



УДК 539.32: 621.818

Б.М. Абдеев, А.А. Кравцов
ВКГТУ, г. Усть-Каменогорск

**К РАСЧЕТУ ТЕРМОУПРУГИХ НАПРЯЖЕНИЙ И ПЕРЕМЕЩЕНИЙ
В РЕЗИНОВЫХ ЦИЛИНДРАХ-ТРУБАХ, МОДЕЛИРУЕМЫХ ПЛОСКОЙ ДЕФОРМАЦИЕЙ
ПРИ СМЕШАННЫХ ОДНОРОДНЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ**

В настоящее время изделия из сильнодеформируемых материалов, таких как каучук и резина, находят широкое применение в современном машиностроении и других отраслях промышленности и техники. Это стало возможным и необходимым благодаря уникальным физико-механическим свойствам эластомеров, прежде всего таким, как способность к большим обратимым деформациям при сравнительно небольших значениях модуля упругости. Помимо этого, характерной особенностью эластомеров является способность поглощать механическую энергию при циклических напряжениях. В то же время резина как высокоэффективный конструкционный материал обладает практической непроницаемостью в отношении газов и жидкостей, а также благоприятными, с эксплуатационно-технологической точки зрения, амортизационными (демпфирующими) свойствами и повышенной стойкостью к воздействию химических веществ [1-4].

Данная работа основана на уточненной авторами математической модели, описанной в статье [1]. Соответствующие теоретические расчеты и выводы [1] базируются на гипотезе Дюгамеля-Неймана [4] и предпосылке о малых линейных относительных деформациях $\varepsilon_r \ll 1$, $\varepsilon_\psi \ll 1$, $\varepsilon_z \ll 1$. В цилиндрической системе отсчета roz с использованием только статических условий на поверхностях $r=R_6$ и $r=R_n$ решена линейная изотермическая задача по определению термоупругих нормальных напряжений $\sigma_r(r)$, $\sigma_\psi(r)$, $\sigma_z(r)$ и функции радиального перемещения $u(r)$ для эластомерного цилиндра (при коэффициенте Пуассона $\mu = 0,5$) с термоизолированными торцами ($\partial\theta/\partial z=0$), макронеоднородность которого обусловлена зависимостью теплового поля $\theta=\theta(r)$, модуля упругости $E=E(r)$ и коэффициента линейного температурного расширения эластомера $\alpha=\alpha(r)$ от радиальной координаты r (рис. 1). При этом коэффициент теплопроводности считался постоянным ($\lambda=const$), а параметры E и α - функциями вида: $E=E(\theta(r))$ и $\alpha=\alpha(\theta(r))$.

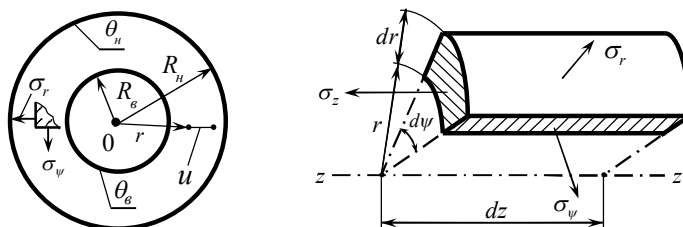


Рис. 1

Аналогичная [1] задача о температурных напряжениях в толстостенной трубе при $\mu = \text{const}$ (в численном примере $\mu = 0,3$), $\alpha = \text{const}$ и экспоненциальной зависимости для модуля Юнга $E = E_0 \cdot e^{-\beta(\theta - \theta_0)}$ ($\beta = \text{const} > 0$, $\theta_0 = \text{const}$ - начальная температура естественного состояния конструкции) изложена в книге [5], где показано, что влияние переменности механической характеристики E , вследствие макронеоднородности материала, на напряженно-деформированное состояние цилиндра может быть очень значительным.

Представленная статья посвящена продолжению и расширению научных исследований [1] с целью обобщения разработанной методики на расчет трех конструкционных модификаций цилиндра, а именно: втулки (*вариант 1*), муфты (*вариант 2*) и прокладки, в том числе длинной трубы (*вариант 3*), посредством реализации соответствующих смешанных граничных условий (рис. 2).

Для решения этих актуальных с практической точки зрения прикладных задач воспользуемся исходной системой уравнений и основными аналитическими зависимостями [1], которые выглядят следующим образом:

$$E = A \cdot e^{-K(\theta - \theta_0)} + A_1 \cdot e^{-K_1(\theta - \theta_0)}; \alpha = \alpha_0 \cdot e^{K(\theta - \theta_0)}, \quad (1)$$

где e - основание натурального логарифма;

α_0 - значение коэффициента линейной температурной деформации резины $(^{\circ}\text{C})^{-1}$ при $\theta = \theta_0 = 20 (^{\circ}\text{C})$;

K, A, A_1, K_1 - константы, определяемые по алгоритму, приведенному в [1],

$$A = \left[\frac{E_0 \cdot e^{-K_1(\theta_c - \theta_0)} - E_c}{e^{-K_1(\theta_c - \theta_0)} - e^{-K(\theta_c - \theta_0)}} \right], A_1 = - \left[\frac{E_0 \cdot e^{-K(\theta_c - \theta_0)} - E_c}{e^{-K_1(\theta_c - \theta_0)} - e^{-K(\theta_c - \theta_0)}} \right] \quad (2)$$

из двух трансцендентных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} e^{K(\theta_m - \theta_0)} - e^{K(\theta_c - \theta_0)} &= \alpha_{cp} \alpha_0^{-1} \cdot K(\theta_m - \theta_c) \\ E_m [e^{-K_1(\theta_c - \theta_0)} - e^{-K(\theta_c - \theta_0)}] &= [E_0 \cdot e^{-K_1(\theta_c - \theta_0)} - E_c] \cdot e^{-K(\theta_m - \theta_0)} - [E_0 \cdot e^{-K(\theta_c - \theta_0)} - E_c] \cdot e^{-K_1(\theta_m - \theta_0)} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

В аналитических зависимостях (1) - (3) использованы следующие буквенные обозначения (в дополнение к уже введенным):

$\theta_c, (^{\circ}\text{C})$ - температурная граница фазового перехода к стеклованию эластомера;

$\theta, (^{\circ}\text{C})$ - текущая температура, отсчитываемая от $\theta_0 = 20 (^{\circ}\text{C})$, при соблюдении условия $\theta_c \leq \theta \leq \theta_m$, которое соответствует высокоэластическому состоянию резины (это рабочая область применения эластомеров);

$\theta_m, (^{\circ}\text{C})$ - максимально допустимая при эксплуатации температура резинотехнического изделия (РТИ);

E_c, E_0, E_m - модули упругости резины, соответственно, при $\theta = \theta_c, \theta = \theta_0$ и $\theta = \theta_m$;

α_{cp} - среднее значение коэффициента α в диапазоне $\theta_c \leq \theta \leq \theta_m$.

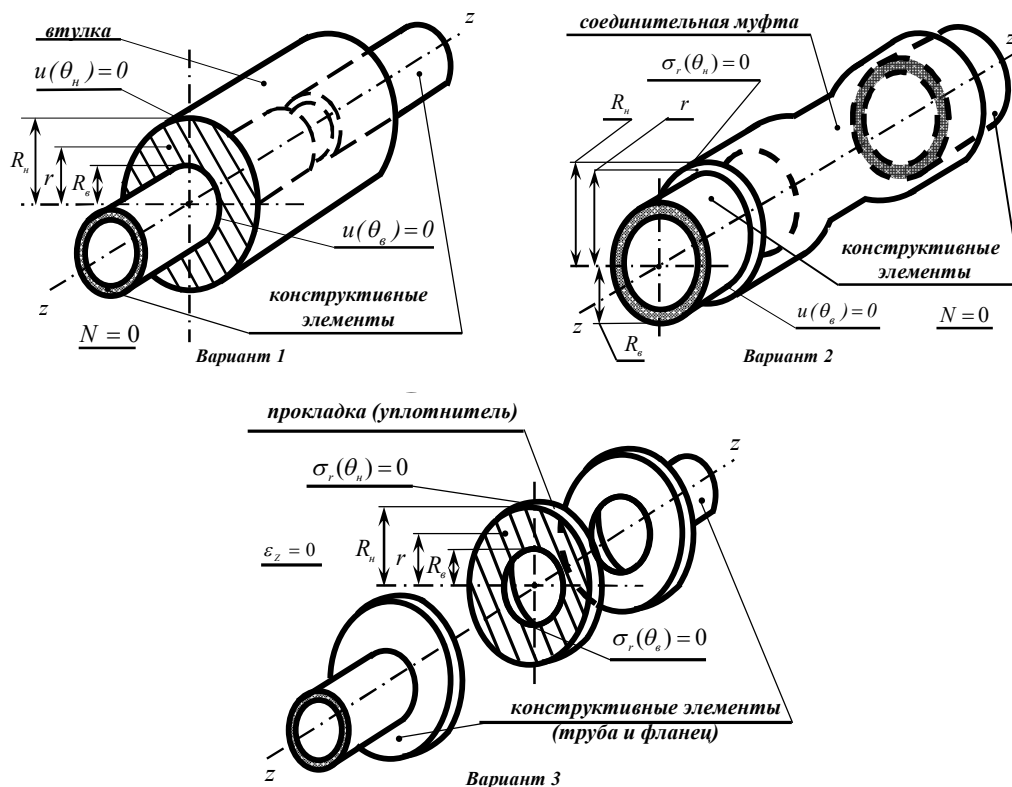


Рис. 2

В случае нормального температурного режима, когда $\theta = \theta_0$ из (1) следует:

$$E_0 = A + A_1, \quad \alpha = \alpha_0. \quad (4)$$

При отсутствии внутренних тепловых источников, пренебрежении эффектом связности и допущении $\lambda = \text{const}$, дифференциальное уравнение стационарной осесимметричной теплопроводности [1,5-7]

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{d\theta}{dr} \right) \equiv \frac{d^2\theta}{dr^2} r + \frac{d\theta}{dr} = 0 \quad (5)$$

имеет второй интеграл вида [7]

$$\theta = \theta(r) = \theta_n + (\theta_e - \theta_n) \cdot \ln(r \cdot R_n^{-1}) \cdot (\ln R_e \cdot R_n^{-1})^{-1}, \quad R_e \leq r \leq R_n \quad (6)$$

при заданных постоянных (не зависящих от переменной z) температурах $\theta_e = \text{const}$ и $\theta_n = \text{const}$ на внутренней и наружной поверхностях оболочки с радиусами R_e и R_n (рис. 1).

Для последующего решения поставленной задачи формулируем фундаментальную систему уравнений термоупругости по модели плоской деформации [1,5].

Физические зависимости Дюгамеля-Неймана, связывающие относительные деформации ε_r , ε_ψ , $\varepsilon_z = C = \text{const}$ и напряжения σ_r , σ_ψ , σ_z при $\mu = 0,5$ [1]:

$$\varepsilon_r = (2E)^{-1}(3\sigma_r - SE) + \varphi; \quad (7)$$

$$\varepsilon_\psi = (2E)^{-1}(3\sigma_\psi - SE) + \varphi; \quad (8)$$

$$\varepsilon_z = (2E)^{-1} \cdot (3\sigma_z - SE) + \varphi = C = const, \quad (9)$$

где $\varphi = \int_{\theta_0}^{\theta} \alpha(\theta) d\theta$ - температурный функционал или, согласно (1) и [9],

$$\varphi = \alpha_0 \int_{\theta_0}^{\theta} e^{K(\theta-\theta_0)} d\theta = \alpha_0 K^{-1} [e^{K(\theta-\theta_0)} - 1]; \quad (\theta_0 \leq \theta \leq \theta_n), \quad (10)$$

$S = (\sigma_r + \sigma_{\psi} + \sigma_z) \cdot E^{-1}$ - дополнительная неизвестная безразмерная функция, характеризующая гидростатическое (всестороннее) давление, необходимость введения которой обусловлена решением задачи в деформациях и устранением неопределенности при последующем вычислении напряжений, когда $\mu = 0,5$ [8].

Условие несжимаемости материала цилиндра [1], принимая во внимание формулу (10), имеет вид:

$$\varepsilon_r + \varepsilon_{\psi} + C = 3\varphi = 3\alpha_0 [e^{K(\theta-\theta_0)} - 1] \cdot K^{-1}. \quad (11)$$

Геометрические соотношения Коши для плоской задачи и условие совместности деформаций $\varepsilon_r, \varepsilon_{\psi}$ [5,7]:

$$\varepsilon_r = du (dr)^{-1}, \quad \varepsilon_{\psi} = u \cdot r^{-1}; \quad (12)$$

$$\varepsilon_r = \varepsilon_{\psi} + r \cdot d\varepsilon_{\psi} (dr)^{-1}. \quad (13)$$

Дифференциальное уравнение равновесия без учета объемных сил (пренебрегая собственным весом трубы) [7]:

$$r \cdot d\sigma_r (dr)^{-1} + \sigma_r - \sigma_{\psi} = 0. \quad (14)$$

Для удобства и упрощения дальнейших выкладок вводим в формулу (6) и соотношения (12) - (13) безразмерную радиальную координату r_* [1]

$$r_* = r \cdot R_n^{-1}, \quad r = R_n \cdot r_*, \quad dr = R_n \cdot dr_*, \quad R_n \cdot R_n^{-1} \leq r_* \leq 1 \quad (15)$$

с одновременной ее заменой на переменную $\theta = \theta(r)$, на основании решения (6), с целью преобразования зависимостей (13)-(14) в соответствующие дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Последовательность этих аналитических модификаций выглядит следующим образом:

$$\theta = \theta(r_*) = \theta_n + (\theta_0 - \theta_n) \cdot \ell n r_* \cdot (\ell n R_n \cdot R_n^{-1})^{-1}, \quad (16)$$

$$r_* = e^{v(\theta-\theta_n)}, \quad dr_* = v \cdot e^{v(\theta-\theta_n)} d\theta, \quad \theta_0 \leq \theta \leq \theta_n, \quad (17)$$

$$v = [\ell n(R_n \cdot R_n^{-1})] \cdot (\theta_0 - \theta_n)^{-1}, \quad (^\circ C)^{-1}. \quad (18)$$

Применяя алгоритм [1] к решению системы (7)-(9), (11)-(14) с учетом (10), (15)-(18), получаем итоговые аналитические соотношения расширенной теории [1] для расчета деформаций $\varepsilon_r, \varepsilon_{\psi}, \varepsilon_z$ перемещения u и напряжений $\sigma_r, \sigma_{\psi}, \sigma_z$ (с точностью до постоянных C, C_1 и C_2), а также влияющие на них коэффициенты v_1, \dots, v_8 и определенные интегралы I_1, \dots, I_6 (зависящие от конкретных исходных данных решаемой задачи):

$$\varepsilon_r = -C_1 e^{-2v\theta} + 3\alpha_0 K^{-1} (K + v) \cdot (K + 2v)^{-1} \cdot e^{K(\theta-\theta_0)} - 2^{-1} (C + 3\alpha_0 K^{-1}), \quad (19)$$

$$\varepsilon_{\psi} = \varepsilon_{\psi_0} + \varepsilon_{\psi} = C_1 e^{-2v\theta} + D \cdot e^{K(\theta-\theta_0)} - 2^{-1} (C + 3\alpha_0 K^{-1}); \quad D = 3\alpha_0 v \cdot (K(K + 2v))^{-1}, \quad (20)$$

$$\varepsilon_z = C = const, \quad (21)$$

$$u = R_n \cdot \varepsilon_{\psi} \cdot e^{v(\theta-\theta_n)}, \quad (22)$$

$$\sigma_r = -v_1 \cdot \theta - v_2 \cdot e^{(K-K_1)(\theta-\theta_0)} - C_1 [v_3 \cdot e^{-(K+2v)\theta} + v_4 \cdot e^{-(K_1+2v)\theta}] + C_2, \quad (23)$$

$$\sigma_{\psi} = -2 \cdot 3^{-1} \cdot E(\varepsilon_r - \varepsilon_{\psi}) + \sigma_r = -2 \cdot 3^{-1} \cdot E \cdot [(K + 2v)^{-1} \cdot 3\alpha_0 e^{K(\theta-\theta_0)} - 2C_1 e^{-2v\theta}] + \sigma_r, \quad (24)$$

$$\sigma_z = -v_1\theta - v_5 e^{(K-K_1)(\theta-\theta_0)} + C_1[v_6 e^{-(K+2\nu)\theta} + v_7 e^{-(K_1+2\nu)\theta}] - v_8 + (C + \alpha_0 K^{-1})E + C_2; \quad (25)$$

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= \frac{2\alpha_0 A \nu}{(K+2\nu)}, \left(\frac{МПа}{^0C}\right); v_2 = \frac{2\alpha_0 A_1 \nu}{(K+2\nu)(K-K_1)}, (МПа); \\ v_3 &= \frac{4A\nu}{3(K+2\nu)} e^{K\theta_0}, (МПа); v_4 = \frac{4A_1\nu}{3(K_1+2\nu)} e^{K_1\theta_0}, (МПа); \\ v_5 &= \frac{2\alpha_0 A_1 [K(K+2\nu) - K_1(K+\nu)]}{K(K-K_1)(K+2\nu)}, (МПа); v_6 = \frac{2AK \cdot e^{K\theta_0}}{3(K+2\nu)}, (МПа); \\ v_7 &= \frac{2A_1 K_1 \cdot e^{K_1\theta_0}}{3(K_1+2\nu)}, (МПа); v_8 = \frac{2\alpha_0 A \cdot (K+\nu)}{K(K+2\nu)}, (МПа). \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \int_{\theta_0}^{\theta_n} \theta \cdot e^{2\nu \cdot (\theta - \theta_n)} d\theta = \frac{e^{-2\nu \cdot \theta_n}}{4\nu^2} [(2\nu\theta_n - 1)e^{2\nu \cdot \theta_n} - (2\nu\theta_0 - 1)e^{2\nu \cdot \theta_0}], (^0C^2); \\ I_2 &= \int_{\theta_0}^{\theta_n} e^{(K-K_1)(\theta-\theta_0)} \cdot e^{2\nu(\theta-\theta_n)} d\theta = \frac{e^{-[(K-K_1)\theta_0+2\nu \cdot \theta_n]}}{K-K_1+2\nu} [e^{(K-K_1+2\nu)\theta_n} - e^{(K-K_1+2\nu)\theta_0}], (^0C); \\ I_3 &= \int_{\theta_0}^{\theta_n} e^{-(K+2\nu)\theta} \cdot e^{2\nu(\theta-\theta_n)} d\theta = -\frac{e^{-2\nu \cdot \theta_n}}{K} (e^{-K\theta_n} - e^{-K\theta_0}), (^0C); \\ I_4 &= \int_{\theta_0}^{\theta_n} e^{-(K_1+2\nu)\theta} \cdot e^{2\nu(\theta-\theta_n)} d\theta = -\frac{e^{-2\nu \cdot \theta_n}}{K_1} (e^{-K_1\theta_n} - e^{-K_1\theta_0}), (^0C); \\ I_5 &= \int_{\theta_0}^{\theta_n} E \cdot e^{2\nu(\theta-\theta_n)} d\theta = \\ &= e^{-2\nu \cdot \theta_n} \left\{ \frac{A \cdot e^{K\theta_0}}{2\nu - K} [e^{(2\nu-K)\theta_n} - e^{(2\nu-K)\theta_0}] + \frac{A_1 \cdot e^{K_1\theta_0}}{2\nu - K_1} [e^{(2\nu-K_1)\theta_n} - e^{(2\nu-K_1)\theta_0}] \right\}, (МПа^0C); \\ I_6 &= \int_{\theta_0}^{\theta_n} e^{2\nu(\theta-\theta_n)} d\theta = \frac{e^{-2\nu \cdot \theta_n}}{2\nu} (e^{2\nu \cdot \theta_n} - e^{2\nu \cdot \theta_0}), (^0C). \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

В целях количественного и качественного сравнения двух различных подходов (известного и представленного здесь уточненного) при оценке термоупругих напряжений и деформаций далее приведены основные расчетные зависимости справочно-нормативной методики [7,10]. При этом стоит отметить основную особенность, отличающую каждую из математических моделей: теория [1] учитывает влияние температуры θ на модуль упругости материала E и коэффициент его теплового расширения α , а существующий упрощенный метод расчета геометрических и силовых факторов полагает вышеуказанные параметры не зависящими от изменений θ [7,10], то есть $E = const$ и $\alpha = const$. Представленные ниже символы, обозначающие напряжения, перемещения и деформации классической методики [7,10], адаптированы по отношению к соответствующей буквенной символике теории [1] и различаются только показателем в виде «*»:

$$\varepsilon_r^* = 3 \cdot 2^{-1} \cdot \alpha^* (\theta - \theta_0 + (2\nu)^{-1}) - C_1^* e^{-2\nu \cdot \theta} - 2^{-1} \cdot C^*, \quad (28)$$

$$\varepsilon_\psi^* = 3 \cdot 2^{-1} \cdot \alpha^* (\theta - \theta_0 - (2\nu)^{-1}) + C_1^* e^{-2\nu \cdot \theta} - 2^{-1} \cdot C^*, \quad (29)$$

$$\varepsilon_z^* = C^* = const, \quad (30)$$

$$u^* = R_n \cdot \varepsilon_\psi^* \cdot e^{\nu(\theta - \theta_n)}, \quad (31)$$

$$\sigma_r^* = -E^* (2 \cdot 3^{-1} \cdot C_1^* e^{-2\nu\theta} + \alpha^* \theta) + C_2^*, \quad (32)$$

$$\sigma_\psi^* = E^* (2 \cdot 3^{-1} C_1^* e^{-2\nu\theta} - \alpha^* (\theta + \nu^{-1})) + C_2^*, \quad (33)$$

$$\sigma_z^* = E^* (C^* - \alpha^* (2\theta - \theta_0 + (2\nu)^{-1})) + C_2^*. \quad (34)$$

Применяемая (до настоящего времени в инженерной практике) постановка некоторых задач термоупругости игнорирует влияние градиента температуры (по причине сложности последующего решения) на изменение теплофизических и механических характеристик материала (которое, вместе с тем, объективно имеет место). В этом случае, согласно [7], модуль упругости материала $E \rightarrow E^* = const$ и коэффициент температурного расширения $\alpha \rightarrow \alpha^* = const$ аппроксимируются для эластомеров формулами (1) в зависимости от средней температуры стенки цилиндра θ^* и геометрических размеров его поперечного сечения:

$$\theta^* = (R_n - R_\theta)^{-1} \int_{R_\theta}^{R_n} \theta dr = R_n (R_\theta - R_n)^{-1} \int_{R_\theta/R_n}^1 [\theta_n + (\theta_\theta - \theta_n) \cdot \ln r_* \cdot (\ln(R_\theta \cdot R_n^{-1}))] dr_* = \left. \begin{aligned} &= R_n (R_n - R_\theta) \cdot [\theta_n - \theta_\theta R_\theta \cdot R_n^{-1} - (\theta_\theta - \theta_n) \cdot \ln(R_\theta \cdot R_n^{-1}) \cdot (1 - R_\theta R_n^{-1})] \cdot (0C). \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

Наложение кинематических связей и ограничений на перемещения и деформации в модели [1] не предусмотрено. Труба предполагалась находящейся в свободном состоянии под действием только температурного перепада $\Delta\theta = \theta - \theta_0$ и в этом случае продольная сила N в цилиндрической оболочке отсутствует ($N = 0$).

Смешанные граничные условия, в соответствии с указанными ранее конструктивными разновидностями полого цилиндра, будут иметь следующий вид (рис. 2):

вариант 1 - при моделировании втулок (блок - шарниров [4])

$$u = u(\theta_\theta) = 0, \quad u = u(\theta_n) = 0, \quad N = 0; \quad (36)$$

вариант 2 - в расчетных схемах муфт [4, 7]

$$u = u(\theta_\theta) = 0, \quad \sigma_r = \sigma_r(\theta_n) = 0, \quad N = 0; \quad (37)$$

вариант 3 - при рассмотрении прокладок (уплотнителей) [4, 8] и длинных трубопроводов по модели классической плоской деформации ($\varepsilon_z = C = 0$ [11])

$$\sigma_r = \sigma_r(\theta_\theta) = 0, \quad \sigma_r = \sigma_r(\theta_n) = 0, \quad \varepsilon_z = 0. \quad (38)$$

Приводим окончательные формулы постоянных $C, C_1, C_2, C^*, C_1^*, C_2^*$ (индекс «*» соответствует справочно-нормативной методике) после раскрытия граничных соотношений (36)-(38):

- для варианта 1 (см. выше):

$$\left. \begin{aligned} C &= 3\alpha_0 K^{-1} \left[2\nu (e^{2\nu(\theta_n - \theta_\theta)} e^{K(\theta_n - \theta_0)} - e^{K(\theta_\theta - \theta_0)}) \cdot ((K + 2\nu)(e^{2\nu(\theta_n - \theta_\theta)} - 1))^{-1} - 1 \right]; \\ C_1 &= 3\alpha_0 \nu e^{2\nu\theta_n} (e^{K(\theta_n - \theta_0)} - e^{K(\theta_\theta - \theta_0)}) \cdot [K(K + 2\nu)(e^{2\nu(\theta_n - \theta_\theta)} - 1)]^{-1}; \\ C_2 &= [\nu_1 I_1 + \nu_5 I_2 - C_1(\nu_6 I_3 + \nu_7 I_4) - I_5(\alpha_0 K^{-1} + C) + \nu_8 I_6] \cdot I_6^{-1}; \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

$$\left. \begin{aligned} C^* &= 3\alpha^* \left[e^{-2\nu\theta_n} (\theta_\theta - \theta_0 - (2\nu)^{-1}) - e^{-2\nu\theta_\theta} (\theta_n - \theta_0 - (2\nu)^{-1}) \right] \cdot (e^{-2\nu\theta_n} - e^{-2\nu\theta_\theta})^{-1}; \\ C_1^* &= 3\alpha^* (2e^{-2\nu\theta_\theta})^{-1} \left[\theta_0 - \theta_\theta + (2\nu)^{-1} + \right. \\ &\quad \left. + [e^{-2\nu\theta_n} (\theta_\theta - \theta_0 - (2\nu)^{-1}) - e^{-2\nu\theta_\theta} (\theta_n - \theta_0 - (2\nu)^{-1})] \cdot (e^{-2\nu\theta_n} - e^{-2\nu\theta_\theta})^{-1} \right] \\ C_2^* &= E^* \alpha^* \left[[(2\nu\theta_n - 1)e^{2\nu\theta_n} - (2\nu\theta_\theta - 1)e^{2\nu\theta_\theta}] (v(e^{2\nu\theta_n} - e^{2\nu\theta_\theta}))^{-1} - \theta_0 + (2\nu)^{-1} \right] - E^* C^*; \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

- для варианта 2 (см. выше):

$$\left. \begin{aligned} C &= 2C_1 e^{-2\nu\theta_\theta} + 3\alpha_0 (K(K+2\nu))^{-1} [2\nu(e^{K(\theta_\theta - \theta_0)} - 1) - K] \\ C_1 &= \frac{K(K+2\nu) [I_6(v_8 - v_1\theta_n - v_2e^{(K-K_1)(\theta_n - \theta_0)}) + v_1I_1 + v_5I_2] - 2\alpha_0I_5(v \cdot (3e^{K(\theta_\theta - \theta_0)} - 2) - K)}{K(K+2\nu) [I_6(v_3 \cdot e^{-(K+2\nu)\theta_n} + v_4 \cdot e^{-(K_1+2\nu)\theta_n}) + v_6I_3 + v_7I_4 + 2I_5e^{-2\nu\theta_\theta}]}, \\ C_2 &= C_1 [v_3e^{-(K+2\nu)\theta_n} + v_4e^{-(K_1+2\nu)\theta_n}] + v_1\theta_n + v_2e^{(K-K_1)(\theta_n - \theta_0)}; \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

$$\left. \begin{aligned} C^* &= \alpha^* [\theta_n - \theta_0 + M + (2\nu)^{-1} - e^{-2\nu\theta_n} (2\theta_n 3^{-1} + 2\theta_0 - 3\theta_\theta + 2\nu^{-1} + M) \cdot (e^{-2\nu\theta_n} + 3e^{-2\nu\theta_\theta})] \\ C_1^* &= 3\alpha^* [2\theta_n 3^{-1} + 2(\theta_0 + \nu^{-1}) - 3\theta_\theta + M] \cdot (2(e^{-2\nu\theta_n} + 3e^{-2\nu\theta_\theta}))^{-1}, \\ C_2^* &= E^* \alpha^* [e^{-2\nu\theta_n} (2\theta_n 3^{-1} + 2\theta_0 - 3\theta_\theta + 2\nu^{-1} + M) \cdot (e^{-2\nu\theta_n} + 3e^{-2\nu\theta_\theta})^{-1} + \theta_n] \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

где M - константа, зависящая от ν , θ_θ и θ_n

$$M = [e^{2\nu \cdot \theta_n} (2\nu\theta_n - 1) - e^{2\nu \cdot \theta_\theta} (2\nu\theta_\theta - 1)] \cdot (v(e^{2\nu \cdot \theta_n} - e^{2\nu \cdot \theta_\theta}))^{-1}; \quad (43)$$

- для варианта 3 (см. выше):

$$\left. \begin{aligned} C &= \varepsilon_z = 0; \\ C_1 &= \frac{v_1(\theta_n - \theta_\theta) + v_2(e^{(K-K_1)(\theta_n - \theta_0)} - e^{(K-K_1)(\theta_\theta - \theta_0)})}{v_3(e^{-(K+2\nu)\theta_\theta} - e^{-(K+2\nu)\theta_n}) + v_4(e^{-(K_1+2\nu)\theta_\theta} - e^{-(K_1+2\nu)\theta_n})}; \\ C_2 &= v_1\theta_\theta + v_2 \cdot e^{(K-K_1)(\theta_\theta - \theta_0)} + \\ &\quad + \frac{[v_1(\theta_n - \theta_\theta) + v_2(e^{(K-K_1)(\theta_n - \theta_0)} - e^{(K-K_1)\theta_\theta - \theta_0})] \cdot [v_3 \cdot e^{-(K+2\nu)\theta_\theta} + v_4 \cdot e^{-(K_1+2\nu)\theta_n}]}{v_3[e^{-(K+2\nu)\theta_\theta} - e^{-(K+2\nu)\theta_n}] + v_4[e^{-(K_1+2\nu)\theta_\theta} - e^{-(K_1+2\nu)\theta_n}]}; \\ C^* &= \varepsilon_z = 0; \\ C_1^* &= -3\alpha^* (\theta_\theta - \theta_n) \cdot (2(e^{-2\nu \cdot \theta_\theta} - e^{-2\nu \cdot \theta_n}))^{-1}; \\ C_2^* &= E^* \alpha^* [\theta_\theta - e^{-2\nu \cdot \theta_\theta} (\theta_\theta - \theta_n) \cdot (e^{-2\nu \cdot \theta_\theta} - e^{-2\nu \cdot \theta_n})^{-1}]. \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

В соотношениях (39) - (42), (44) - (45) постоянные C , C_1 , C^* , C_1^* - величины безразмерные, а константы C_2 и C_2^* имеют размерность в (МПа).

Разработанная авторами методика предусматривает прочностной расчет по четвертой (энергетической) гипотезе с вычислением наибольшего эквивалентного напряжения $\sigma_{\text{экв}}$ [7,10]

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_\psi^2 + \sigma_z^2 - \sigma_r \cdot \sigma_\psi - \sigma_r \cdot \sigma_z - \sigma_\psi \cdot \sigma_z}, \quad (46)$$

где σ_r , σ_ψ , σ_z - напряжения в опасной точке цилиндра.

Необходимо отметить, что оценка несущей способности рассматриваемой конструкции по допускаемому напряжению $[\sigma]$ предполагает, при использовании выражения (46), определить именно то цилиндрическое сечение трубы (координату r_*), в котором $\sigma_{\text{экв}} = \max$. С учетом этой предпосылки, условие прочности будет иметь вид:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sigma_{\text{экв}}(r_*) \leq [\sigma]. \quad (47)$$

Выведенные аналитические зависимости и формулы позволяют сформулировать общий алгоритм решения данной задачи, охватывающий все три, указанные выше варианта граничных условий:

- 1) расчет коэффициентов K , K_1 , A , A_1 , ν , ν_1 , ..., ν_8 в соответствии с (2)-(3), (18), (26);
- 2) определение интегралов I_1 , ..., I_6 по формулам (27);
- 3) нахождение постоянных C , C_1 , C_2 на основании зависимостей (39), (41), (44);
- 4) расчет функции теплового поля $\theta(r_*)$ по логарифмической зависимости (16), а также модуля упругости $E(\theta(r_*))$ и коэффициента температурного расширения $\alpha(\theta(r_*))$, согласно аппроксимирующим выражениям (1), при конкретных значениях аргумента r_* , изменяющегося в пределах $(R_e \cdot R_n^{-1}) \leq r_* \leq 1$;
- 5) вычисление функции $u(r_*)$ и напряжений $\sigma_r(r_*)$, $\sigma_\psi(r_*)$, $\sigma_z(r_*)$ в характерных точках поперечного сечения цилиндра по формулам (22)-(25), учитывая (20);
- 6) определение функции эквивалентного напряжения $\sigma_{IV} = \sigma_{IV}(r_*)$ и ее экстремума $\sigma_{\text{экв}}$ в соответствии с (46);
- 7) оценка несущей способности трубы по допускаемому нормальному напряжению $[\sigma]$ материала из условия (47);
- 8) проверка жесткости (деформативности) оболочки по значению u_{\max} , то есть, $u_{\max} \leq [u]$, где $[u]$ - предельно допустимое нормируемое радиальное перемещение.

На основании представленной в данной статье теории количественной оценки напряженно-деформированного состояния рассмотрим результаты расчета функциональных зависимостей $\sigma_r(r_*)$, $\sigma_r^*(r_*)$, $\sigma_\psi(r_*)$, $\sigma_\psi^*(r_*)$, $\sigma_z(r_*)$, $\sigma_z^*(r_*)$, $u(r_*)$, $u^*(r_*)$ для цилиндра из эластомера марки СКН-18 при следующих конструктивных параметрах [1]: $\rho_0 = 1300 (\text{кг/м}^3)$, $R_e = 0,1 (\text{м})$; $R_n = 0,2 (\text{м})$; $\theta_e = 80 (^\circ\text{C})$; $\theta_n = 0 (^\circ\text{C})$; $\theta_c = -50 (^\circ\text{C})$; $\theta_m = 100 (^\circ\text{C})$; $\alpha_0 = 1,1 \cdot 10^{-4} (^\circ\text{C})^{-1}$; $\alpha_{cp} = 2,4 \cdot 10^{-4} (^\circ\text{C})^{-1}$; $E_0 = 10 (\text{МПа})$; $E_c = 116,765 (\text{МПа})$; $E_m = 0,457 (\text{МПа})$; $A = -10,7 (\text{МПа})$; $A_1 = 20,7 (\text{МПа})$; $K = 0,02759 (^\circ\text{C})^{-1}$; $K_1 = 0,03171 (^\circ\text{C})^{-1}$.

Табл. 1-3 и рис. 3-5 иллюстрируют распределение функций перемещения $u(r_*)$ и напряжений $\sigma_r(r_*)$, $\sigma_\psi(r_*)$, $\sigma_z(r_*)$, рассчитанных по выведенным формулам (22)-(25), в сопоставлении с аналогичными характеристиками $u^*(r_*)$, $\sigma_r^*(r_*)$, $\sigma_\psi^*(r_*)$, $\sigma_z^*(r_*)$ (пунктирные линии), найденными с применением известной упрощенной методики [7,10], аппроксимируемой аналитическими выражениями (31) - (34). Кроме того, в тех же табличных формах приведены эквивалентные напряжения σ_{IV} и σ_{IV}^* по гипотезе Губера-Генки-Мизеса, которые необходимы для оценки прочности исследуемой цилиндрической оболочки. На эпюрах рис. 3-5 размерность напряжений и перемещений, соответственно, в (МПа) и (м).

В приведенных здесь примерах относительная разность между максимальными эквивалентными напряжениями $\delta = (\sigma_{\text{экв}}^* - \sigma_{\text{экв}}) \cdot \sigma_{\text{экв}}^{-1} \cdot 100\%$, применительно к рассматриваемым граничным условиям, составила:

вариант 1 - втулки и блок-шарниры (рис. 3, табл. 1): $\delta = -65,3\%$ (не в запас прочности);

вариант 2 - муфты (рис. 4, табл. 2): $\delta = -20,7\%$ (не в запас прочности);

вариант 3 - прокладки (уплотнители) и длинные трубопроводы по модели классической плоской деформации (рис. 5, табл. 3): $\delta = 7,1\%$.

Очевидно, что с изменением разности между внутренней $\theta_в$ и наружной $\theta_н$ температурами, а также при иных значениях теплофизических и конструктивных параметров этой методики, процент расхождения δ тоже будет меняться.

Проведенный сравнительный анализ выявил не только существенные количественные расхождения по напряжениям и перемещениям, определяемым приближенным и уточненным методами, но и значительные различия качественного характера (см. эпюры напряжений и перемещений).

Выполненные исследования позволяют достаточно аргументировано констатировать высокую степень некорректности и неточности существующей классической механико-математической модели осесимметричной цилиндрической оболочки, предполагающей постоянство по толщине трубы модуля упругости $E = \text{const}$ и коэффициента температурной деформации $\alpha = \text{const}$. Следствием из этого факта является обоснованная необходимость обязательного учета специфических особенностей резины как конструкционного материала, то есть переменности физико-механических параметров $E = E(\theta(r_*))$, $\alpha = \alpha(\theta(r_*))$, при постановке и решении подобных задач теории упругости [1].

Полученные результаты и сформулированный алгоритм расчета термоупругих функциональных параметров можно непосредственно использовать для оценки прочности и жесткости резиновых втулок, соединительных муфт и кольцевых уплотнителей прямоугольного сечения (прокладок), в том числе при регулировании напряжений и деформаций перечисленных несущих элементов конструкций для условий монтажного натяга и прессовых посадок.

Таблица 1 (*вариант 1*)

$r, (м); (r_*)$	0,10; (0,5)	0,12; (0,6)	0,14; (0,7)	0,16; (0,8)	0,18; (0,9)	0,20; (1,0)
$\theta, (^\circ\text{C})$	80	58,957	41,166	25,754	12,160	0
$E, (МПа)$	1, 044	2,366	4,613	8,118	13,258	20, 451
$\sigma_{r*} \cdot 10^3, (МПа)$	-102, 015	-105,993	-105,557	-100,347	-90,217	-75, 157
$\sigma_{r*}^* \cdot 10^3, (МПа)$	-21, 195	-32,281	-34,067	-31,517	-26,862	-21, 195
$\delta_r, (\%)$	79, 2	69,5	67,7	68,6	70,2	71, 8
$\sigma_{\psi*} \cdot 10^3, (МПа)$	-131, 859	-117,145	-86,029	-39,083	23,095	100, 040
$\sigma_{\psi*}^* \cdot 10^3, (МПа)$	-115, 178	-63,698	-27,759	-0,724	20,718	38, 392
$\delta_\psi, (\%)$	12, 6	45,6	67,7	98,1	10,3	61, 6
$\sigma_{z*} \cdot 10^3, (МПа)$	-126, 442	-111,374	-72,499	-12,141	79,818	206, 077
$\sigma_{z*}^* \cdot 10^3, (МПа)$	-93, 986	-53,592	-19,450	10,133	36,231	59, 577
$\delta_z, (\%)$	25,7	51,9	73,2	183,5	54,6	71, 1

$u_* \cdot 10^3, (м)$	0	0,490	0,550	0,450	0,240	0
$u_*^* \cdot 10^3, (м)$	0	0,350	0,470	0,430	0,270	0
$\delta_u, (\%)$	0	28,6	14,5	4,4	-12,5	0
$\sigma_{IV} \cdot 10^3, (МПа)$	27, 538	9,660	28,786	78,293	126,939	245, 998
$\sigma_{IV}^* \cdot 10^3, (МПа)$	85, 383	27,779	12,698	36,024	43,931	72, 538
$\delta, (\%)$	210, 1	187,6	-55,9	-54,0	-65,4	-70,5

Таблица 2 (вариант 2)

$r, (м); (r_*)$	0,10; (0,5)	0,12; (0,6)	0,14; (0,7)	0,16; (0,8)	0,18; (0,9)	0,20; (1,0)
$\theta, (^\circ C)$	80	58,957	41,166	25,754	12,160	0
$E, (МПа)$	1, 044	2,366	4,613	8,118	13,258	20, 451
$\sigma_{rs} \cdot 10^3, (МПа)$	-16, 901	-22,202	-23,432	-20,219	-12,419	0
$\sigma_{rs}^* \cdot 10^3, (МПа)$	4, 891	-8,187	-11,175	-9,405	-5,285	0
$\delta_r, (\%)$	128, 9	63,1	52,3	53,5	57,4	0
$\sigma_{ws} \cdot 10^3, (МПа)$	-52,453	-42,329	-16,759	24,105	78,531	147, 247
$\sigma_{ws}^* \cdot 10^3, (МПа)$	-102, 135	-48,661	-11,522	16,293	38,270	56, 327
$\delta_w, (\%)$	-94,7	-14,9	31,2	32,4	51,3	61, 7
$\sigma_{zs} \cdot 10^3, (МПа)$	-52, 746	-51,464	-36,630	-7,238	37,771	99, 644
$\sigma_{zs}^* \cdot 10^3, (МПа)$	-93, 983	-53,567	-19,448	10,153	36,248	59, 593
$\delta_z, (\%)$	-78, 2	-4,1	46,9	240,3	4,0	40, 2
$u_* \cdot 10^3, (м)$	0	0,640	0,840	0,850	0,750	0, 610
$u_*^* \cdot 10^3, (м)$	0	0,413	0,592	0,600	0,480	0, 260
$\delta_u, (\%)$	0	35,5	29,5	29,4	36,0	57, 4
$\sigma_{IV} \cdot 10^3, (МПа)$	35, 699	25,931	17,515	39,468	78,906	130, 147
$\sigma_{IV}^* \cdot 10^3, (МПа)$	103, 192	43,137	8,105	23,244	42,580	58, 029
$\delta, (\%)$	189, 1	66,4	-53,7	-41,1	-46,0	-55, 4

Таблица 3 (вариант 3)

$r, (м); (r_*)$	0,10; (0,5)	0,12; (0,6)	0,14; (0,7)	0,16; (0,8)	0,18; (0,9)	0,20; (1,0)
$\theta, (^\circ C)$	80	58,957	41,166	25,754	12,160	0
$E, (МПа)$	1, 044	2,366	4,613	8,118	13,258	20, 451
$\sigma_{rs} \cdot 10^3, (МПа)$	0	-7,514	-11,602	-11,789	-7,938	0
$\sigma_{rs}^* \cdot 10^3, (МПа)$	0	-11,081	-12,871	-10,322	-5,672	0
$\delta_r, (\%)$	0	-47,5	-122,5	12,4	28,5	0
$\sigma_{ws} \cdot 10^3, (МПа)$	-45, 242	-42,908	-26,671	2,715	45,094	99, 801
$\sigma_{ws}^* \cdot 10^3, (МПа)$	-93, 981	-42,511	-6,573	20,472	41,912	59, 590
$\delta_w, (\%)$	-107, 7	0,9	75,4	-654,0	7,1	40, 3
$\sigma_{zs} \cdot 10^3, (МПа)$	-40, 250	-43,398	-33,683	-10,111	28,831	84, 394

$\sigma_{z*} \cdot 10^3, (МПа)$	-104, 565	-64,209	-30,033	-0,437	25,643	48, 990
$\delta_z, (\%)$	-159, 8	-47,9	10,8	95,7	11,1	41, 9
$u_* \cdot 10^3, (м)$	-0, 720	0,040	0,320	0,280	0,330	0, 230
$u_*^* \cdot 10^3, (м)$	0, 279	0,680	0,860	0,880	0,770	0, 560
$\delta_u, (\%)$	138, 7	-1600,0	-168,7	-214,3	-133,3	-143, 5
$\sigma_{IV} \cdot 10^3, (МПа)$	42, 964	35,641	19,542	13,742	47,058	93, 059
$\sigma_{IV}^* \cdot 10^3, (МПа)$	99, 695	46,267	21,031	27,232	41,890	55, 061
$\delta, (\%)$	132, 0	29,8	7,6	98,2	-11,0	-40, 8

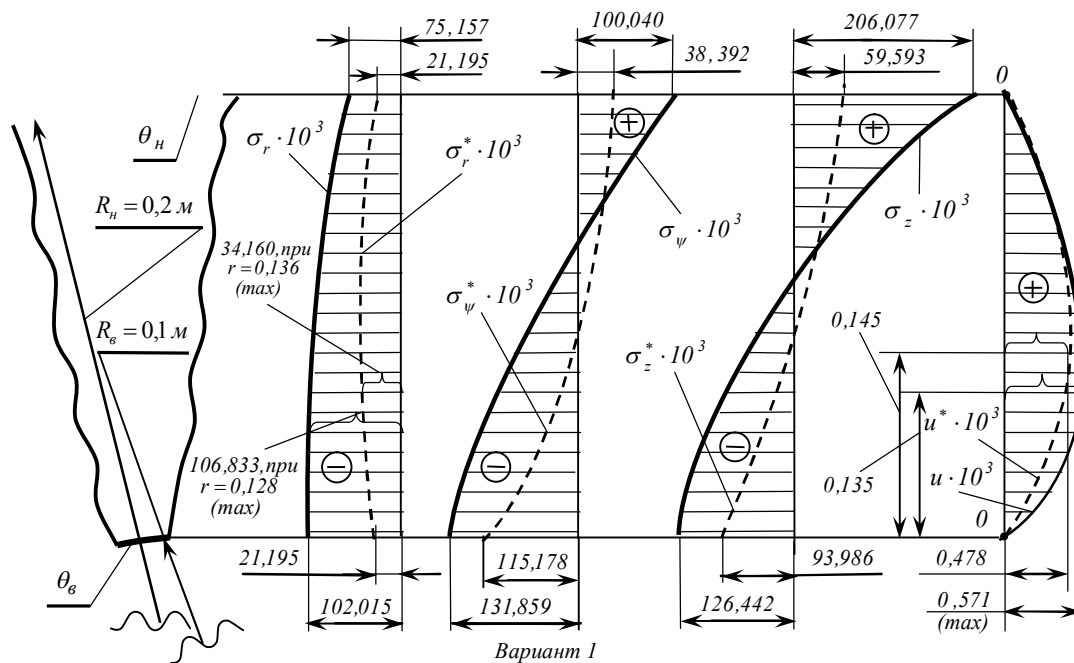


Рис. 3

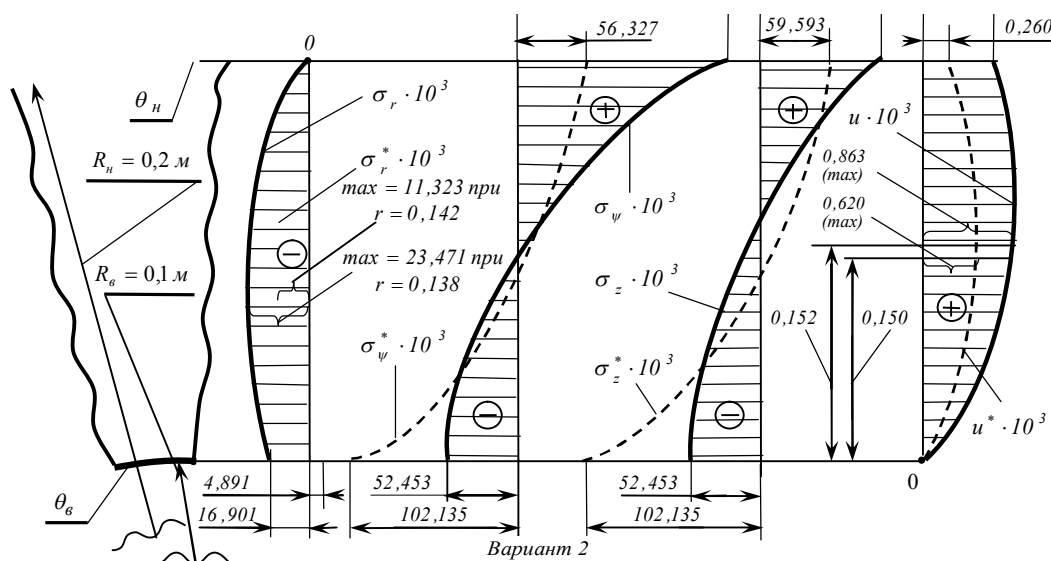


Рис. 4

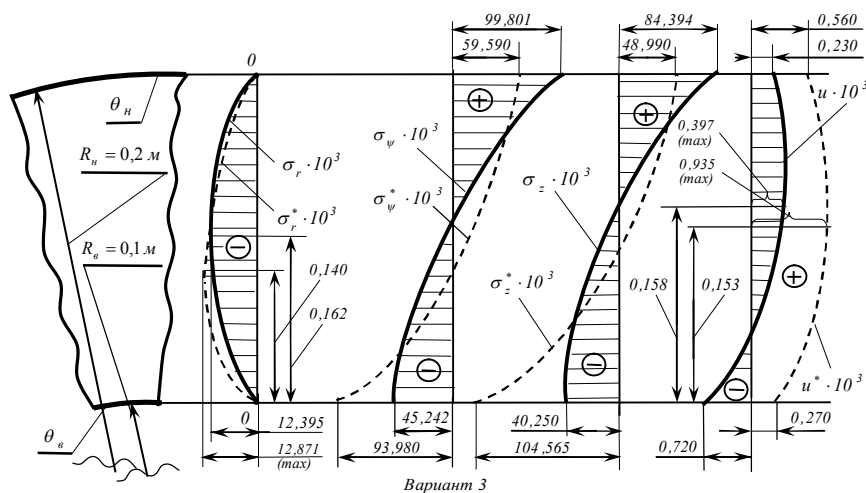


Рис. 5

Список литературы

1. Абдеев Б.М., Кравцов А.А. Теория расчета напряжений и деформаций в резиновых цилиндрах-трубах, моделируемых осесимметричной плоской задачей термоупругости при растяжении-сжатии // Международная научная конференция «Первые Ержановские чтения». - Павлодар: ПГУ им. С. Торайгырова, 2004. - Т.2. - 421с.
2. Богданов В.В. Удивительный мир резины. - М.: Знание, 1989. - 192с.
3. Бухина М.Ф. Техническая физика эластомеров. - М.: Химия, 1984. - 224с.
4. Потураев В.Н. Резиновые и резинометаллические детали машин. - М.: Машиностроение, 1966. - 300с.
5. Ломакин В.А. Теория упругости неоднородных тел. - М.: Московский университет, 1976. - 368с.
6. Новацкий В. Вопросы термоупругости. - Пер. с польского. - М.: Изд-во АН СССР, 1962. - 364с.
7. Вояршинов С.В. Основы строительной механики машин. - М.: Машиностроение, 1973. - 456с.
8. Лавендел Э.Э. Расчет резинотехнических изделий. - М.: Машиностроение, 1976. - 232с.
9. Смолянский М.Л. Таблицы неопределенных интегралов. - М.: Наука, 1965. - 112с.

10. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов.- Киев: Наукова думка, 1975. - 704 с.
11. Киселев В.А. Плоская задача теории упругости.- М.: Высшая школа, 1976. - 151с.

Получено 10.08.05

СОЛНЕЧНАЯ ЭЛЕКТРОСТАНЦИЯ В РУЛОНЕ

В одном из произведений подзабытого сейчас советского фантаста Владимира Немцова фигурировала «солнечная ткань» - гибкая солнечная батарея, изготовленная из нитей полупроводника, которую можно было сворачивать, кроить, резать и сшивать. Нечто подобное уже выпускает американская фирма «ICP Technologies». Это гибкие, сворачиваемые в рулон солнечные батареи разной мощности – от 5 до 40 ватт, все они дают напряжение 16,5 вольта и предназначены для зарядки аккумуляторов различной портативной электроники – от мобильного телефона до ноутбука или небольшого телевизора. Самая мощная из батарей весит около 1700 граммов.

«Наука и жизнь» № 2, 2005

УДК 539.3:519.863

Б.М. Абдеев, Е.Б. Шестакова
ВКГТУ, г. Усть-Каменогорск

ОПТИМАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ КРУГЛОЙ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ МЕМБРАНЫ ПОСТОЯННОЙ ЖЕСТКОСТИ С МАКСИМАЛЬНЫМ ТЯГОВЫМ УСИЛИЕМ

Совершенствование и уточнение расчетных схем технологического оборудования, машин и приборов вызвали за последние десятилетия интенсивное развитие методов оптимального проектирования [1-3]. Это, относительно новое научно-техническое направление, лежащее на стыке механики деформируемого твердого тела и теории управления, позволяет ~~значительно снижать материалоемкость~~ теории теоретических предпосылок и расчета, сохраняя их высокие характеристики [2].

Мембрана в виде кольцевой пластинки, имеющей центральный отверстие, применяется в приборостроении, авиации, машиностроении и судостроении [4,5]. Упругие элементы подобного типа используются в качестве чувствительных деталей манометрических приборов высоких классов точности.

Важнейшим рабочим параметром пластинки-мембраны в манометрах является её перестановочное или тяговое усилие P_T , возникающее от внешнего давления q при наличии упора в центре жесткого диска, препятствующего его перемещению (рис. 1) [4,5]. Величина P_T характеризует порог чувствительности упругого элемента и определяет возможность применения мембраны в конкретном приборе.

В тех случаях, где манометрический упругодеформируемый элемент служит для преобразования распределенной нагрузки q в перемещение, он должен развивать перестановочное

ПО СТРАНИЦАМ



усилие Π_T , превышающее силу сопротивления механизма прибора. В то же время, существуют и манометрические устройства мембранного типа, трансформирующие давление q в пропорциональное ему усилие Π_T при абсолютно неподвижной центральной опоре. В случае такого использования мембраны основными варьируемыми (в процессе оптимизации) рабочими характеристиками манометра, определяющими качество прибора, будут зависимость $\Pi_T(q)$ и её наибольшее значение Π_{max} .

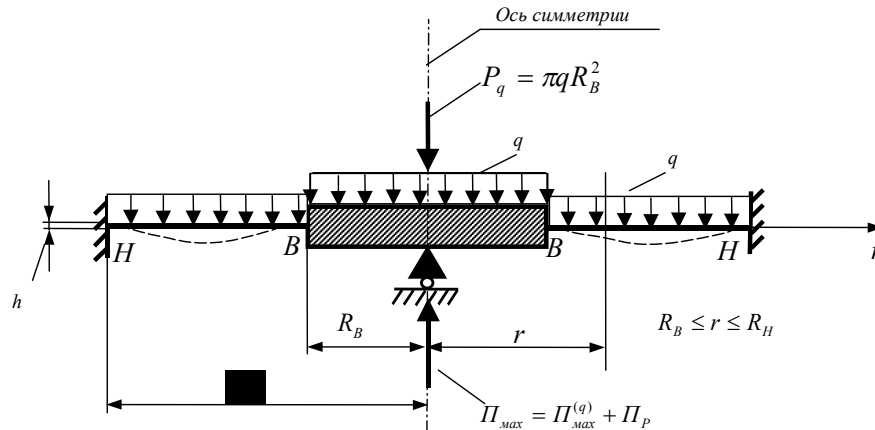


Рис. 1

В данной статье, на основе соответствующих формул линейной теории напряженно-деформированного состояния однородных изотропных тонких пластин [4,8,9], рассматривается экстремальная осесимметричная задача подбора рациональных параметров мембраны (переменных X_1, X_2, X_3)

$$X_1 = \frac{R_B}{R_H}, X_2 = X_2(X_1) = \frac{h}{R_H} > 0, X_3 = X_3(X_1, X_2) = q > 0, (0 \leq X_1 \leq 1), \quad (1)$$

обеспечивающих максимум $\Pi_{max}^{(q)}$ целевой функции тягового усилия (рис. 1) [1,3]

$$\Pi_q = \Pi_q(X_1, X_3(X_1, X_2)) \quad (2)$$

при действии нагрузки q на деформируемую кольцевую часть пластинки, и двух уравнений связи, представляющих собой:

1) условие Губера-Генки-Мизеса несущей способности конструкции в виде равенства (четвертая теория прочности, классическая оптимизация) для плоского напряженного состояния с эквивалентным напряжением σ_{IV} , пределом текучести материала σ_T и нормативным коэффициентом запаса $[n_T]$, [4-6, 7]

$$\sigma_{IV} = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2 - \sigma_r \sigma_\theta} = \frac{\sigma_T}{[n_T]}, \quad (3)$$

где σ_r, σ_θ – радиальное (σ_r) и тангенциальное (σ_θ) нормальные напряжения;

2) геометрическое соотношение, ограничивающее толщину мембраны в соответствии с гипотезами Кирхгофа технической теории изгиба пластин [8,9]

$$h = \alpha (R_H - R_B) \quad (4)$$

или, согласно обозначений (1),

$$X_2 = \alpha (1 - X_1), \quad (5)$$

где α – безразмерный параметр, изменяющийся в пределах [8]

$$0 < \alpha \leq \frac{1}{3}. \quad (6)$$

На рис. 1 изображено меридиональное сечение расчетной модели кольцевой пластинки–мембраны толщиной $h=const$ с жестко защемленным внешним контуром радиусом R_H и неподвижным упором в центре недеформируемого диска, имеющего радиус R_B , нагруженной статическим равномерно распределенным давлением q .

Очевидно, что прочность представленного на рис. 1 упругого элемента не зависит от воздействия q на абсолютно жесткий неподвижный центр. Вследствие этой предпосылки решение рассматриваемой задачи по определению относительного экстремума $\Pi_{max}^{(q)}$ имеет существенную особенность, заключающуюся в том, что процесс оптимизации с уравнением связи (3) (то есть вычисление аналитического максимума функции тягового усилия) должен осуществляться при условии нагружения только изгибаемых участков мембраны, расположенных между её периметром $r = R_H$ и диском. Это специфическое обстоятельство математически отражено в формулах (1) - (6).

Для решения поставленной оптимизационной задачи используем метод суперпозиции, алгебраически суммируя необходимые известные аналитические зависимости для перемещения w_0 центральной части мембраны и напряжений σ_r , σ_θ соответственно, в радиальном (r) и кольцевом (θ) направлениях [4,5], руководствуясь схемами рис. 2, где буквенным символом $P_R = P_q$ обозначена опорная реакция, тождественно равная искомому перестановочному усилию P_q , а P_q - равнодействующая нагрузки q , приложенной только к диску, то есть

$$P_q = \pi q R_B^2, \quad (7)$$

откуда, принимая во внимание (1),

$$P_q = \pi R_H^2 X_1^2 X_3. \quad (8)$$

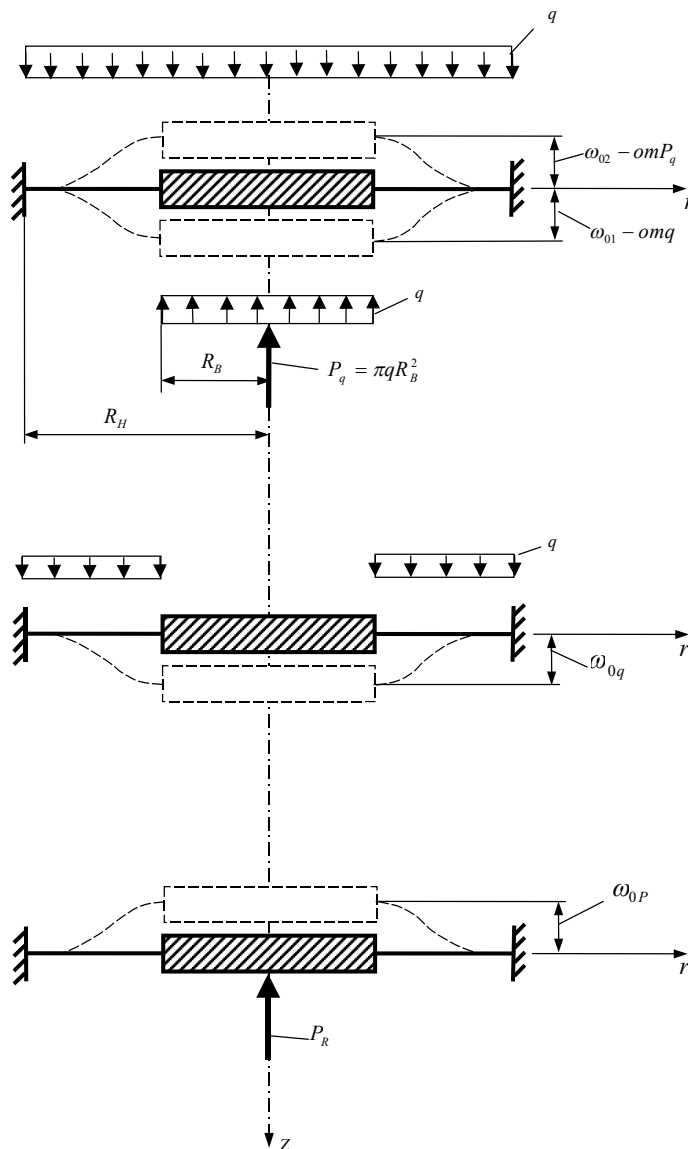


Рис. 2

Воспользовавшись [4], имеем следующие формулы для определения перемещения жесткого диска от различных по способу приложения и направления сил в выбранной системе отсчета rOz (рис. 2):

- при давлении q , действующем по всей поверхности пластинки,

$$\omega_{01} = \frac{3qR_H^4(1-\mu^2)}{16Eh^3}(4X_1^2 \ln X_1 - X_1^4 + 1), \quad (9)$$

где μ , E – коэффициент Пуассона (μ) и модуль упругости (E) материала мембраны;

- от нагрузки q в виде её равнодействующей $-P_q = -\pi qR_B^2 = -\pi qR_H^2 X_1^2$, приложенной к диску,

$$\omega_{02} = -\frac{3qR_H^4 X_1^2 (1-\mu^2)}{Eh^3} \left(\frac{1-X_1^2}{4} - \frac{X_1^2 \ln^2 X_1}{1-X_1^2} \right); \quad (10)$$

- в случае сосредоточенной силы $(-P_R)$, изгибающей срединную поверхность пластинки-мембраны в противоположном оси Z направлении,

$$\omega_{0P} = -\frac{3P_R R_H^2 (1-\mu^2)}{\pi E h^3} \left(\frac{1-X_1^2}{4} - \frac{X_1^2 \ln^2 X_1}{1-X_1^2} \right). \quad (11)$$

Из условия неподвижности упора, то есть из уравнения совместности перемещений (абсолютных изгибных деформаций) $\omega_{01}, \omega_{02}, \omega_{0P}$

$$\omega_{01} + \omega_{02} + \omega_{0P} = 0, \quad (12)$$

находим, учитывая (9) - (11), целевую зависимость (2) для тяговой силы Π_q

$$\Pi_q \equiv P_R = \pi R_H^2 X_3 \cdot f_1 \cdot (f_2)^{-1}; \quad (13)$$

где $f_1 = f_1(X_1)$, $f_2 = f_2(X_2)$ - функциональные выражения вида:

$$f_1 = 4X_1^2 \ln X_1 - 4X_1^4 \ln X_1 + 16X_1^4 \ln^2 X_1 + 7X_1^4 - 3X_1^6 - 5X_1^2 + 1, \quad (14)$$

$$f_2 = 4 - 8X_1^2 + 4X_1^4 - 16X_1^2 \ln X_1. \quad (15)$$

Анализ результатов расчета на прочность по нормативным формулам [4,5] кольцевых пластинок, имеющих недеформируемый центральный диск и жесткое защемление внешнего контура, позволяет констатировать, что при воздействии на мембрану нагрузок q , P_q и P_R (рис. 1 и 2) наибольшие нормальные σ_{rB} , σ_{rH} , $\sigma_{\theta B} = \mu \sigma_{rB}$, $\sigma_{\theta H} = \mu \sigma_{rH}$, и эквивалентные

$$\sigma_{IVB} = \sqrt{\sigma_{rB}^2 + \sigma_{\theta B}^2 - \sigma_{rB} \sigma_{\theta B}} = |\sigma_{rB}| \sqrt{1 - \mu + \mu^2}, \quad (16)$$

$$\sigma_{IVH} = \sqrt{\sigma_{rH}^2 + \sigma_{\theta H}^2 - \sigma_{rH} \sigma_{\theta H}} = |\sigma_{rH}| \sqrt{1 - \mu + \mu^2} \quad (17)$$

напряжения возникают в крайних волокнах $z = \pm \frac{h}{2}$ цилиндрических сечений «B» и «H»

упругого элемента, для которых $r = R_B$ и $r = R_H$ (рис. 1).

Выполняя вышеуказанную процедуру суммирования (суперпозиции) экстремальных радиальных напряжений σ_r , определяемых формулами [4,5] и соответствующими, аналогичными (9) - (11), сочетаниями нагрузок q ,

$-P_q = -\pi q R_B^2 = \pi R_H^2 X_1^2 X_3$, $-P_R$ (рис. 2), получаем следующие аналитические соотношения для σ_{IVB} и σ_{IVH} , учитывая (13) - (17):

$$\sigma_{IVB} = K_\sigma \left[\frac{X_1^2}{2} + \frac{2X_1^2 \ln X_1}{1-X_1^2} + \frac{1}{2} + \frac{f_1(2 \ln X_1 + 1 - X_1^2)}{f_2(1-X_1^2)} \right], \quad (18)$$

$$\sigma_{IVH} = K_\sigma \left[\frac{3X_1^2}{2} + \frac{2X_1^4 \ln X_1}{1-X_1^2} - \frac{1}{2} + \frac{f_1}{f_2} \left(1 + \frac{2X_1^2 \ln X_1}{1-X_1^2} \right) \right], \quad (19)$$

где $K_\sigma > 0$ - коэффициент, зависящий от оптимизируемых переменных X_2, X_3 ,

$$K_\sigma = \frac{3X_3}{2X_2^2} \sqrt{1 - \mu + \mu^2}, \quad (20)$$

и не влияющий на характер изменения функций $\sigma_{IVB}(X_1)$, $\sigma_{IVH}(X_1)$.

На рис. 3 приведены графики безразмерных зависимостей

$$\sigma_{IVB}^* = \frac{\sigma_{IVB}}{K_\sigma}, \quad \sigma_{IVH}^* = \frac{\sigma_{IVH}}{K_\sigma}, \quad (21)$$

соответствующие (18) - (19), которые показывают, что опасное сечение мембраны, где

$$\sigma_{IV} = \sigma_{IVB} = \sigma_{\max}, \quad (22)$$

находится в месте сопряжения её жесткого диска с кольцевой частью, то есть в сечении «В» (рис. 1).

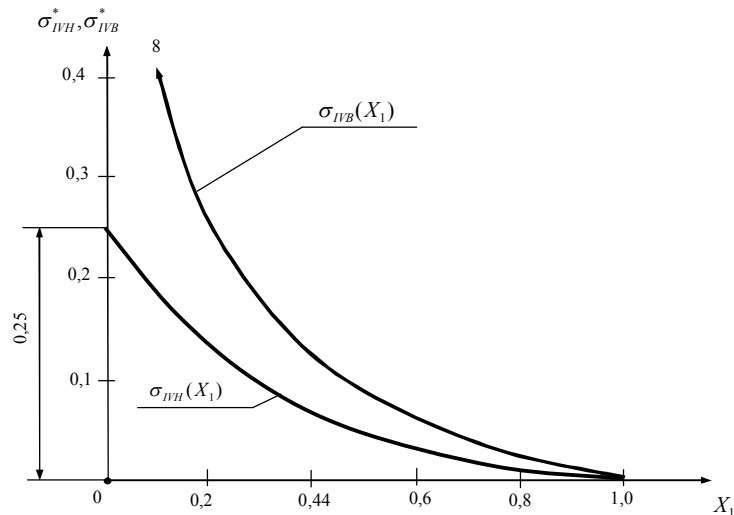


Рис. 3

Используя выражения (5), (18), (20) и (22), представляем в окончательном (расчетном) виде уравнение связи (3):

$$\frac{3X_3}{2\alpha^2(1-X_1)^2} \left[\frac{X_1^2}{2} + \frac{2X_1^2 \ln X_1}{1-X_1^2} + \frac{1}{2} + \frac{f_1(2\ln X_1 + 1 - X_1^2)}{f_2(1-X_1^2)} \right] = \frac{\sigma_T}{[n_T]}. \quad (23)$$

Выражая переменную X_3 из условия прочности (23)

$$X_3 = \frac{2\sigma_T \alpha^2 (1-X_1)^2}{3[n_T] \sqrt{1-\mu+\mu^2} \left[\frac{X_1^2}{2} + \frac{2X_1^2 \ln X_1}{1-X_1^2} + \frac{1}{2} + \frac{f_1(2\ln X_1 + 1 - X_1^2)}{f_2(1-X_1^2)} \right]} \quad (24)$$

и подставляя (24) в формулу (13), будем иметь вместо поставленной общей задачи нелинейного программирования (1)-(6) [1] обычную экстремальную задачу на определение безусловного максимума целевой функции [1,3]

$$\Pi_q = \Pi_q(X_1) = K \frac{f_1(1-X_1)^2}{f_2 \left[\frac{X_1^2}{2} + \frac{2X_1^2 \ln X_1}{1-X_1^2} + \frac{1}{2} + \frac{f_1(2\ln X_1 + 1 - X_1^2)}{f_2(1-X_1^2)} \right]}, \quad (25)$$

где $K = \text{const} > 0$ – постоянный параметр

$$K = \frac{2\pi\alpha^2\sigma_T R_H^2}{3[n_T] \sqrt{1-\mu+\mu^2}}. \quad (26)$$

Исследование функциональной зависимости (25) выполнено на ПЭВМ прямым мето-

дом [1] (без привлечения необходимого и достаточного условий наличия экстремума) и проиллюстрировано на рис. 4.

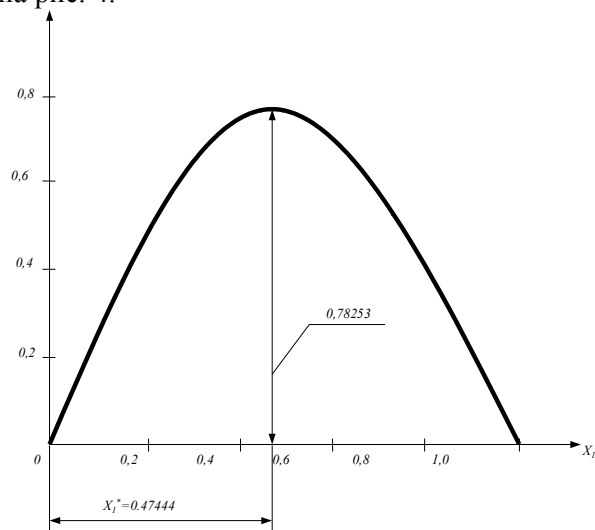


Рис. 4

Найденное соотношение

$$X_1^* = \frac{R_B}{R_H} = 0,47444, \quad (27)$$

при котором

$$\frac{\Pi_{\max}^{(q)}}{K} = \frac{\Pi_q(X_1^*)}{K} = 0,78253, \quad (28)$$

обеспечивает наибольшее тяговое усилие

$$\Pi_{\max}^{(q)} = 0,78253 \cdot K, \quad (29)$$

что может значительно повысить надежность и точность работы мембранных манометров. При этом оптимальная (предельная) величина давления $q_* = X_3^*$ аппроксимируется формулой (24) с обязательной проверкой ограничения (6).

В алгоритме решения конкретной (частной) оптимизационной задачи по максимизации функции $\Pi_q(X_1)$, разумеется, могут быть различные модификации и варианты, но для всех случаев расчета $\Pi_{\max}^{(q)}$ численные значения (27) - (29) являются основными и неизменными. Как правило, при проектировании кольцевых мембран с жестким центром за исходные данные принимаются такие физико-механические и геометрические характеристики конструкции, которые определяют: несущую способность упругого элемента; габаритные размеры прибора и требуемую точность его работы; технологию изготовления мембранного устройства и эксплуатационный режим; наибольшее контролируемое (замеряемое манометром) давление q_* [4,5]. С учетом специфических особенностей данной задачи, в качестве заданных параметров можно использовать, например, σ_T , $[n_T]$, μ , h , R_H и $X_1^* = 0,47444$. В этом случае необходимое оптимальное давление q_* и перестановочное усилие $\Pi_{\max}^{(q)}$ вычисляются с помощью зависимостей (5), (26) и (29), учитывая (проверяя)

неравенство (6).

Кроме того, при загрузке пластинки-мембраны равномерно распределенной нагрузкой q по всей поверхности (рис. 1) результирующая реактивная сила Π_{\max} (полное тяговое усилие) определяется путем суммирования $\Pi_{\max}^{(q)}$, в соответствии с (29), с дополнительной оптимизированной перестановочной силой $\Pi_P = P_q^{(onm)}$ или, согласно (8),

$$\Pi_P = P_q^{(onm)} = \pi R_H^2 (X_1^*)^2 X_3^*, \quad (30)$$

то есть

$$\Pi_{\max} = 0,78253K + \pi R_H^2 (X_1^*)^2 X_3^*. \quad (31)$$

Для иллюстрации полученного общего решения представленной экстремальной задачи рассмотрим пример расчета оптимальных параметров мембраны толщиной $h=1$ мм, радиусом $R_H = 100$ мм, из марганцовистой пружинной стали 65, имеющей следующие механические характеристики [4-6,7]: $\sigma_T = 80 \frac{\text{кгс}}{\text{мм}^2}$; $E = 20000 \frac{\text{кгс}}{\text{мм}^2}$; $G = 8200 \frac{\text{кгс}}{\text{мм}^2}$ - модуль сдвига; $[n_T]=2$.

Вычисляем коэффициент Пуассона μ , пользуясь фундаментальной зависимостью между постоянными G, E, μ [10]

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)},$$

откуда

$$\mu = \frac{E}{2G} - 1 = \frac{20000}{2 \cdot 8200} - 1 = 0,22. \quad (32)$$

Из второго уравнения связи (5), учитывая обозначения (1) и установленное значение $X_1^* = R_B \cdot (R_H)^{-1} = 0,47444$, согласно (27), находим коэффициент α .

$$\alpha = \frac{X_2}{1 - X_1^*} = \frac{0,01}{1 - 0,47444} = 0,019027, \quad (33)$$

который удовлетворяет условию (6):

$$0 < \alpha = 0,019027 < \frac{1}{3}.$$

По формуле (24) определяем предельно допустимое давление q^* в разных единицах измерения [11]:

$$\begin{aligned} q^* = X_3^* &= \frac{\sigma_T \cdot \alpha^2}{[n_T] \cdot \sqrt{1 - \mu + \mu^2}} \cdot 1,66205 = \frac{80 \cdot (0,019027)^2}{2 \sqrt{1 - 0,22 + (0,22)^2}} \cdot 1,66205 = \\ &= 0,0264437 \frac{\text{кгс}}{\text{мм}^2} \approx 2,64 \text{ ат} = 26443,7 \text{ мм.вод.ст.} = 1942,1 \text{ мм.рт.ст.} \end{aligned} \quad (34)$$

Далее, используя зависимости (29)-(31) и формулу (26), находим, с учетом (27), (32)-(34),

$$\begin{aligned} \Pi_{\max}^{(q)} &= \frac{2\pi\alpha^2\sigma_TR_H^2}{3[n_T]\sqrt{1-\mu+\mu^2}} \cdot 0,78253 = \frac{2 \cdot 3,1416 \cdot (0,019027)^2 \cdot 80 \cdot (100)^2}{3 \cdot 2 \cdot 0,910165} = 260,76 \text{ кгс}; \\ \Pi_P &= \pi R_H^2 (X_1^*)^2 X_3^* = 3,1416 \cdot (100)^2 \cdot (0,47444)^2 \cdot 0,0264437 = 187 \text{ кгс}; \end{aligned}$$

$$P_{\max} = P_{\max}^{(q)} + P_p = 260,76 + 187 = 447,76 \text{ кг}.$$

С применением выведенных уравнений и соотношений можно реализовать и обратную процедуру подбора рациональных конструктивных параметров мембраны (в том числе P_{\max}), рассчитанной на заданное максимальное давление q^* . Эта задача является достаточно актуальной с практической точки зрения.

Разработанный теоретический алгоритм и методику можно непосредственно использовать при оптимальном проектировании высокоточных манометров, предназначенных для измерения давлений от сотен атмосфер до нескольких миллиметров водяного столба $1 \text{ мм вод.ст.} = 10^{-4} \frac{\text{кг}}{\text{см}^2} \approx 10^{-4} \text{ ат} = 0,073566 \text{ мм. рт.ст.}$ [11].

Список литературы

1. Виноградов А.И. Проблема оптимального проектирования в строительной механике. – Харьков: Вища школа, 1973. – 168с.
2. Фролов К.В. Методы совершенствования машин и современные проблемы машиноведения. – М.: Машиностроение, 1984. – 224 с.
3. Лесин В.В., Лисовец Ю.П. Основы методов оптимизации. – М.: Изд-во МАИ, 1998. – 344с.
4. Пономарев С.Д., Андреева Л.Е. Расчет упругих элементов машин и приборов. – М.: Машиностроение, 1980. – 326с.
5. Андреева Л.Е. Упругие элементы приборов. – М.: Машгиз, 1962. – 456с.
6. Серенсен С.В., Когаев В.П., Шнейдерович Р.М. Несущая способность и расчет деталей машин на прочность /Руководство и справочное пособие. – М.: Машиностроение, 1975. – 488с.
7. Анурьев В.Н. Справочник конструктора-машиностроителя. Том 1. – 8-е изд., перераб. и дополн./ Под ред. И.Н. Жестковой. – М.: Машиностроение, 2001. – 920 с.
8. Вайнберг Д.В., Вайнберг Е.Д. Расчет пластин. – Киев: Будівельник, 1970. – 436с.
9. Тимошенко С.П., Войновский-Кричер С. Пластинки и оболочки /Пер. с англ. В.И. Контовта / Под ред. П.С. Шапиро. – М.: Наука, 1966. – 636с.
10. Биргер И.А., Мавлютов Р.Р. Сопротивление материалов: Учебное пособие. – М.: Наука, 1986. – 560с.
11. Яворский В.М., Детлаф А.А. Справочник по физике (для инженеров и студентов вузов). – М.: Наука, 1979. – 944 с.

Получено 11.08.05

УДК 621.316.925

В.А. Бороденко

ПГУ им. С. Торайгырова, г. Павлодар

ПОВЫШЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ФАЗОЧУВСТВИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ АВР ПРИ НЕСИНХРОННОСТИ ПИТАЮЩИХ ИСТОЧНИКОВ

Несинхронность питающих источников достаточно редко встречается в электроустановках промышленных предприятий. Это объясняется тем, что ответственные электроприемники должны переводиться с одного источника питания на другой при нормальных оперативных переключениях без перерыва питания, следовательно, источники питания должны допускать возможность параллельной работы в любой момент времени. Тем не менее, данное положение не всегда соблюдается при наличии вводов от энергосистемы и собственной ТЭЦ, а также на шинах собственных нужд электростанций системы.

Фазочувствительные пусковые органы (ПО) автоматики включения резерва (АВР), устанавливаемые на подстанциях с двигательной нагрузкой, должны реагировать на величину и знак угла δ между векторами одноименных фаз напряжений выбегающих электродвигателей (ЭД) и резервного источника при потере питающего напряжения [1]. При несинхронности источников они могут срабатывать ложно по принципу действия ввиду непрерывного изменения величины и знака разности фаз напряжений.

Выполненные исследования позволили предложить [2] в качестве критерия для разграничения режимов выбега ЭД и несинхронности питающих источников скорость изменения величины угла сдвига фаз. Если она меньше первого порога (минимальная скорость), констатируют режим несинхронности напряжений источников, если она больше второго порога (максимальная скорость), констатируют несимметрию рабочего напряжения по любой причине. Попадание текущего значения скорости приращения угла в диапазон, ограниченный двумя порогами, указывает на потерю питания ЭД. Предложенное решение предназначено, в первую очередь, для фазочувствительных органов, угол срабатывания которых находится в диапазоне разности фаз $0-180^\circ$.

Структура устройства упрощается, если срабатывание осуществляется по изменению знака разности фаз, т. е. в момент достижения противофазы напряжений (180°). В этом случае для выделения режима выбега двигательной нагрузки достаточно контролировать не скорость, а длительность приращения угла сдвига фаз напряжений рабочей и резервной секций от начального значения δ_0 до угла срабатывания органа $\delta_{ср} = 180^\circ$. Экспериментально установлено, что для механизмов обследованного промышленного предприятия в диапазоне мощностей 320-1600 кВт это время составляет $t_{\delta n} = 0,24-0,32$ с. Расчет показывает, что при несинхронности источников питания с допустимой, согласно нормам, разностью частот 0,2 Гц длительность аналогичного интервала времени $t_{\delta c}$ равна 2,5 с. Сформулируем первый критерий распознавания в виде

$$t_{\delta n, \max} < t_1 < t_{\delta c, \min} . \quad (1)$$

Для отстройки от синхронных качаний с периодическим переходом угла δ через нулевое значение будем контролировать длительность соответствия величины разности фаз зоне нечувствительности, когда указанная величина меньше заданной уставки. Используя известное выражение [1], описывающее процесс изменения угла сдвига фаз при выбеге ЭД, запишем второй критерий распознавания, отграничивающий режим выбега двигателей от несинхронности питающих источников

$$\left(\sqrt{360 + \delta_0} - \sqrt{360 - \delta_0} \right) \sqrt{\frac{T_j}{9000}} < t_2 < \frac{\delta_0}{\Delta f \cdot 180} . \quad (2)$$

Расчет показывает, что при величине $\delta_0 = 15^\circ$ и разности частот источников 0,2 Гц длительность t_2 паузы для несинхронных источников составит 0,416 с и намного превышает задержку $t_2 = 0,026$ с для случая выбега электродвигателей.

Обозначим переменные, отображающие наличие однополярных полуолн одноименных напряжений рабочего U_1 и U_2 резервного источников, как x_1 и x_2 . Учтем порядок формирования единичных значений этих переменных с помощью последовательностного оператора ОПЕРЕЖЕНИЕ (\rightarrow), вследствие чего логическое выражение, выявляющее выбег электродвигателей первой (второй) секции, имеет вид

$$x_{13} = \overrightarrow{x_1 x_2}, \quad x_{14} = \overrightarrow{x_1 x_2} .$$

Введем в функциональные зависимости работы каналов ПО АВР блокировку от несинхронности источников

$$\left. \begin{aligned} x_5 &= x_{13} D_3^\uparrow x_{16} \Pi \left| D_4^\downarrow; \right. \\ x_6 &= x_{14} D_3^\uparrow x_{16} \Pi \left| D_4^\downarrow, \right. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где $x_5(x_6)$ – сигнал включения первого (второго) канала устройства; Π – оператор ПАМЯТЬ; $x_{13}(x_{14})$ – сигналы о соответствии значения угла сдвига фаз входных напряжений δ рабочей зоне $\delta_0 + 180^\circ$ ($\delta_0 - 180^\circ$); формируются по условию $\vec{x}_1 x_2 (x_1 \vec{x}_2)$; D_3^\uparrow – оператор задержки появления сигнала на время t_3 , предназначен для предотвращения рисков в логической структуре устройства; D_4^\downarrow – оператор задержки исчезновения сигнала на время t_4 , преобразует импульсный сигнал в непрерывный; x_{16} – сигнал распознавания факта потери питания по критериям (1) и (2). Пусть

$$x_{16} = \overline{(x_{13} D_2^\downarrow D_1^\uparrow + x_{14} D_2^\downarrow D_1^\uparrow) (x_{13} x_{14})} D_2^\uparrow = (x_{13} + x_{14}) D_2^\downarrow D_1^\uparrow (x_{13} + x_{14}) D_2^\downarrow. \quad (4)$$

Тогда величина D_2^\downarrow не может быть взята меньше длительности приращения разности фаз от $k2\pi - \delta_0$ до $k2\pi + \delta_0$ в процессе выбега двигателей, которая определяется действительными механическими характеристиками приключенной к секции нагрузки и может колебаться. Представим (4) в виде, позволяющем исключить показанную зависимость от параметров электроприемника. Учитывая, что переход от условия «только x_5 (только x_6)» к условию (x_5 И x_6) выполняется в устройстве при 180° с длительностью паузы всегда не более периода промышленной частоты, а условие (x_5 И x_6) не выполняется, если нарушается критерий (1) $t_1 < t_{\delta, \min}$, представим x_{16} в окончательном виде

$$x_{16} = \overline{(x_{13} + x_{14}) D_2^\downarrow D_1^\uparrow (x_{13} + x_{14})} D_2^\downarrow + x_5 x_6. \quad (5)$$

Разработана структурная схема [3] пускового органа АВР с введенными элементами, реализующими выражения (3) и (5). Она содержит: 1 – фазочувствительную схему (логический элемент контроля чередования импульсов КЧИ) с выходами x_{13} и x_{14} для разного угла сдвига фаз; 2 и 3 – элементы ПАМЯТЬ с входами 4, 5 для установки на ноль; 6 и 7 – исполнительные органы (рис. 1).

В общий узел блокировки 8 объединены измеритель длительности отсутствия управляющих сигналов 9, измеритель длительности наличия управляющих сигналов 10 и формирователь блокирующих воздействий 11 с входами 12-14 и выходами 15-17. Элемент 9 контролирует соответствие порогу t_2 , элемент 10 – соответствие порогу t_1 .

Осциллограмма работы узла блокировки приведена на рис. 2.

Время t_1 задано равным 0,4 с, уставка по времени t_2 равна 30 мс. При биениях напряжений несинхронных источников с периодом 1 с в момент достижения уставки δ_0 появляется сигнал x_{13} (частота первого источника меньше частоты второго). Одновременно снимается блокирующее воздействие в точке x_{16} , разрешая работу модуля. Однако в течение заданного времени угол δ не достигает величины $\delta_{\text{ср}} = 180^\circ$, поэтому через $t_1 = 0,4$ с блокирующее воздействие подается вновь, вследствие чего после достижения 180° на выходе

устройства сигнал отключения рабочего ввода не вырабатывается.

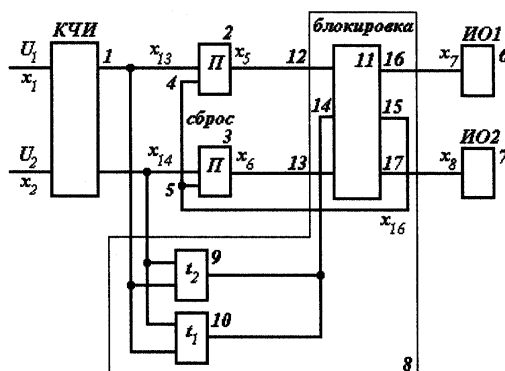


Рис. 1. Структурная схема устройства автоматики

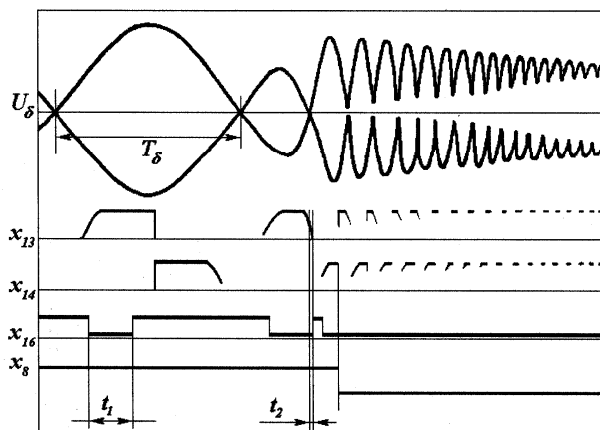


Рис. 2. Работа устройства при несинхронных источниках питания и выбеге двигателей

При потере питания двигателей второй секции ее частота становится меньше частоты первого источника. Запоминание сигнала x_{13} могло бы привести к неправильному срабатыванию модуля по первому выходу. Однако в момент прохождения зоны нечувствительности формируется блокирующее воздействие x_{16} , выключающее элемент ПАМЯТЬ первого канала. Далее происходит нормальный процесс выбега электродвигателей - устройство с задержкой, равной длительности приращения угла до 180° , по сигналу x_8 отключает ввод второй секции.

Дополнительным достоинством предложенного принципа является контроль правильности функционирования модуля при восстановлении напряжения двигателей в произвольной фазе после отключения защиты близкого короткого замыкания (КЗ) с отделением потребителя от источника питания. В момент отключения вектор восстанавливающегося напряжения выбегающих двигателей может как отставать от вектора резервного источника, так и опережать его. Так, хотя происходит выбег двигателей второй секции (рис. 3), после отключения КЗ первым формируется сигнал x_{13} , что привело бы в последующем к гашению первого ввода.

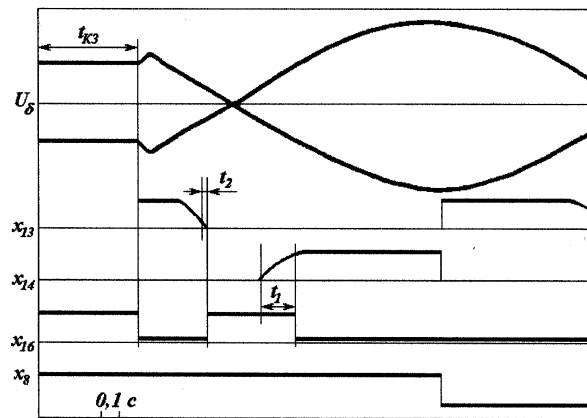


Рис. 3 - Работа устройства при восстановлении напряжения двигателей в произвольной фазе

Однако в зоне нечувствительности сигналы с выходов x_{13} , x_{14} схемы КЧИ снимаются, измеритель D_2^\downarrow выключает элемент ПАМЯТЬ первого канала. Далее фиксируется правильный порядок появления сигналов x_{14} , x_{13} , модуль срабатывает по второму выходу, команда удерживается и снимается общим узлом сброса памяти D_4^\downarrow , устройство правильно производит отключение ввода первого источника питания.

В соответствии с заданным алгоритмом устройство производит двойной замер порядка следования фаз и может быть отнесено к трехимпульсным последовательным схемам, уже имеющим хорошую помехоустойчивость. Однако измеритель D_2^\downarrow позволяет, кроме того, отфильтровать все импульсные помехи, поступающие на измерительные элементы устройства с разрывом во времени более t_2 , например 30 мс, и дополнительно повысить надежность действия устройства.

Установлено, что узел блокировки может быть выполнен с величиной t_1 , адаптируемой автоматически в функции реальных инерционных характеристик энергосистемы в режиме дефицита активной мощности [4]. Такое исполнение позволяет повысить эффективность автоматики. Разграничение режимов основано на несимметрии полупериодов напряжения биений при выбеге электродвигателей.

Таким образом, разработанное фазочувствительное устройство АВР осуществляет блокировку действия при произвольном изменении фазовых характеристик напряжений как от несинхронности питающих напряжений, так и от восстановления в произвольной фазе остаточного напряжения выбегающих двигателей после отключения близкого КЗ. Опытные образцы устройства прошли производственные испытания и введены в эксплуатацию. Они обеспечивают регулирование уставки t_1 в пределах 0,415-1,25 с, что соответствует значениям разности частот контролируемых напряжений от 1,2 до 0,4 Гц. При величине рассогласования частот больше заданной, например 1,2 Гц, модуль срабатывает, производя перевод нагрузки из части энергосистемы со значительным дефицитом активной мощности (сниженной частотой) в систему с нормальным режимом работы. Разгрузка дефицитного по мощности района способствует ускорению ресинхронизации, повышению устойчивости и балансу нагрузок без прекращения электроснабжения отдельных потребителей системой АЧР. В целом подобное действие автоматики следует считать положительным.

Список литературы

1. Бороденко В.А. Повышение эффективности автоматики подстанций с двигательной нагрузкой: Аналитический обзор. – Павлодар: ЦНТИ, 2005. – 88 с.
2. А. С. 892567 СССР. Способ определения исчезновения питающего напряжения / В.А. Бороденко; Опубл. 23.12.81, Бюл. № 47.
3. А. С. 817864 СССР. Пусковое устройство для автоматического включения резерва / В.А. Бороденко; Опубл. 30.03.81, Бюл. № 12.
4. А. С. 930494 СССР. Пусковой орган автоматики ввода резервного питания / В.А. Бороденко; Опубл. 23.05.82, Бюл. № 19.

Получено 20.07.05

УДК 629.3.023.1

А.А. Давыдов, А.А. Макенов, Е.К. Саденов
ВКГТУ, г. Усть-Каменогорск

ПОВЫШЕНИЕ ПЛАВНОСТИ ХОДА АВТОМОБИЛЯ

Кузов автомобиля имеет шесть степеней свободы и может совершать шесть различных типов колебаний таких, как линейные перемещения вдоль осей X ; Y ; Z и угловые перемещения вокруг осей X ; Y и Z [1] (рис. 1).

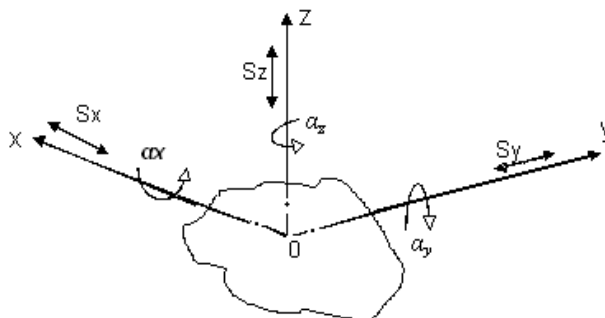


Рис. 1. Схема колебательной системы автомобиля

Линейные перемещения вдоль оси X обозначаются S_x и называются *подергиванием*, перемещения вдоль оси Y обозначаются S_y и называются *шатанием*, а линейные перемещения вдоль оси Z обозначаются S_z и называются *подпрыгиванием*.

Угловые перемещения вокруг оси X обозначаются α_x и называются *покачиванием*. Угловые перемещения вокруг оси Y обозначаются α_y и называются *галопированием*, а угловые перемещения вокруг оси Z обозначаются α_z и называются *вилянием*.

Из-за сложности исследования системы с шестью степенями свободы при расчете подвески обычно изучают только два вида колебаний кузова автомобиля, то есть рассматривают автомобиль как систему с двумя степенями свободы: линейные колебания вдоль оси Z и угловые колебания вокруг оси Y . Отмеченные типы колебаний имеют первостепенное значение для комфортабельности автомобиля, так как именно они вызывают у водителя и пассажиров наиболее болезненные ощущения. Все это обусловлено большой амплитудой и плохо переносимой направленностью, что, в конечном счете, вызывает повышенную

утомляемость и существенно влияет на безопасность дорожного движения. Наиболее пагубное влияние при этом оказывает галопирование.

Чтобы иметь представление о том, каким образом можно уменьшить колебания автомобиля вокруг оси Y , необходимо иметь представление о центре упругости системы. *Центром упругости системы* называют точку, при приложении к которой внешней возмущающей силы возникают только линейные перемещения системы.

Для того, чтобы определить положение центра упругости рассмотрим стержень, который опирается на упругие элементы подвески (рис. 2).

Если возмущающая сила P приложена не к центру упругости (ЦУ), а в другой точке, то возникают линейные и угловые перемещения (положение стержня 1, рис. 2). Если же сила P приложена к центру упругости системы, то происходит только линейное перемещение (положение стержня 2, рис. 2). В последнем случае деформация упругого элемента $f_1=f_2$, вследствие чего галопирование отсутствует.

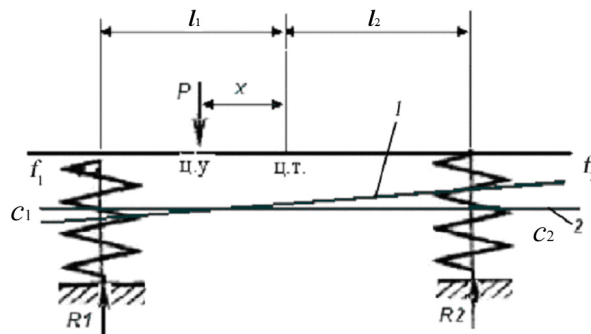


Рис. 2. Схема для определения положения центра упругости системы

Определим величину x - расстояние от центра тяжести до её центра упругости. Из условия равновесия стержня относительно центра тяжести имеем [1]:

$$R_1 \cdot l_1 - P \cdot x - R_2 \cdot l_2 = 0, \quad (1)$$

где R_1 и R_2 - реакции опор.

Решим данное уравнение относительно $x = (R_1 \cdot l_1 - R_2 \cdot l_2) / P$. (2)

Заменим реакции опор $R_1 = c_1 \cdot f_1$ и $R_2 = c_2 \cdot f_2$, тогда

$$P = R_1 + R_2 = c_1 \cdot f_1 + c_2 \cdot f_2,$$

где c_1 и c_2 - жесткости упругого элемента.

Подставив в уравнение (2) найденные значения R_1 , R_2 и P , получим

$$x = (c_1 \cdot f_1 \cdot l_1 - c_2 \cdot f_2 \cdot l_2) / (c_1 \cdot f_1 + c_2 \cdot f_2)$$

При отсутствии галопирования $f_1 = f_2$, следовательно

$$x = (c_1 \cdot l_1 - c_2 \cdot l_2) / (c_1 + c_2).$$

Если расстояние от центра тяжести системы до её центра упругости равно нулю, то есть плечо $x = 0$ (центр тяжести (ЦТ) совпадает с центром упругости), то

$$x = (c_1 \cdot l_1 - c_2 \cdot l_2) / (c_1 + c_2) = 0.$$

Тогда

$$c_1 \cdot l_1 = c_2 \cdot l_2 \text{ или } c_1 / c_2 = l_2 / l_1. \quad (3)$$

С другой стороны расстояния l_1 и l_2 можно выразить через вес автомобиля, распределенный на переднюю ось G_1 и заднюю ось G_2 , и его базу L

$$l_1 = (G_2 \cdot L / G), \text{ а } l_2 = (G_1 \cdot L / G).$$

С учетом этого уравнение (3) запишем в следующем виде

$$c_1/c_2 = G_1/G_2. \quad (4)$$

Следовательно, жесткости подвесок необходимо выбирать таким образом, чтобы они были обратно пропорциональны расстояниям от центра тяжести до передней и задней осей автомобиля или прямо пропорциональны его весу, приходящемуся на переднюю и заднюю оси. Тогда при одинаковых прогибах передней и задней подвесок (f_1 и f_2) кузов автомобиля будет перемещаться вертикально без галопирования.

В качестве примера нами была проведена проверка упругих элементов подвески автомобиля ВАЗ-2121 «Нива» на соответствие их характеристик условиям (3, 4).

Анализ результатов расчета параметров позволяет сделать вывод, что жесткости упругих элементов подвески не обеспечивают автомобилю ВАЗ-2121 «Нива» достаточной плавности хода при минимальной и максимальной нагрузке (табл. 1).

Таблица 1. Соотношение жесткости подвески и веса автомобиля

Отношение весов автомобиля G_1/G_2		Отношение жесткостей упругих элементов подвески c_1/c_2
при минимальной нагрузке	при максимальной нагрузке	
1,45	0,94	2,8

Далее нами был произведен расчет с целью исключения угловых перемещений вокруг оси Y на примере упругого элемента (пружины) автомобиля ВАЗ-2121 (табл. 2, рис. 3).

Таблица 2. Исходные данные

Пружина	d_n	n	D_{cp}
передняя	0,0148	7	0,1052
задняя	0,013	9	0,1152

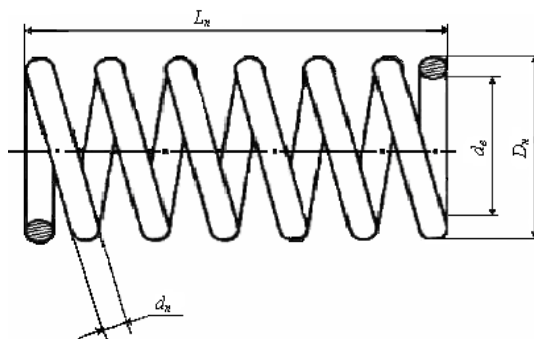


Рис. 3. Основные параметры пружины: D_n – внешний диаметр витка, м; d_e – внутренний диаметр витка, м; d_n – диаметр проволоки, м; L – длина проволоки, м

При расчете жесткости пружины используем формулу [2]

$$c = \frac{G \cdot d_n^4}{8 \cdot n \cdot D_e^3},$$

где G – модуль сдвига (для стали $G = 8 \dots 9 \cdot 10^4$ МПа);

n – количество рабочих витков;

D_s – средний диаметр витка, м.

Расчет жесткости передней пружины

$$c_1 = \frac{8 \cdot 10^4 \cdot 0,0148^4}{8 \cdot 7 \cdot 0,1052^3} = 5,9 \cdot 10^4 \text{ н/м.}$$

Расчет жесткости задней пружины

$$c_2 = \frac{8 \cdot 10^4 \cdot 0,013^4}{8 \cdot 9 \cdot 0,1152^3} = 2,1 \cdot 10^4 \text{ н/м.}$$

Вес автомобиля, приходящийся на передние пружины, $G_1=750$ кг; вес автомобиля, приходящийся на задние пружины, $G_2=800$ кг.

Соотношение параметров жесткости и веса в пропорции:

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{G_2}{G_1}.$$

Таким образом, условие (4), при котором исключается галопирование, в данном случае не соблюдается.

Чтобы получить оптимально возможную плавность хода, т.е. обеспечить условие уравнения (4), необходимо изменить параметры упругих элементов, которые определяют жесткости последних. В данном случае упругими элементами являются пружины, жесткость которых зависит от нескольких параметров (диаметр проволоки, средний диаметр витка, количество витков и материал, из которого изготовлены пружины). Решить поставленную задачу, изменяя только один из перечисленных параметров упругого элемента подвески, практически невозможно. Наиболее приемлемым является вариант решения, при котором изменяются два параметра, а именно диаметр проволоки пружины и количество ее витков. Например, при использовании упругих элементов передней подвески с количеством витков $n_1 = 10$ и диаметром проволоки $d_{n1} = 0,0135$ м, а задней $n_2 = 10$ и $d_{n2} = 0,0148$ м, их жесткости будут равны $c_1 = 2,9 \cdot 10^4$ н/м и $c_2 = 3,1 \cdot 10^4$ н/м, соответственно, что удовлетворяет условию (4).

Поэтому упругая характеристика витой цилиндрической пружины является линейной, а изменение соотношения весов автомобиля G_1 / G_2 при различной степени загрузки последней не соответствует уравнению $y = k \cdot x$. Поэтому при выборе параметров упругих элементов подвески необходимо учитывать условия эксплуатации автомобиля.

Нами была разработана программа, позволяющая решать подобные задачи для автомобилей различных марок, обладающих подвесками, упругими элементами которых являются витые цилиндрические пружины.

При запуске программы на экране появляется окно формы «Вход в систему» программы (рис.4).

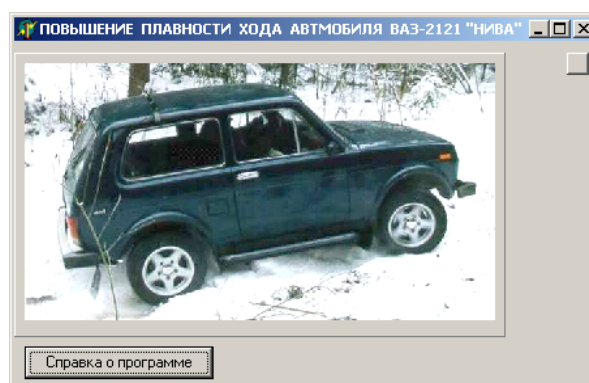


Рис. 4. Окно формы «Вход в систему»

Кнопки «Назад» и «Выход» позволяют вернуться в главное меню программы (рис. 5) либо выйти из нее.

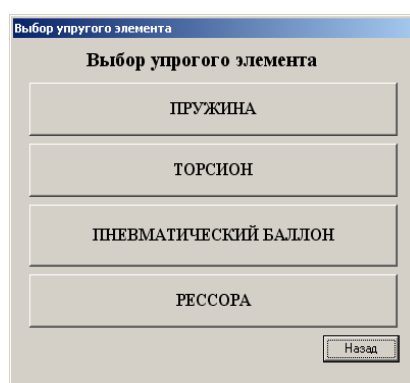


Рис. 5. Главное меню программы

Нами в настоящей работе детально рассмотрены характеристики упругого элемента «Пружина» (рис. 6).

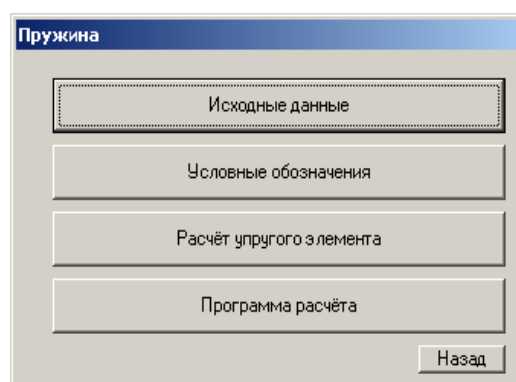


Рис. 6. Меню выбора функций программы

Программа расчета параметров подвески была создана нами с целью расчета необходимой жесткости передней и задней пружины на примере автомобиля ВАЗ-2121. При изменении количества витков в ячейке n мы получим конкретное значение необходимой жесткости пружины, аналогично при изменении диаметра проволоки d_n получим также значение необходимой жесткости пружины.

В дальнейшем, программа нами будет совершенствоваться с целью возможности применения ее для расчета упругих элементов других типов, которые устанавливаются на современных автомобилях (рис. 7). Выбор одного из упругих элементов позволит ознакомиться не только с его схематическим изображением, но и с основными расчетными формулами.

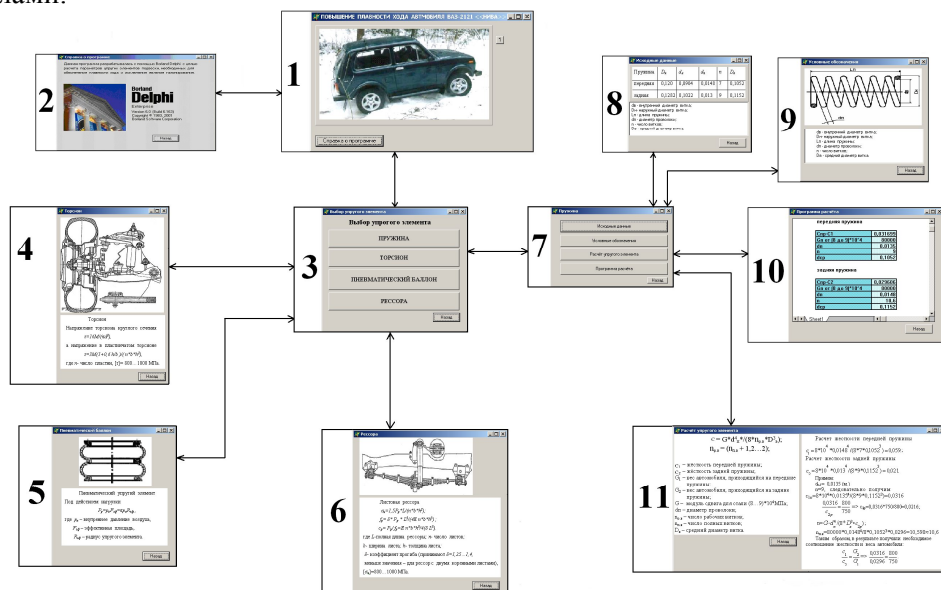


Рис.7. Структурная схема программы: 1 - главное окно программы; 2 - вызов справки; 3 - выбор упругого элемента; 4 - торсион; 5 - пневматический баллон; 6 - рессора; 7 - пружина; 8 - исходные данные; 9 - условные обозначения; 10 - результаты расчета; 11 - расчет упругого элемента

Список литературы

1. Литвинов А.С., Фаробин Я.Е. Автомобиль: Теория эксплуатационных свойств. - М.: Машиностроение, 1989. - 237 с.
2. Осепацугов В.В., Фрумкин А.К. Автомобиль: Анализ конструкций, элементы расчета. - М.: Машиностроение, 1989. - 304 с.

Получено 21.07.05

УДК 621.74.06 С.Ж.

С.Ж. Касымханов
ВКГТУ, г. Усть-Каменогорск

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ИНДИКАТОРНОЙ

ДИАГРАММЫ ВСТРЯХИВАЮЩИХ МЕХАНИЗМОВ

В массовом производстве литых деталей для уплотнения формовочной смеси в опоке с моделью применяются формовочные машины со встряхивающими механизмами. Процесс встряхивания заключается в том, что стол формовочной машины с опокой при подаче воздуха в подпоршневое пространство встряхивающего цилиндра поднимается поршнем вверх. При выпуске воздуха стол падает вниз и ударяется о станину машины. Уплотнение смеси происходит за счет импульса сил инерции смеси при ударе.

Качество уплотнения формовочной смеси в опоке и время уплотнения зависят от параметров рабочего процесса встряхивающего механизма. Эти параметры определяются индикаторной диаграммой (ИД) рабочего процесса, которая представляет собой зависимость давления под поршнем от его перемещения. Наличие ИД дает возможность определить скорость и ускорение поршня, в том числе и в момент удара, рассчитать продолжительность удара и количество ударов в единицу времени, а также оценить удельную энергию удара и инерционные нагрузки, уплотняющие формовочную смесь.

Рабочий цикл встряхивания состоит из отдельных фаз: наполнения цилиндра, расширения воздуха, выхлопа и сжатия. Наполнение и выпуск воздуха может происходить как при движении поршня вверх, так и при движении его вниз. Характерный вид ИД показан на рис. 1. В механизмах без отсечки воздуха участки расширения и сжатия (участки В-С и Е-F) отсутствуют.

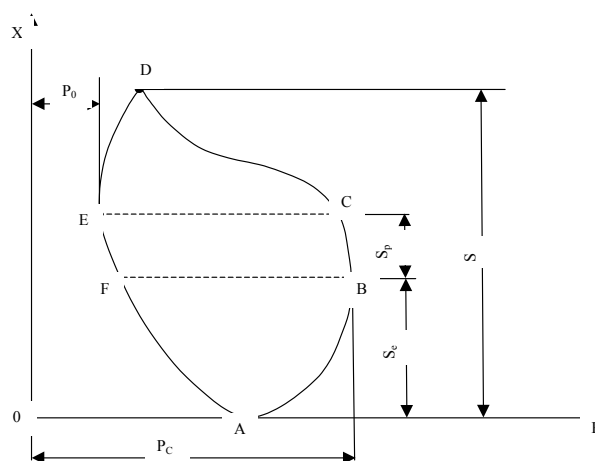


Рис. 1. Индикаторная диаграмма механизма с отсечкой воздуха

Построить ИД встряхивающего механизма, в принципе, возможно аналитическим путем. Для этого необходимо для каждой фазы рабочего цикла составить и решить систему уравнений состояния газа и движения поршня, в результате чего получится аналитическая зависимость давления под поршнем от пути поршня. Однако такое аналитическое решение трудно осуществимо вследствие нелинейности уравнения газового состояния и сложности закона изменения давления в встряхивающем цилиндре. Поэтому построение ИД целесообразно проводить численными методами с уточнением некоторых параметров уравнений экспериментальным путем.

Уравнение состояния газа в пневмоприводе изучено достаточно хорошо [1]. Приведем основные результаты для различных этапов рабочего процесса. Уравнение состояния

воздуха в цилиндре для участков впуска (участки А-В и F-A) имеет вид:

$$\dot{P} = k \mu f \psi P \sqrt{P_c \vartheta_c} (P_c / P)^{1/K} / V - k P \dot{V} / V, \quad (1)$$

где P , V – текущее давление и объем воздуха в цилиндре;

P_c , ϑ_c – давление и удельный объем воздуха в сети;

$k=1,41$ – коэффициент адиабаты для воздуха;

μ , f – коэффициент расхода и площадь впускных отверстий;

ψ – коэффициент, зависящий от перепада давления при истечении воздуха.

Здесь коэффициент ψ определяется по формулам:

$$\psi = 2,15 \quad \text{при} \quad P \leq P_{кр} = P_c / 1,894;$$
$$\psi = 8,214 \sqrt{(P / P_c)^{1,42} - (P / P_c)^{1,71}} \quad \text{при} \quad P > P_{кр}, \quad (2)$$

а

$$\vartheta_c = \vartheta_0 (P_0 / P_c)^{1/k},$$

где $P_0=0,1$ МПа, $\vartheta_0 = 0,84$ м³/кг – давление и удельный объем атмосферного воздуха.

Для участков расширения и сжатия воздуха (участки В-С и Е-F в машинах с отсечкой воздуха):

$$\dot{P} = -\dot{V} K P / V. \quad (3)$$

Для участков выхлопа (участки С-D и D-E) без впуска воздуха в цилиндр (с отсечкой воздуха) уравнение изменения состояния воздуха имеет вид:

$$\dot{P} = -K \mu_0 f_0 \psi_0 P \sqrt{P \vartheta} / V - K P \dot{V} / V, \quad (4)$$

где μ_0 , f_0 относится к выхлопному отверстию, а

$$\psi_0 = 2,15 \quad \text{при} \quad P \geq 1,894 P_0;$$
$$\psi_0 = 8,214 \sqrt{(P_0 / P)^{1,42} - (P_0 / P)^{1,71}} \quad \text{при} \quad P < 1,894 P_0. \quad (5)$$

Для участков выхлопа с непрерывным впуском (без отсечки) воздуха:

$$\dot{P} = K \mu f \psi P \sqrt{P_c \vartheta_c} (P_c / P)^{1/K} / V - K \mu_0 f_0 \psi_0 P \sqrt{P \vartheta} / V - K P \dot{V} / V. \quad (6)$$

Запишем теперь уравнение движения поршня:

$$m \dot{x} = \pm (P - P_0) A \mp Q - R, \quad (7)$$

где m , Q – масса и вес подвижных частей машины;

A – площадь поршня;

R – сила сопротивления движению поршня.

Здесь и далее верхние знаки относятся к движению поршня вверх.

В машинах с жестким ударом сила удара целиком передается на станину и фундамент машины. Поэтому в машинах с большой полезной нагрузкой Q_0 применяются механизмы с амортизацией удара (рис. 2).

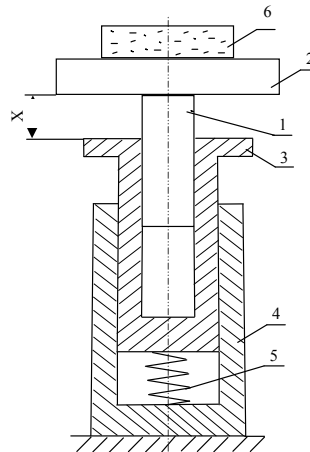


Рис. 2. Схема встраиваемого механизма с амортизацией удара

При подаче воздуха в подпоршневое пространство поршень 1 со столом 2 и опойкой 6 поднимается вверх, а амортизатор 3 движется вниз, сжимая пружину 5. При выпуске воздуха поршень со столом движется вниз под действием собственного веса, а амортизатор движется вверх за счет сил упругости сжатой пружины. При соударении стола с амортизатором энергия удара полностью или частично поглощается пружиной. Движение амортизатора при этом описывается следующим уравнением:

$$m_a \ddot{x}_a + C \dot{x}_a = (P - P_0)A + Q_a \mp R_a, \quad (8)$$

где m_a , Q_a – масса и вес амортизатора;

R_a – сила сопротивления движению амортизатора;

C – жесткость пружины.

Здесь и далее верхний знак относится к движению амортизатора вниз.

Для построения ИД численным методом каждый участок рабочего процесса разбиваем на малые промежутки времени Δt , в пределах которых давление можно считать постоянным и равным некоторому среднему значению в этом промежутке. При этом, движение механической системы происходит с постоянным ускорением и нетрудно найти аналитическое решение уравнений (7) и (8). Из уравнения (7) кинематические характеристики движения поршня:

$$a_i = [\pm (P_{i-1} + \Delta P_i / 2 - P_0)A \mp Q - R] / m; \quad (9)$$

$$x_{\Pi i} = x_{i-1} \pm g_{i-1} \Delta t \pm 0,5 a_i \Delta t^2; \quad g_{\Pi i} = g_{i-1} + a_i \Delta t, \quad (10)$$

где ΔP_i – приращение давления за время Δt , определяемое из уравнения состояния газа для рассматриваемой фазы движения.

Для решения уравнения (8) введем обозначения:

$$T_H = (P - P_0)A + Q_a \mp R_a; \quad \omega_0^2 = C / m_a; \quad \theta = \omega_0 t.$$

Тогда уравнение (8) примет вид:

$$\ddot{x}_a + \omega_0^2 x = T_H / m_a.$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$x_a = (x_H - T_H / C) \cos \theta + (g_H / \omega_0) \sin \theta + T_H / C,$$

где x_H , g_H – перемещение и скорость в начальный момент времени.

Теперь кинематические характеристики движения амортизатора определяются формулами:

$$x_{ai} = x_{Hi} + (x_{a,i-1} - x_{Hi}) \cos \theta + (\dot{x}_{a,i-1} / \omega_0) \sin \theta; \quad (11)$$

$$\dot{x}_{ai} = \dot{x}_{a,i-1} \cos \theta - \omega_0 (x_{a,i-1} - x_{Hi}) \sin \theta,$$

где

$$x_{Hi} = [(P_{i-1} + \Delta P_i / 2 - P_0)A + Q_a \mp R_a] / C.$$

Далее задаемся исходными данными для расчета:

- полезная нагрузка Q_0 (вес снаряженной опоки);
- вес подвижных частей механизма Q_n и амортизатора Q_a ;
- площадь поршня A и давление в сети P_c ;
- параметры воздухораспределения: конструктивный ход встряхивания S , ход наполнения S_e , ход расширения S_p , высота подпоршневое пространство S_0 , площади впускных f и выпускных f_0 отверстий.

На стадии проектирования некоторые из исходных данных принимаются по рекомендациям [2]. Например:

$$Q \approx 1,5Q; \quad Q_a \approx 0,3Q; \quad R = (0,12 \div 0,25) Q; \quad A \approx 2,85Q/P_c;$$

$$S_e = (0,4 \div 0,5)S; \quad S_p = (0,12 \div 0,2)S; \quad S_0 = (0,7 \div 1,0)S;$$

$$C = [(P_c A + Q_a)/1,3 - Q - Q_a]/S \text{ и т.д.}$$

1. Численный расчет ИД начинаем с нижнего исходного положения механизма, когда стол и амортизатор касаются друг друга (точка А на рис. 1). Порядок численного расчета следующий:

1. В исходной точке $a_H = 0$, $\Delta P_H = 0$ и по формуле (9) находим:

$$P_H = P_0 + (Q + R)/A.$$

По координатам $x=0$, P_H наносим на диаграмму точку А.

2. По известным значениям $P=P_H$ и P_c по соотношениям (2) находим коэффициент ψ_H .

3. При $\dot{V} = \dot{V}_H = 0$ и $V = V_H = AS_0$ по формуле (1) определяем \dot{P}_H .

4. Задаемся интервалом времени $\Delta t = (0,01 \div 0,001)c$ и переходим к расчету параметров движения в конце этого интервала:

- а) определяем приращение давления $\Delta P_1 = \dot{P}_H \Delta t$;

- б) по формуле (9) определяем ускорение поршня a_1 ;

- в) полагая $x_{II,0} = 0$, $\dot{x}_{II,0} = 0$, по формулам (10) определяем перемещение x_{II} и скорость \dot{x}_{II} поршня;

- д) полагая, что $x_{a,0} = 0$, $\dot{x}_{a,0} = 0$, по формулам (11) при $\theta = \omega_0 \Delta t$ определяем перемещение x_{a1} и скорость \dot{x}_{a1} амортизатора;

- е) определяем общее перемещение $x_1 = x_{II} + x_{a1}$.

5. Определяем параметры газового состояния в конце интервала:

- а) давление в цилиндре $P_1 = P_H + \Delta P_1$;

- б) объем и скорость изменения объема $V_1 = A(S_0 + x_1)$, $\Delta x = x_1 - x_0$, $\dot{V}_1 = A \Delta x / \Delta t$;

- в) по соотношениям (2) определяем коэффициент ψ_1 ;

- д) по формуле (1) определяем скорость изменения давления \dot{P}_1 .

6. По координатам x_1 , P_1 наносим точку ИД и переходим к следующему интервалу времени.

7. Принимая начальные перемещения, скорости, давление и скорость изменения давления равными значениям в конце предыдущего интервала времени, повторяем пункты

4–6. Расчет продолжаем до тех пор, пока перемещение x не достигнет значения S_e . Определяем суммарное время этапа:

$$t_I = \Sigma \Delta t_i.$$

Если давление достигает предельного значения P_c на каком-то j -ом интервале при $x_j < S_e$, то в дальнейшем следует положить $\Delta P_i = 0$, $P_{i-1} = P = P_c$. Поэтому необходимость применения уравнения газового состояния отпадает, так как в интервале $x_j \leq x \leq S_e$

$$a_i = [(P_c - P_0)A - Q - R]/m, \quad x_{Hi} = [(P_c - P_0)A + Q_a - R_a]/C$$

будут постоянными.

II. Участок расширения $S_e < x \leq S_e + S_p$. Начальные значения перемещений, скоростей, давления, скорости изменения давления принимаем равными значениям в конце предыдущего этапа. Скорость изменения давления (пункт 5,d) определяем по формуле (3). Далее повторяем пункты 4–7 предыдущего этапа до тех пор, пока перемещение x не достигнет значения $S_e + S_p$. Определяем суммарное время этапа t_{II} .

III. Участок выхлопа. Начальные условия принимаем как и при расчете предыдущего участка. Скорость изменения давления определяем по формуле (4) для механизмов с отсечкой воздуха или по формуле (6) для механизмов без отсечки воздуха. Повторяем пункты 4–7 первого участка. Расчет ведем до тех пор, пока V_{II} не станет равным нулю. Далее поршень движется вниз, поэтому в формулах (9) и (10) меняем знак. Продолжаем расчет до тех пор, пока V_a не станет равным нулю. Фиксируем максимальное взаимное перемещение, которое соответствует или верхнему положению поршня или нижнему положению амортизатора. Это перемещение и соответствующее ему давление дают точку Д на диаграмме. Далее амортизатор движется вверх, поэтому меняем знак в формуле (11).

Расчет участка продолжаем до тех пор, пока x не станет равным вновь $S_e + S_p$. В конце участка фиксируем время участка выхлопа t_{III} .

Если на каком-то интервале времени давление достигает предельного значения P_o , то в дальнейшем следует положить:

$$\Delta P_i = 0, \quad P_{i-1} = P_o, \quad a_i = (\mp Q - R)/m, \quad x_{Hi} = (Q_a \mp R_a)/C.$$

IV. Расчет участка сжатия ($S_e \leq x < S_e + S_p$) производится аналогично участку расширения с учетом направления движения поршня и амортизатора.

V. Расчет участка нагнетания с движением поршня вниз ($0 \leq x < S_e$) производится аналогично первому участку. При ударе ($x=0$) фиксируем скорости поршня и амортизатора и время выполнения этой фазы рабочего цикла. Определяем полное время рабочего цикла.

В случае жесткого удара определяется только перемещение поршня. Но в этом случае происходит отскок поршня после удара, и начальная скорость при последующих ударах будет равна:

$$\mathcal{G}_H = k \mathcal{G}_y,$$

где k – коэффициент отскока;

\mathcal{G}_y – скорость поршня в момент удара.

Расчет последующих ударов производится аналогично первому удару и продолжается до тех пор, пока не стабилизируется начальная скорость (обычно 3–4 удара).

Коэффициент отскока обычно определяется экспериментально. Для встряхивающих механизмов формовочных машин его можно принять равным 0,4 [1]. Коэффициент отскока можно найти и аналитически, если определить коэффициент передачи энергии упругому элементу при ударе η на основе контактно-классической или волновой теории удара [3].

В этом случае:

$$k = \sqrt{1 - \eta}.$$

В случае механизма с амортизацией удара энергия полностью поглощается пружиной (удар неупругий) и отскока соударяющихся тел не происходит.

Для реализации изложенной методики построения ИД составлены программы расчета для механизмов с жестким ударом и механизмов с амортизацией удара. По этим программам проведен расчет ИД формовочной машины с полезной нагрузкой $Q_0=4\text{ кН}$. При расчете с механизмом жесткого удара принято:

$Q=6,8\text{ кН}$, $A=314\text{ см}^2$, $P_c=0,6\text{ МПа}$, $S_0=56\text{ мм}$, $S_e=16\text{ мм}$, $S_p=0$, $f=3\text{ мм}^2$, $f_0=30\text{ мм}^2$, $\mu=\mu_0=0,8$.

В результате расчетов получено:

$V_y=0,842\text{ м/с}$; $T_y=242\text{ Дж}$; $t_y=0,164\text{ с}$.

Для механизма с амортизацией удара дополнительно принято $m_a=200\text{ кг}$, $C=180\text{ кН/м}$.

В результате расчетов получено:

$V_n=0,56\text{ м/с}$; $V_a=1,218\text{ м/с}$; $T_y=255\text{ Дж}$; $X_{max}=63\text{ мм}$; $t_y=0,118\text{ с}$.

Список литературы

1. Аксенов П. Н. Оборудование литейных цехов. – М.: Машиностроение, 1968. – 458 с.
2. Горский А. И., Геллер Р. Л., Лиокумович Л. Ф. Расчеты машин литейного производства. – М.: Машиностроение, 1965.
3. Бакиров Ж.Б., Касымханов С.Ж. Продольный удар по упругому стержню//Вестник Карту. №3(35), 2004. – С. 75-79.

Получено 14.09.05.

УДК 621. 867. 7:68-82

С.Н. Нураков, А.К. Тогусов

ЕНУ имени Л. Гумилева, г. Астана

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ УСТРОЙСТВ ДЛЯ РЕГУЛИРОВАНИЯ ТЕМПЕРАТУРНЫХ РЕЖИМОВ ГИДРОСИСТЕМ СТРОИТЕЛЬНЫХ МАШИН

Эксплуатация автокранов с гидроприводом происходит в условиях резких и значительных колебаний температуры окружающей среды, что вызывает сильные изменения вязкости рабочей жидкости (от $5 \cdot 10^{-6}$ до $8 \cdot 10^{-3}\text{ м}^2/\text{с}$). Это отражается на эффективности работы гидропривода, надёжности и производительности машины[1].

Анализ результатов экспериментальных исследований теплового режима гидропривода при низких температурах воздуха (до -40°C) на гидравлическом масле ВМГЗ показал, что производительность автокранов существенно зависит от температуры рабочей жидкости. На рис.1 показана зависимость температуры рабочей жидкости в гидроприводе автокрана от времени работы и применения различных устройств регулирования температуры в зимнее время. Как видно из графиков, при работе крана без устройства разогрева рабочей жидкости, стабильный тепловой режим устанавливается только через 4-4,5 часа работы (кривая 1, рис. 1). Применение устройства регулирования температуры (кривая 2, рис. 1) позволяет через 27-30 мин выйти на оптимальный тепловой режим. Но как показывают исследования разогрев рабочей жидкости путем дросселирования по малому кру-

гу циркуляции - длительный процесс, который сильно затруднен из-за большой вязкости жидкости [2].

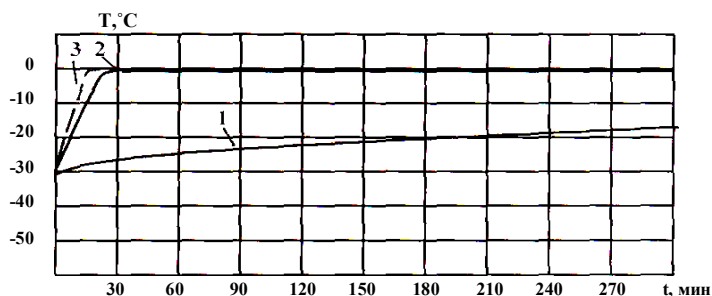


Рис. 1. Зависимость температуры рабочей жидкости в гидроприводе автокрана от времени работы в зимнее время: 1 – без устройства регулирования температуры; 2 – с применением устройства регулирования (дрессельный разогрев); 3 – с применением устройства регулирования.

В случае регулирования температуры с помощью предлагаемого нами устройства (кривая 3, рис. 1), разогрев рабочей жидкости до оптимальной температуры происходит за 16-20 мин а затем температура поддерживается в оптимальном диапазоне в течение всей смены, что позволяет достичь максимальной производительности машины и снизить вероятность поломки гидрооборудования.

Исследование теплового режима гидропривода при высокой температуре окружающей среды ($+25^{\circ}\text{C}$) на гидравлическом масле ИС-30 показало, что для работы системы в номинальном режиме требуется дополнительное охлаждение масла, так как оно нагревалось свыше 80°C [3].

На рис. 2 показаны кривые роста температуры в гидросистеме с использованием различных способов регулирования температуры.

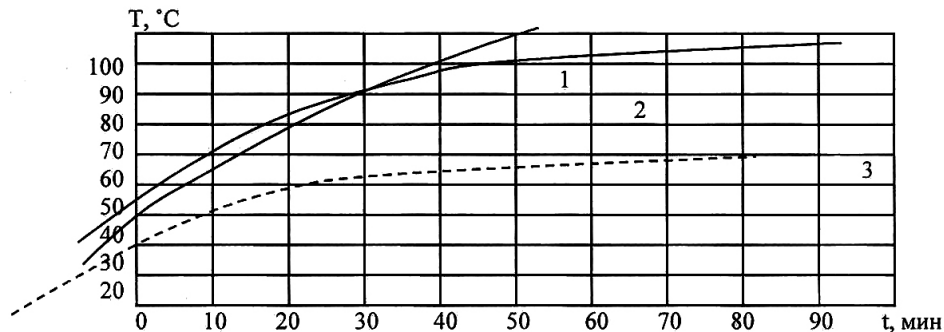


Рис. 2. График изменения температуры в гидросистеме при различных способах охлаждения рабочей жидкости: 1 - без принудительной системы охлаждения; 2 - специальным вентилятором и радиатором; 3 - с устройством для регулирования температуры

Способ принудительного воздушного охлаждения позволяет поддерживать тепловой режим гидропривода строительных машин в допустимых пределах (кривая 2, рис. 2). Вместе с тем, эта система охлаждения имеет ряд недостатков, из-за чего и не получила широкого распространения.

Как видно из графиков, максимальное охлаждение рабочей жидкости обеспечивает пред-

лагаемая нами установка устройства для регулирования температуры (кривая 3, рис. 2).

Таким образом, создание систем регулирования температуры рабочей жидкости, позволяющих поддерживать в требуемом интервале температуру в гидросистеме как при низких, так и при высоких температурах, является актуальной задачей.

В связи с этим в научно-исследовательской лаборатории «Технология, механизация и автоматизация строительных и транспортных процессов» Евразийского Национального Университета им. Л.Н. Гумилева под руководством доктора технических наук Нуракова С.Н. ведутся работы по созданию новых более эффективных устройств для регулирования температуры рабочей жидкости гидросистем (кривая 3 на рис.1 и кривая 3 на рис.2).

Список литературы

1. Нураков С.Н., Тогусов А.К. Классификация теплообменных устройств гидросистем автомобильных кранов // Материалы международной конференции КазГАСА.- 2005.-С.41-42.
2. Каверзин С.В., Мельников В.Г. Устройство для регулирования температуры // Строительные и дорожные машины. - М.: Машиностроение, 1970.-№ 10.- С.9-10.
3. Мирзоян Г.С., Кабаков М.Г., Мануйлов В.Ю. Система охлаждения гидропривода закрытого типа// Строительные и дорожные машины. - М.: Машиностроение, 1973.-№8.- с.9-10.

Получено 04.08.05

УДК 656.13.05

О.А. Пшеничная, В.Н. Сидоренко
ВКГТУ, г. Усть-Каменогорск

ОЦЕНКА ДОПУСТИМОСТИ ЗАГРУЗКИ ДВИЖЕНИЕМ ПОДХОДОВ К НЕРЕГУЛИРУЕМОМУ ПЕРЕКРЕСТКУ, ОБОРУДОВАННОМУ РАЗДЕЛИТЕЛЬНОЙ ПОЛОСой, СО ВТОРОСТЕПЕННОЙ УЛИЦЫ

Одним из условий введения светофорного регулирования на перекрестке является превышение на подходах со второстепенной улицы фактической загрузкой движением ее допустимых значений, которые обусловлены, в свою очередь, требованиями безопасного проезда перекрестка транспортными средствами со второстепенной улицы.

В данной работе предлагается методика определения допустимой загрузки движением подходов со второстепенной улицы, превышение которой в соответствии с требованиями безопасности движения предполагает введение светофорного регулирования. При этом рассматривается случай, когда главная дорога имеет разделительную полосу.

Для определения указанных значений загрузки движением подходов со второстепенной улицы необходимо знать закономерности транспортных потоков в зоне нерегулируемого перекрестка. Исходными данными для решения этой задачи являются схема пере-

крестка с указанием числа полос движения на каждом подходе, наличие (отсутствие) трамвайных путей, а также данные об интенсивности движения транспортных средств, включая трамваи, с каждой полосы и в каждом направлении.

При этом допустимая интенсивность движения $N_{\text{эм}}^{\text{дон}}$ (авт./ч) может быть принята равной практической пропускной способности дороги (улицы) в данном направлении, составляющей около 55% от теоретической пропускной способности [1]:

$$N_{\text{эм}}^{\text{дон}} = 0,55 \cdot P_{\text{эм}}^{\text{теор.}}. \quad (1)$$

Теоретическую пропускную способность дороги (улицы) на второстепенном подходе к нерегулируемому перекрестку можно считать равной максимальной интенсивности движения, рассчитанной на основе вероятностной модели транспортного потока. Следовательно, движение транспортных средств можно рассматривать как случайный процесс. Таким образом:

$$N_{\text{эм}}^{\text{дон}} = 0,55 \cdot N_{\text{эм}}^{\text{max}}. \quad (2)$$

Максимальная интенсивность движения в любом направлении на каждом из подходов второстепенной дороги $N_{\text{эм}}^{\text{дон}}$ (авт./ч) равна максимальному числу транспортных средств, которые могут проехать перекресток со второстепенной улицы в каком-либо направлении за время T , являющееся результатом сложения временных интервалов $t_{\text{зп}}$ (будем называть их граничными) движения транспортных средств в главном транспортном потоке, обеспечивающих безопасный проезд перекрестка.

Значения граничных интервалов в приоритетном транспортном потоке определялись по результатам натурных наблюдений за движением транспортных средств со второстепенного подхода налево ($t_{\text{зп1}}$), прямо ($t_{\text{зп2}}$) и направо ($t_{\text{зп3}}$). Значения этих интервалов в приоритетном транспортном потоке, принимаемые водителями, движущимися со второстепенных улиц, как безопасные, при повороте налево находятся в пределах от 5 до 8 с, при движении прямо – от 4 до 7 с, при повороте направо – от 3 до 6 с. При этом ширина проезжей части на подходах главной дороги не оказывает значительного влияния на указанные пределы граничных интервалов.

Полагая, что распределение эмпирических значений граничных интервалов подчиняется нормальному закону распределения, можно в качестве оценки математического ожидания этих случайных величин взять среднее арифметическое. Поэтому для расчетов могут быть приняты средние значения: $t_{\text{зп1}} = 6,5$ с., $t_{\text{зп2}} = 5,5$ с., $t_{\text{зп3}} = 4,5$ с.

В связи с тем, что в приоритетном транспортном потоке могут быть временные интервалы, которые допускают безопасный проезд со второстепенной улицы более одного автомобиля, будем считать, что разъезд очереди транспортных средств осуществляется через промежутки времени, равные интервалам безопасности δ .

Значение интервала безопасности между транспортными средствами δ при разъезде очереди со второстепенной улицы при скорости 85 % обеспеченности, с учетом того, что в городах транспортные потоки преимущественно состоят из легковых автомобилей и доля дней с гололедом в году невелика, получено нами в результате обработки результатов натурных наблюдений за движением транспортных средств и может быть принято равным 2,4 с.

С учетом вышесказанного, максимальная интенсивность движения на каждом из подходов второстепенной дороги $N_{\text{эм}}^{\text{max}}$ (авт./ч) может быть рассчитана по формуле [1]:

$$N_{\text{от}}^{\text{max}} = N_{\text{от}} \frac{P(t > t_{\text{от}})}{P(t < \delta)}, \quad (3)$$

где $N_{\text{от}}$ – интенсивность приоритетного транспортного потока, авт./ч.;

$P(t > t_{\text{от}})$ – вероятность отсутствия помех для движения второстепенного транспортного потока.

Тогда допустимая интенсивность движения на каждом из подходов второстепенной дороги будет равна

$$N_{\text{от}}^{\text{доп}} = 0,55 \cdot N_{\text{от}} \frac{P(t > t_{\text{от}})}{P(t < \delta)}. \quad (4)$$

$N_{\text{от}}$ в формулах (3) и (4) представляет собой сумму всех транспортных потоков, конфликтующих с рассматриваемым второстепенным.

Для определения $P(t > t_{\text{от}})$ необходимо знать закон распределения временных интервалов в транспортных потоках. Проведенное нами экспериментальное исследование показало удовлетворительную сходимость эмпирической функции распределения интервалов в транспортном потоке с функцией распределения экспоненциального закона:

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}. \quad (5)$$

Тогда вероятность появления в каждом из приоритетных транспортных потоков временного интервала, большего чем $t_{\text{от}}$, выражается формулой:

$$P(t > t_{\text{от}}) = e^{-\lambda t_{\text{от}}}, \quad (6)$$

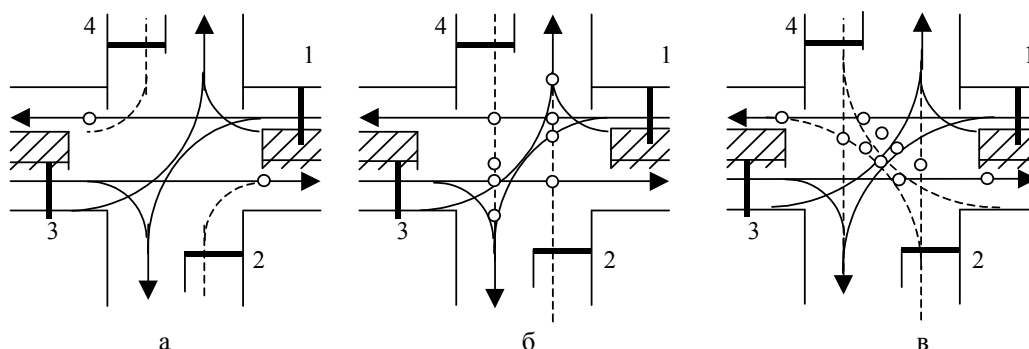
где λ – интенсивность приоритетного транспортного потока, авт./с.

С учетом этого формула (4) примет вид:

$$N_{\text{от}}^{\text{доп}} = 0,55 \cdot N_{\text{от}} \frac{e^{-\lambda t_{\text{от}}}}{1 - e^{-\lambda \delta}}. \quad (7)$$

Полученная формула (7) позволяет определить допустимую интенсивность второстепенного транспортного потока в случае, когда на нерегулируемых перекрестках он конфликтует с одним приоритетным потоком.

Так, при движении транспортного средства со второстепенной улицы в *правоворотном направлении* оно конфликтует только с транспортными средствами, движущимися с ближнего подхода главной дороги в прямом направлении (рис. 1, а). Поэтому, допустимая интенсивность движения в *правоворотном направлении* на каждом из подходов второстепенной дороги на нерегулируемом перекрестке может быть рассчитана по формуле (7) при $t_{\text{от}} = 4,5$ с.



○ – конфликтная точка

подходы 1 и 3 – главная дорога; 2 и 4 – второстепенная дорога

Рис. 1. Схема взаимодействия второстепенных транспортных потоков с приоритетными при движении через нерегулируемый перекресток, оборудованный разделительной полосой: а - схема проезда направо; б - схема проезда прямо; в - схема проезда налево

Однако практически второстепенные транспортные потоки конфликтуют не с одним, а с несколькими приоритетными потоками, движущимися в различных направлениях. Поэтому рассмотрим порядок расчета вероятности отсутствия помех $P(t > t_{cp})$ по различным направлениям движения для второстепенного транспортного потока через нерегулируемый перекресток при наличии разделительной полосы на главной дороге.

Для расчета вероятности $P(t > t_{cp})$ при движении второстепенного транспортного потока в других направлениях, с учетом остальных вышеуказанных условий, могут быть применены положения теории вероятности [2].

Обозначим:

$p_1 = p_1(t > t_{cp})$ – вероятность отсутствия помех в приоритетных транспортных потоках прямого и левоповоротного направлений, движущихся с первого (ближнего по отношению ко второстепенному транспортному средству) подхода главной дороги;

$p_2 = p_2(t > t_{cp})$ – то же для прямого и левоповоротного направлений, движущихся со второго (дальнего) подхода главной дороги;

$p_3 = p_3(t > t_{cp})$ – вероятность наличия интервала более граничного в транспортном потоке прямого встречного направления, движущемся с противоположного подхода второстепенной улицы;

$q_1 = q_1(t > t_{cp})$ – вероятность наличия помехи в приоритетных транспортных потоках прямого и левоповоротного направлений, движущихся с первого подхода главной дороги;

$q_2 = q_2(t > t_{cp})$ – то же для прямого и левоповоротного направлений, движущихся со второго подхода главной дороги;

$q_3 = q_3(t > t_{cp})$ – вероятность наличия помехи в транспортном потоке прямого встречного направления, движущемся с противоположного подхода второстепенной улицы.

При этом,

$$q = 1 - p. \quad (8)$$

Логическая связь «или» выражается в теории вероятностей знаком сложения, логическая связь «и» - знаком умножения.

Рассмотрим возможность проезда нерегулируемого перекрестка, оборудованного на подходах главной дороги разделительной полосой, транспортным средством с второстепенной улицы в *прямом направлении* (рис. 1, б). При этом движение транспортного средства с второстепенной улицы осуществляется в условиях конфликта с транспортными потоками прямого и левоповоротного направлений, движущимися с обоих подходов главной дороги.

Наличие разделительной полосы на подходах главной дороги позволяет осуществить проезд перекрестка в этом случае поэтапно, с остановкой посередине перекрестка для ожидания безопасного интервала во втором приоритетном транспортном потоке.

Так как транспортные потоки различных подходов независимы друг от друга, то в каждый момент времени возможна одна из четырех ситуаций:

- $(p_1 \cdot p_2)$ - во всех приоритетных потоках, движущихся с обоих подходов главной дороги, есть временные интервалы большие t_{zp} ;

- $(q_1 \cdot q_2)$ - во всех приоритетных потоках, движущихся с обоих подходов главной дороги, отсутствуют временные интервалы большие t_{zp} ;

- $(p_1 \cdot q_2)$ - в приоритетных транспортных потоках, движущихся с первого подхода главной дороги, есть временные интервалы большие t_{zp} ; движущихся со второго подхода - такие интервалы отсутствуют;

- $(q_1 \cdot p_2)$ - в приоритетных транспортных потоках, движущихся с первого подхода главной дороги, отсутствуют временные интервалы большие t_{zp} ; движущихся со второго подхода - такие интервалы есть.

Они образуют полную группу событий:

$$p_1 \cdot p_2 + q_1 \cdot q_2 + p_1 \cdot q_2 + q_1 \cdot p_2 = 1. \quad (9)$$

Выражение (9) означает, что водитель транспортного средства, прибывшего к какому-либо подходу к нерегулируемому перекрестку со второстепенной улицы, может наблюдать в данный момент времени одну из описанных четырех ситуаций.

При этом, движение через перекресток возможно как в первой ситуации (формула (9)), так и в два этапа в третьей. В остальных ситуациях возможность движения отсутствует.

Поэтому вероятность отсутствия помех для движения транспортного средства со второстепенной улицы в прямом направлении в рассматриваемом случае может быть найдена по формуле:

$$P(t > t_{zp}) = p_1 \cdot p_2 + p_1 \cdot q_2 \cdot p_2 = p_1 \cdot p_2 \cdot (1 + q_2) = p_1 \cdot p_2 \cdot (2 - p_2), \quad (10)$$

или

$$P(t > t_{zp}) = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t_{zp}} \cdot (2 - e^{-\lambda_2 t_{zp}}), \quad (11)$$

где λ_1 – интенсивность приоритетного транспортного потока с ближнего по отношению к транспортному средству подхода со второстепенной улицы (до разделительной полосы), авт./с;

λ_2 – интенсивность приоритетного транспортного потока с дальнего по отношению к транспортному средству подхода со второстепенной улицы (после разделительной полосы), авт./с.

Таким образом, значение допустимой интенсивности движения в *прямом направлении* на каждом из подходов подхода со второстепенной улицы N_{bmi2}^{don} (авт./ч) в этом случае может быть рассчитана по формуле (7) с учетом (11):

$$N_{bmi2}^{don} = 0,55 \cdot N_{zl} \frac{e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t_{zp}} (2 - e^{-\lambda_2 t_{zp}})}{1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t_{zp}}}. \quad (12)$$

При этом полагаем $t_{zp} = 5,5$ с. Величина N_{zl} представляет собой сумму приоритетных транспортных потоков левоповоротного и прямого направлений с каждого из подходов главной дороги (соответственно ближнего и дальнего), конфликтующих со второстепенным потоком:

$$N_{zl} = N_{zl1} + N_{zl2}, \quad \lambda_1 = \frac{N_{zl1}}{3600}, \quad \lambda_2 = \frac{N_{zl2}}{3600}.$$

Рассмотрим теперь возможность проезда нерегулируемого перекрестка транспортным средством со второстепенной улицы в *левоповоротном направлении* (рис. 1, в). При этом

движение со второстепенной улицы налево осуществляется в условиях конфликта с транспортными потоками прямого и левоповоротного направлений, движущимися с обоих подходов главной дороги, а также с транспортным потоком прямого встречного направления, движущимся с противоположного подхода со второстепенной улицы.

Так как режимы движения отдельных транспортных потоков независимы друг от друга, в этом случае в каждый момент времени возможна одна из восьми ситуаций:

- $(p_1 \cdot p_2 \cdot p_3)$ - во всех приоритетных транспортных потоках есть временные интервалы больше граничного (отсутствуют помехи по всем направлениям);
- $(p_1 \cdot p_2 \cdot q_3)$ - в обоих приоритетных транспортных потоках есть интервалы больше граничного, а в транспортном потоке прямого встречного направления со второстепенной улицы такого интервала нет;
- $(p_1 \cdot q_2 \cdot p_3)$ - в приоритетных транспортных потоках ближнего подхода главной дороги и прямого встречного направления есть интервалы больше граничного; движущихся с дальнего подхода – такие интервалы отсутствуют;
- $(p_1 \cdot q_2 \cdot q_3)$ - в транспортных потоках, движущихся с ближнего подхода главной дороги, есть интервалы больше граничного; движущихся с дальнего подхода и прямого встречного направления второстепенной улицы – такие интервалы отсутствуют;
- $(q_1 \cdot p_2 \cdot p_3)$ - в транспортных потоках, движущихся с ближнего подхода главной дороги, отсутствуют интервалы больше граничного; движущихся с дальнего подхода и прямого встречного направления второстепенной улицы – такие интервалы есть;
- $(q_1 \cdot p_2 \cdot q_3)$ - в транспортных потоках, движущихся с ближнего подхода главной дороги и прямого встречного направления второстепенной улицы, отсутствуют интервалы больше граничного; движущихся с дальнего подхода – такие интервалы есть;
- $(q_1 \cdot q_2 \cdot p_3)$ - в приоритетных транспортных потоках отсутствуют интервалы больше граничного, а в транспортном потоке прямого встречного направления второстепенной улицы такой интервал есть;
- $(q_1 \cdot q_2 \cdot q_3)$ - во всех приоритетных транспортных потоках отсутствуют интервалы больше граничного.

Они образуют полную группу событий и

$$p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 + p_1 \cdot p_2 \cdot q_3 + p_1 \cdot q_2 \cdot p_3 + p_1 \cdot q_2 \cdot q_3 + q_1 \cdot p_2 \cdot p_3 + q_1 \cdot p_2 \cdot q_3 + q_1 \cdot q_2 \cdot p_3 + q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 = 1 \quad (13)$$

Выражение (13) означает, что водитель транспортного средства, прибывшего с какой-либо второстепенной улицы к нерегулируемому перекрестку, может наблюдать в данный момент времени одну из восьми описанных ситуаций.

Если главная дорога на подходах к пересечению оборудована разделительной полосой, то проезд через перекресток транспортного средства со второстепенной улицы в *левоповоротном направлении* может быть осуществлен поэтапно с остановкой посередине перекрестка для ожидания безопасного интервала в транспортных потоках, движущихся с дальнего по отношению к нему подхода главной дороги в прямом и левоповоротном направлении, а также в транспортном потоке прямого встречного направления со второстепенной улицы.

При этом движение через перекресток возможно как в первой ситуации (формула (13)), так и в два этапа во второй, третьей и четвертой. Во всех остальных ситуациях возможность проезда отсутствует.

Вероятность отсутствия помех для движения транспортного средства со второстепенной улицы в *левоповоротном направлении* в этом случае может быть определена по фор-

муле:

$$\begin{aligned} P(t > t_{cp}) &= p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 + p_1 \cdot p_2 \cdot q_3 \cdot p_3 + p_1 \cdot q_2 \cdot p_3 \cdot p_2 + p_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot p_2 \cdot p_3 = \\ &= p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot (1 + q_3 + q_2 + q_2 \cdot q_3) = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot (1 + 1 - p_3 + 1 - p_2 + (1 - p_2) \cdot (1 - p_3)) = \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} &= p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot (4 - 2p_2 - 2p_3 + p_2 \cdot p_3) \\ P(t > t_{cp}) &= e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)t_{cp}} \cdot (4 - 2 \cdot e^{-\lambda_2 \cdot t_{cp}} - 2 \cdot e^{-\lambda_3 \cdot t_{cp}} + e^{-(\lambda_2 + \lambda_3)t_{cp}}), \end{aligned} \quad (15)$$

где λ_1 – интенсивность приоритетного транспортного потока с ближнего по отношению к транспортному средству с второстепенной улицы подхода главной дороги (до разделительной полосы), авт./с.;

λ_2 – интенсивность приоритетного транспортного потока с дальнего по отношению к транспортному средству с второстепенной улицы подхода главной дороги (после разделительной полосы), авт./с.;

λ_3 – интенсивность транспортного потока прямого встречного направления, движущегося с противоположного подхода второстепенной улицы, авт./с.

Таким образом, значение допустимой интенсивности движения в левоповоротном направлении на каждом из подходов второстепенной дороги в этом случае может быть рассчитана по формуле (4) с использованием выражения (15). При этом $t_{cp} = 6,5$ с. Величина $N_{эл}$ (авт./ч) представляет собой сумму конфликтующих со второстепенным приоритетных транспортных потоков левоповоротного и прямого направлений с каждого из подходов главной дороги (соответственно ближнего и дальнего), а также транспортного потока прямого встречного направления, движущегося с противоположного подхода второстепенной улицы:

$$N_{эл} = N_{эл1} + N_{эл2} + N_{эл3}.$$

Для того чтобы определить, превышает ли фактическая загрузка движением подходов к нерегулируемому перекрестку со второстепенной улицы допустимых значений, необходимо рассчитать допустимые интенсивности движения с каждого из подходов со второстепенной улицы (второго и четвертого) в каждом направлении движения, определить отношение фактической загрузки движением к допустимой и сравнить его с единицей.

Значения $N_{эм\ ij}^{дон}$ для каждого направления движения (j) на каждом из подходов второстепенной улицы (i):

	Второй подход	Четвертый подход
Налево	$N_{21}^{дон}$	$N_{41}^{дон}$
Прямо	$N_{22}^{дон}$	$N_{42}^{дон}$
Направо	$N_{23}^{дон}$	$N_{43}^{дон}$

а) на подходе второстепенной улицы – одна полоса движения:

$$\frac{N_{эмi}^{факт}}{N_{эмi}^{дон}} = \frac{1,75N_{эмi1}^{факт}}{N_{эмi1}^{дон}} + \frac{N_{эмi2}^{факт}}{N_{эмi2}^{дон}} + \frac{1,25N_{эмi3}^{факт}}{N_{эмi3}^{дон}}, \quad (16)$$

где 1,75; 1,25 – коэффициенты, учитывающие потери времени транспортными средствами прямого направления из-за помех, создаваемых соответственно лево- и правоповоротными транспортными средствами при движении с одной полосы;

б) на подходе второстепенной улицы – две полосы. Поворот налево осуществляется только с левой полосы, направо – только с правой, движение прямо – с любой полосы:

$$\frac{N_{\text{факт}}^{\text{вти}}}{N_{\text{доп}}^{\text{вти}}} = \frac{1,75N_{\text{факт}}^{\text{вти1}}}{N_{\text{доп}}^{\text{вти1}}} + \frac{N_{\text{факт}}^{\text{вти2}}}{2N_{\text{доп}}^{\text{вти2}}} + \frac{1,25N_{\text{факт}}^{\text{вти3}}}{N_{\text{доп}}^{\text{вти3}}}; \quad (17)$$

в) на подходе второстепенной улицы – *три полосы*. Целесообразно выделение отдельной полосы для левого поворота. Поворот налево осуществляется только с левой полосы, направо – только с правой, движение прямо – с любой полосы:

$$\frac{N_{\text{факт}}^{\text{вти}}}{N_{\text{доп}}^{\text{вти}}} = \frac{1,75N_{\text{факт}}^{\text{вти1}}}{N_{\text{доп}}^{\text{вти1}}} + \frac{N_{\text{факт}}^{\text{вти2}}}{3N_{\text{доп}}^{\text{вти2}}} + \frac{1,25N_{\text{факт}}^{\text{вти3}}}{N_{\text{доп}}^{\text{вти3}}}. \quad (18)$$

При этом в качестве фактической интенсивности транспортных потоков на каждом из подходов следует принимать интенсивность движения в период пик в физических единицах (авт./ч), скорректированную с учетом годовой неравномерности движения:

$$N_{\text{зл}ij}^{\text{факт}} = \frac{N_{\text{зл}ij}^{\text{мес}}}{\kappa_z}, \quad (19)$$

где $N_{\text{зл}ij}^{\text{мес}}$ – полученная в результате натурных наблюдений интенсивность транспортных потоков на i -м подходе к перекрестку в определенном месяце года, авт./ч;

κ_z – коэффициент годовой неравномерности движения транспортных потоков.

Значения коэффициентов годовой неравномерности, полученные при обработке результатов натурных наблюдений, приведены ниже:

месяц	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
κ_z	0,8	0,8	0,8	1,0	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,0	0,8	0,8

Если отношение фактической загрузки движением к допустимой на обоих подходах к перекрестку со второстепенной улицы превышает единицу, то на данном перекрестке необходимо введение светофорного регулирования. Как временная мера повышения пропускной способности перекрестка может быть рекомендовано запрещение левого поворота со второстепенной улицы, загрузка которого превышает допустимую.

Список литературы

1. Лобанов Е.М. Транспортная планировка городов: Учеб. для вузов. – М.: Транспорт, 1990. – 240 с.
2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие для вузов. – Изд. 7-е, стер. – М.: Высш. шк., 2000. – 479 с.: ил.

Получено 15.09.05