА ПОСТНОМ МАСЛЕ**

Английский филиал французской энергетической компании ЭДФ сконструировал промышленный трансформатор, в котором в качестве изолирующей и охлаждающей жидкости используется растительное масло. Сейчас используются либо минеральные масла, либо специальные синтетические жидкости. И те и другие в случае аварии и попадания в окружающую среду наносят экологический ущерб. Авторы идеи говорят, что растительное масло продлевает срок службы трансформатора и уменьшает возможность возгорания. Уже в этом году близ Лондона должен вступить в строй трансформатор на 132 киловольта, наполненный 30 тысячами литров растительного масла.

«Наука и жизнь» № 8, 2007