



УДК 539.3/.6:621.22.011:621.81

**Б.М. Абдеев, А.И. Недобитков**

ВКГТУ им. Д. Серикбаева, г. Усть-Каменогорск

**ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ  
ПРИ АНАЛИЗЕ ПРИЧИНЫ РАЗРУШЕНИЯ ГИЛЬЗЫ ДВИГАТЕЛЯ ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ**

Даная работа основана на результатах исследования причины разрушения гильзы 130-1002021-A2 двигателя ЗиЛ. В процессе эксплуатации, через 500 км пробега после замены поршневой группы, произошел обрыв буртика гильзы (рис. 1).

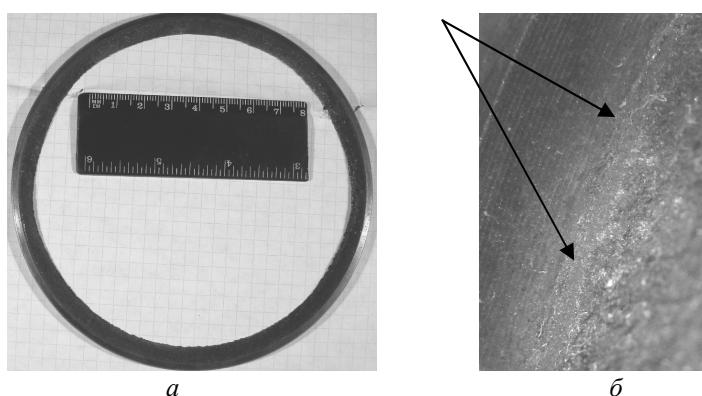


Рисунок 1 – Разрушение буртика исследуемой гильзы: *а* – кольцевой фрагмент буртика гильзы, *б* – глубина и ширина галтели неравномерные, вплоть до полного отсутствия

Исследованием кольцевой канавки (галтели) с помощью микроскопа МБС-2 установлено, что ее глубина и ширина неравномерные (рис. 1, *б*), вплоть до полного отсутствия. Следует напомнить, что в работе [5] Н.В. Болховитинов отмечает, что необходимо по возможности избегать острых углов в деталях, так как они вызывают неравномерность охлаждения вследствие меньшей теплоотдачи и образования парового изолирующего мешка. Вместе с тем острые углы служат местом концентрации внутренних напряжений, а также рабочих напряжений во время службы детали, поэтому вместо углов необходимо делать плавные закругления, понижающие концентрацию напряжений. Докажем это аналитически.

Как правило, в основу математического моделирования и оценки напряженно-деформированного состояния большинства конструкций деталей двигателей внутреннего сгорания положена классическая теория упругости. Применительно к анализу напряженно-деформированного состояния деталей двигателей внутреннего сгорания сложность применения теории упругости связана с большим разнообразием конструктивных и технологических требований, а также условий нагружения. Тем не менее, все большее значение приобретают вопросы учета реального характера действующих нагрузок. Определим характер действующих нагрузок на буртике гильзы двигателя внутреннего сгорания

модели ЗиЛ-130.

В общем случае, для предотвращения прорыва газов и охлаждающей жидкости между головкой и блоком цилиндров их стыковочная зона уплотняется прокладками (рис. 2) [2].

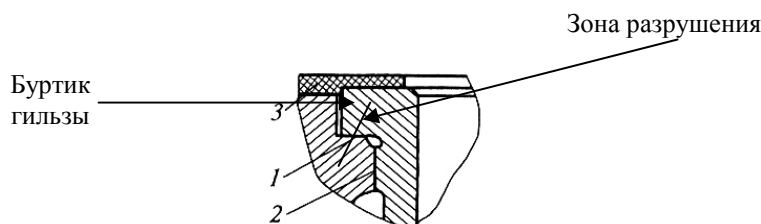


Рисунок 2 – Уплотнение газового стыка: 1 – опорная плоскость, 2 – центрирующий пояс, 3 – прокладка

Работоспособность газового стыка двигателя оценивают по его герметичности при реализации рабочего процесса и по уровню напряженно-деформированного состояния его элементов – шпильки или болта, прокладки и блока [2].

Основными расчетными нагрузками на газовый стык являются (рис. 3) [2]:

- сила предварительной затяжки;
- нагрузка от газовой силы;
- термическая сила, образующаяся при прогреве двигателя вследствие различных коэффициентов линейного расширения элементов стыка.

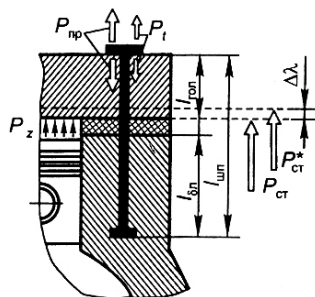


Рисунок 3 – Расчетная схема оценки надежности элементов газового стыка

Покажем аналитически, какое влияние оказывает наличие концентратора напряжений в виде отсутствия части галтели. Расчетная схема приведена на рисунке 4.

Размеры  $d_o$ ,  $d_{\text{ц}}$ ,  $d_{\text{б}}$  – соответствуют размерам, приведенным в работе [1];

$\rho$  – радиальная координата произвольной точки гильзы в цилиндрической системе координат  $\rho OY$ ;

$q$  – внешнее давление на верхнюю поверхность буртика гильзы, которое определяется в зависимости от затяжки болтов головки блока цилиндров из условия  $q > P_{\text{max}}$  (где  $P_{\text{max}}$  – максимальное давление в цилиндрах);

$\rho_0$  – радиус срединной поверхности цилиндрической части гильзы,

$$\rho_0 = \frac{d_0 + d}{2} = 112,5 \text{ мм}; \quad (1)$$

$M_1, M_2, N_1, N_2, Q_1, Q_2$  – распределенные по окружностям радиусами  $\rho_0$  и  $d/2$ , соответст-

венно, изгибающие моменты ( $M_1, M_2$ ), продольные ( $N_1, N_2$ ) и поперечные ( $Q_1, Q_2$ ) силы в сечениях 1-1, 2-2, проходящих через точку «К» с типичным концентратором напряжений [7-9] в виде резкого (ступенчатого) изменения формы гильзы, обусловленного наличием буртика;

$\sigma_{H1}, \sigma_{H2}$  – экстремальные номинальные напряжения на главных площадках 1-1 и 2-2 в окрестностях точки «К»;

$a_\sigma$  – коэффициент концентрации нормальных напряжений  $\sigma_{H1}, \sigma_{H2}$ ;

$\tau_H, \tau_{\max}$  – номинальное и наибольшее касательные напряжения;

$\sigma_{\text{экв}(H)}, \sigma_{\text{экв}(M)}$  – номинальное и максимальное эквивалентные напряжения в опасной точке «К» [7-9,12].

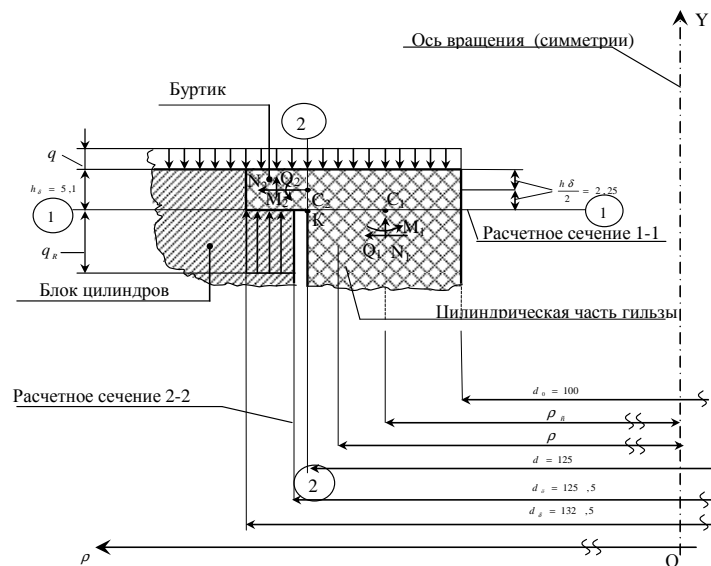


Рисунок 4 – Расчетная схема

Материал конструкции (ориентировочно) – ковкий ферритный чугун марки КЧ 37-12 (ГОСТ 1215);

$\sigma_B = 45 \text{ кг/мм}^2$  – предел прочности на растяжение, согласно результатов проведенных лабораторных испытаний и в соответствии с [10,12] ( $\sigma_B > 37 \text{ кг/мм}^2$ );

$\tau_B = 37 \text{ кг/мм}^2$  – предел прочности при кручении по справочным данным [10,12].

Определим опорные реакции  $q_R$  и внутренние силовые факторы  $M_1, M_2, N_1, N_2, Q_1, Q_2$ .

Из условия равенства равнодействующих давлений  $q_R = \text{const}$  и  $q = \text{const}$

$$q_R \frac{\pi(d_\delta^2 - d_u^2)}{4} = q \frac{\pi(d_\delta^2 - d_o^2)}{4}, \quad (2)$$

получаем (рис. 2)

$$q_R = q \frac{(d_\delta^2 - d_o^2)}{(d_\delta^2 - d_u^2)} = 4,184q. \quad (3)$$

Принимая во внимание (2), проецируем на оси Y и r силы, приложенные к верхней секториальной части кольца (выше расчетного сечения 1-1) с бесконечно малым центральным углом  $d\theta$  (рис. 5):

$$\Sigma Y = N \rho_c d \theta = 0, \quad \Sigma \rho = Q_1 \rho_c d \theta = 0; \quad (4)$$

откуда

$$N_1 = Q_1 = 0. \quad (5)$$

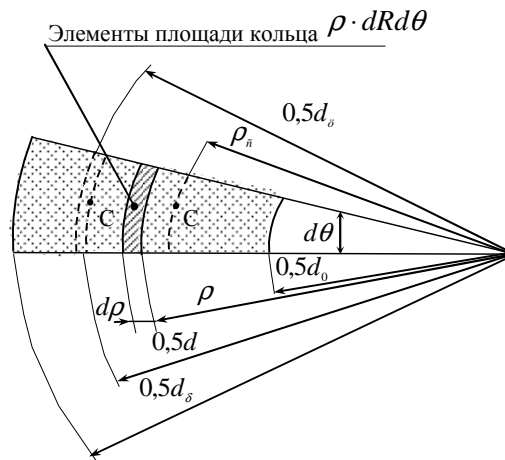


Рисунок 5

Результат (5) показывает, что в расчетном сечении 1-1 детали, включающем опасную точку «К», имеет место чистый изгиб моментом  $M_1$ , который определяем из уравнения равновесия в виде суммы моментов  $\Sigma m_{C1}$  всех внешних и внутренних усилий относительно точки  $C_1$  (рис. 4, 5):

$$\Sigma m_{C1} = M_1 \rho_c d \theta + q d \theta \int_{0,5d_0}^{0,5d_\delta} \rho(\rho - \rho_c) d\rho - q_R d \theta \int_{0,5d_{II}}^{0,5d_\delta} \rho(\rho - \rho_c) d\rho = 0. \quad (6)$$

После исключения  $q_R$  из выражения (6), согласно (3), деления его на  $d\theta$  и раскрытия интегралов, будем иметь искомую линейную функцию  $M_1(q) \geq 0$  при  $q \geq 0$ :

$$M_1 = M_1(q) = \frac{q(d_\delta - d_o)(d_u - d_o)}{24\rho_c(d_\delta + d_u)} [d_\delta(d_u + d_o) + d_u d_o] = 50,48q \left( \frac{\text{мм}^2 \text{сила}}{\text{мм}^2} \right). \quad (7)$$

Аналогично находим силовые параметры  $M_2, N_2, Q_2$  при условии жесткого защемления буртика по цилиндрическому сечению 2-2 и замены нижней части гильзы, отсеченной плоскостью 1-1, уже известным моментом  $M_1$  и  $N_1 = Q_1 = 0$ , учитывая (5) (рис. 4, 5):

$$\Sigma Y = Q_2 \frac{d}{2} d\theta - q d \theta \int_{0,5d_0}^{0,5d} \rho d\rho = 0 \Rightarrow Q_2 = 0,25qd \left( 1 - \frac{d_o^2}{d^2} \right) = 11,25q \left( \frac{\text{мм} \text{сила}}{\text{мм}^2} \right); \quad (8)$$

$$\Sigma \rho = N_2 \frac{d}{2} d\theta = 0 \Rightarrow N_2 = 0; \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \Sigma m_{c2} &= M_2 \frac{d}{2} d\theta + M_1 \rho_c d\theta - q d \theta \int_{0,5d_o}^{0,5d} \rho(0,5d - \rho) d\rho = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow M_2 &= 0,25q(d - d_o)(d + d_o - \frac{d^2 + dd_o + d_o^2}{3d}) - M_1 \frac{2\rho}{d} = 679,97q \left( \frac{\text{мм}^2 \text{сила}}{\text{мм}^2} \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Определим напряженное состояние материала в опасной точке «К» и оценим прочность гильзы.

В соответствии с [7-10,13] и, учитывая соотношения между размерами элементов кон-

струкции (рис. 4), определяем номинальные относительные (безразмерные) напряжения, как в плоской задаче сопротивления материалов (рис. 6):

- по двум главным площадкам, граничащим с точкой «К» на пересечении разрезов 1-1 и 2-2:

$$\delta_{H1}^* = \frac{\delta_{H1}}{q} = \frac{6M_1}{q(d-d_o)} = \frac{6 \cdot 50,48q}{q(125-100)^2} = 0,486 > 0, \quad (11)$$

$$\delta_{H2}^* = \frac{\delta_{H2}}{q} = -\frac{6M_2}{qh_\delta^2} = -\frac{6 \cdot 679,97q}{q(5,1)^2} = -156,856 < 0; \quad (12)$$

- по площадке сдвига под углом  $\beta = 45^\circ$  к плоскости 1-1, где действует экстремальное касательное напряжение  $\tau_H = \max$ , вызывающее разрушение чугуновой гильзы (хрупкий материал) посредством отрыва буртика по конической поверхности с тем же углом  $\beta = 45^\circ$  наклона направляющей, то есть:

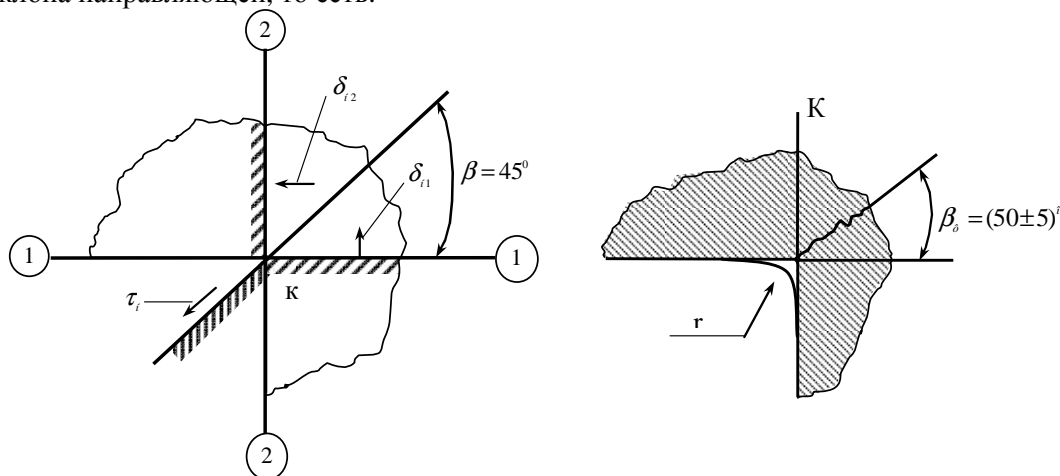


Рисунок 6

$$\tau_H^* = \frac{\tau_H}{q} = \frac{\delta_{H1}^* - \delta_{H2}^*}{2} = \frac{0,486 + 156,856}{2} = 78,671. \quad (13)$$

Поскольку в рассматриваемой конструкции используется хрупкий материал, то по справочно-нормативным рекомендациям [7-9, 12,13] для количественной оценки прочности гильзы применяем классический критерий несущей способности Мора с эквивалентным номинальным параметром:

$$\delta_{\text{экв}(H)}^* = \delta_{H1}^* - \frac{\delta_\sigma}{\delta_c} \delta_{H2}^* = 0,486 + 0,216 \cdot 156,856 = 34,367, \quad (14)$$

где  $\sigma_c$  – предел прочности чугуна КЧ 37-12 при сжатии, который вычисляем по формуле (39) из [7, стр. 594]

$$\delta_c = \frac{\delta_\sigma \tau_\sigma}{\delta_\sigma - \tau_\sigma} = \frac{45 \cdot 37}{45 - 37} = 208 \frac{\text{кг}}{\text{мм}^2} \quad (15)$$

В этой же связи следует отметить, что вышеуказанный теоретический угол излома  $\beta = 45^\circ$  достаточно близок к фактическому  $\beta_{\text{ср}} = 50 \pm 5^\circ$ , установленному путем точных замеров (рис. 6).

Естественно, решающее влияние на разрушение гильзы оказывает концентратор на-

пряжений в точке «К» (рис. 4), где вышеописанное исследование с помощью микроскопа МБС-2 не выявило наличия конструктивно необходимой галтели с контролируемым и регулируемым при изготовлении детали радиусом  $r$  (рис. 2, 6). Теоретически, при  $r = 0$  максимальное напряжение  $\sigma_{\text{эКВ(М)}}$  становится равным бесконечности, что подтверждается графиком функциональной зависимости коэффициента  $\alpha_\sigma = \alpha_\sigma(r)$ , приведенном на рисунке 7 и приближенно аппроксимируемым следующей формулой [8]

$$\alpha_\sigma = 1 + \left[ \frac{\frac{d_\delta - d_o}{d - d_o} - 1}{9,6(1,12 \frac{d_\delta - d_o}{d - d_o} - 1)} \cdot \frac{d - d_o}{r} \right]^{-0,85}. \quad (16)$$

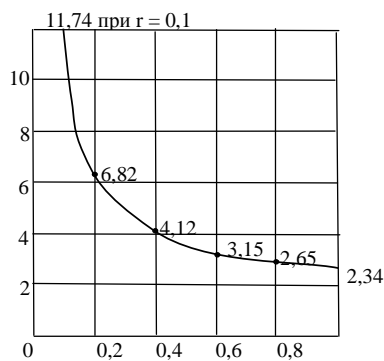


Рисунок 7

Также необходимо указать еще на три важнейших фактора, негативно повлиявших на имеющийся конструктивно-технологический дефект гильзы и способствовавших ее разрушению:

- динамико-циклический характер давления  $q(t)$  (рис. 8) и, как следствие, «усталость материала» с возникновением трещин. В работе [4] дается следующее определение усталости – процесс постепенного накопления повреждений металла под действием переменных напряжений, приводящих к изменению свойств, образованию трещин и разрушению;

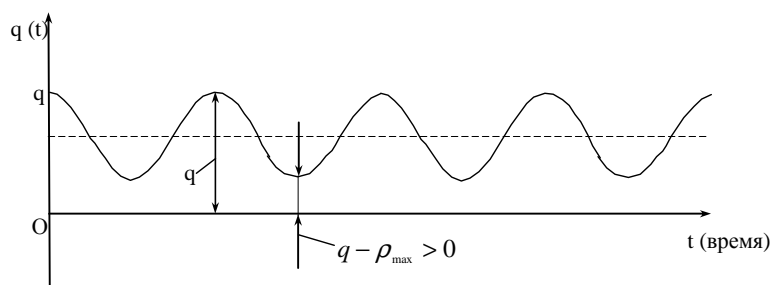


Рисунок 8

- воздействие нестационарного положительного температурного поля, которое повышает хрупкость чугуна, активизирует его усталостный износ и, в конечном счете, существенно снижает прочность.

- колебания гильзы двигателя, окруженной слоем охлаждающей жидкости, при воздействии на ее внутреннюю поверхность периодических ударных нагрузок. Кроме того, в

работе [6] выведено выражение для определения прогиба оболочки-гильзы, окруженной слоем жидкости, при ударных импульсных воздействиях на ее внутреннюю поверхность со стороны поршня, возникающих при прохождении им верхней мертвой точки

$$B = \frac{R^2 \omega^2}{c^2 \psi} \cdot \frac{\rho R_2}{\rho_0 h_0 R_e} \left[ \frac{1}{\sigma^2} \cdot \frac{256}{105} - \frac{256}{315} - \frac{1}{\sigma^4} \cdot \frac{128}{5} + \frac{384Q}{\sigma^6} \right], Q = 1 - \frac{3}{\sigma} \text{cth} \sigma + \frac{3}{\sigma^2}. \quad (17)$$

В работе [6] также показано, что амплитуда колебаний будет максимальной, если ударные нагрузки приложены в центре гильзы, а при их приближении к торцам, амплитуда колебаний спадает вплоть до нуля на торцах.

На основании проведенного исследования аналитически доказано, что отсутствие галтели (канавки), являющейся концентратором напряжений, приведет к разрушению гильзы даже без дефектов макро- и микроструктуры, а также аналитически показано влияние динамико-циклического характера давления  $q(t)$  и воздействие нестационарного положительного температурного поля.

#### Список литературы

1. ОАО «Мотордеталь» Техническая информация. – Кострома: ОАО «Мотордеталь», 2006. – 128 с.
2. Двигатели внутреннего сгорания / Под ред. В.Н. Луканина и М.Г. Шатрова. – М.: Высш. шк., 2005. – 400 с.
3. Гардерман В.Д. Техническая экспертиза разрушения деталей автомобилей. – Киев: Киевский НИИСЭ, 1976.
4. Школьник Л.М. Методика усталостных испытаний. – М.: Металлургия, 1978. – 304 с.
5. Волховитинов Н.Ф. Атлас макро- и микроструктур металлов и сплавов / Н.Ф. Волховитинов, Е.Н. Волховитинова. – М.: Машгиз, 1959. – 86 с.
6. Могилевич Л.И. Колебания гильзы цилиндра двигателя внутреннего сгорания с водяным охлаждением под действием ударных нагрузок со стороны поршневой группы / Л.И. Могилевич, В.С. Попов, А.А. Попова // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2008. – №3. – С.100-108.
7. Расчет на прочность деталей машин: Справочник / И.А. Биргер, Б.Ф. Шорр, Г.В. Иосилевич. – М.: Машиностроение, 1979. – 702 с.
8. Агамидов В.Л. Справочник машиностроителя / В.Л. Агамидов, А.В. Амеляничик и др.; Под ред. С.В. Серенсена. – М.: Машгиз, 1963. – Т.3. – 652 с.
9. Биргер И.А. Сопротивление материалов: Учеб. пособие / И.А. Биргер, Р.Р. Мавлютов. – М.: Наука, 1986. – 560 с.
10. Филин А.П. Прикладная механика твердого деформируемого тела: т.1. Сопротивление материалов с элементами теории сплошных сред и строительной механики. – М.: Наука, 1975. – Т.1. – 832 с.
11. Серенсен С.В. Несущая способность и расчет деталей машин на прочность: Руководство и справочное пособие / С.В. Серенсен, В.П. Кобаев, Шнейдерович; Под ред. С.В. Серенсена. – М.: Машиностроение, 1975. – 488 с.
12. Писаренко Г.С. Справочник по сопротивлению материалов / Г.С. Писаренко, А.В. Яковлев, В.В. Матвеев. – Киев: Наукова думка, 1975. – 704 с.
13. Тимошенко С.П. Механика материалов / Пер. с англ. Л.Г. Корнейчука; Под ред. Э.И. Григолюка / С.П. Тимошенко, Дж. Гере. – М.: Мир, 1976. – 671 с.

Получено 07.04.10

УДК 681. 501

**Б.Х. Айтчанов, Д.М. Ескендирова**  
КазНТУ, г. Алматы

#### ОЦЕНКА ОПТИМАЛЬНЫХ НАСТРОЕЧНЫХ ПАРАМЕТРОВ ДИНАМИЧЕСКИХ ЧАСТОТНО-ИМПУЛЬСНЫХ УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

В настоящее время закон управления, основанный на динамической частотно-им-

ульсной модуляции (ДЧИМ) управляющих сигналов получил широкое применение в подсистемах непосредственного цифрового управления, внедряемых в АСУ ТП. Важной проблемой при разработке и проектировании систем автоматического управления с ДЧИМ является проблема синтеза системы, оптимальной в каком-либо заданном смысле. Одним из важных этапов синтеза системы является оценка оптимальных параметров закона управления.

В данной работе развивается приближенный подход к синтезу динамической частотно-импульсной управляющей системы (ДЧИУС), основанный на результатах работ [1, 2].

Рассматривается ДЧИУС, структурная схема которой показана на рис. 1.

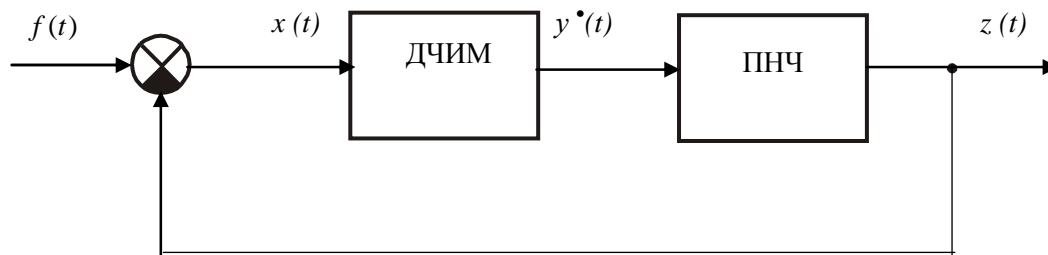


Рисунок 1 – Динамическая частотно-импульсная управляющая система

На входе системы действует стационарный случайный процесс  $f(t)$ . Прямая цепь состоит из импульсной и непрерывной частей. Импульсной частью служит ДЧИМ, преобразующий процесс ошибки системы  $x(t)$  в частотно-модулированную последовательность  $\delta$ -импульсов Дирака  $y^*(t)$  и состоящий из фильтра  $\Phi$  и импульсного устройства ИУ.

Приведенная непрерывная часть состоит из последовательного соединения управляемого объекта с запаздыванием, исполнительного механизма и формирующего фильтра первого порядка.

Содержательное описание преобразований, осуществляемых в модуляторе, применяемом в качестве регулятора системы, приведено в [1,2]. Допустим, что импульсное устройство ИУ в  $n$ -й момент времени выдало  $n$ -й импульс управления, тогда момент появления  $(n+1)$ -го импульса определяется из уравнения:

$$y(t_{n-1} - 0) = W[x(\tau)/t_n \leq \tau \leq t_{n+1} - 0] = \lambda_{n-1}\Delta, \quad (1)$$

$$\lambda_{n+1} = \text{sign } y(t_{n-1} - 0), \quad (2)$$

где  $W$  - оператор фильтра  $\Phi$ ,

$\Delta$  - порог импульсного устройства ИУ,

В линейном случае уравнение (1) имеет вид

$$y(t_{n+1} - 0) = \int_{t_n - 0}^{t_{n+1} - 0} w(t - \tau)x(\tau)d\tau = \lambda_{n+1}\Delta, \quad (3)$$

где  $w(t) = L^{-1}\{W(p)\}$  – весовая функция фильтра  $\Phi$ .

В частных случаях, когда в качестве фильтра  $\Phi$  используется интегрирующее или апериодическое звено первого порядка, соответственно получим интегральный ЧИМ и  $\Sigma$  – ЧИМ.



В общем случае передаточная функция фильтра  $\Phi$  представима в следующем виде:

$$W(p) = \frac{G(p)}{D(p)} = \frac{\sum_{i=0}^{l_1} b_i p^i}{\sum_{i=0}^{l_1} a_i p^i}, \quad (4)$$

где  $a, b$  - вещественные числа,  $l > l_1$ .

В нелинейном случае рассматриваются операторы, описываемые рядами Вольтерра:

$$W[x(\tau)/t_0 \leq \tau \leq t] = \sum_{r=1}^{\infty} w_r \otimes^r x(t), \quad (5)$$

где символом  $w_r \otimes^r x(t)$  - обозначена  $r$ -мерная свертка весовых функций фильтра  $w_r(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_r)$  и процесса ошибки  $x(t - \tau_i), i = \overline{1, r}$ , т.е.

$$w_r \otimes^r x(t) = \int_{t_0}^t \dots \int_{t_0}^t w_r(\tau_1, \dots, \tau_r) \prod_{i=1}^r x(t - \tau_i) d\tau_i, \quad (6)$$

причем  $w_r(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_r)$  - непрерывные, ограниченные весовые функции, обращающиеся в нуль при  $\tau_j < 0$  ( $j = \overline{1, r}$ ).

Приведенная непрерывная часть с учетом непрерывности формирующего фильтра первого порядка определяется рядом Вольтерра

$$z(t) = \sum_{r=1}^{\infty} H_{k,h} \otimes^r y^*(t). \quad (7)$$

Исходя из вышесказанного, динамическая частотно-импульсная управляющая система (ДЧИУС) в общем случае описывается следующими уравнениями

$$x(t) = f(t) - z(t), \quad (8)$$

$$\dot{\bar{z}}(t) = \varphi(\bar{z}, u), \quad z(t) = q^T \bar{z}(t), \quad (9)$$

$$\dot{\bar{y}}(t) = \psi(\bar{y}, u), \quad y(t) = d^T \bar{y}(t), \quad (10)$$

$$W[x(t)/t_n + 0 \leq \tau \leq t_{n+1} - 0] = \lambda_{n+1} \Delta, \quad (11)$$

$$\lambda_{n+1} \Delta = \text{sign} W[x(\tau)/t_n + 0 \leq \tau \leq t_{n+1} - 0], \quad (12)$$

$$u(t) = \sum_n \lambda_n s(t - t_n), \quad (13)$$

где  $z(t), y(t), x(t)$  - соответственно выходные сигналы управляемого объекта, фильтра  $\Phi$  и процесс ошибки системы;  $\bar{z}(t), \bar{y}(t)$  - соответственно вектор состояния управляемого объекта и фильтра  $\Phi$ ;  $s(t)$  - функция, описывающая форму управляющего импульса.

Эффективность функционирования ДЧИУС характеризуется статистическим критерием следующего вида [3]:

$$I = MQ(x), \quad (14)$$

где  $M$  - знак математического ожидания;  $Q(x)$  - заданная функция от ошибки системы.

Этот критерий охватывает многие критерии качества, в том числе критерии средне-квадратичной ошибки системы и вероятности выхода ошибки системы из данных допусков [3].

Анализ ДЧИУС показывает, что задача синтеза сводится к выбору параметров  $c_1, \dots, c_j$ , оператора  $W$ , порога,  $c_{j+1} = \Delta$  и параметров, определяющих форму управляющего импульса из заданного условия. Эти параметры  $c_1, c_2, \dots, c_n$  могут выбираться из допустимой области, задаваемой в общем случае в виде

$$Mp(\bar{c}, x(t)) \leq 0, \quad (15)$$

где  $\bar{c} = (c_1, c_2, \dots, c_n)^T$  - вектор постоянных параметров модулятора.

В связи с вышеописанной формализацией синтез ДЧИУС сводится к определению вектора постоянных параметров модулятора  $\bar{c}$  из условия минимума критерия качества (14) при ограничениях (8)-(13) и (15).

Таким образом, математическую постановку задачи параметрического синтеза ДЧИУС можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \min \{MQ[x(t)]; x(t) = f(t) - z(t); \dot{\bar{z}}(t) = \varphi(\bar{z}, u), z(t) = q^T \bar{z}(t); \\ \dot{\bar{y}}(t) = \psi(\bar{y}, u), y(t) = d^T \bar{y}(t); W[x(t)/t_n + 0 \leq \tau \leq t_{n+1} - 0] = \lambda_{n+1} \Delta; \\ \lambda_{n+1} \Delta = \text{sign} W[x(\tau)/t_n + 0 \leq \tau \leq t_{n+1} - 0]; u(t) = \sum_n \lambda_n s(t - t_n), Mp(\bar{c}, x) \leq 0\}. \end{aligned} \quad (16)$$

Особенность функционирования ДЧИУС, описываемой системой уравнений (8)-(13), не допускает непосредственного решения задачи параметрического синтеза (16).

В эту систему уравнений входит наряду с дифференциальными уравнениями (9) и (10) и функциональное соотношение (11), причем уравнения (9) и (10) связаны между собой через функциональное соотношение (II). При выполнении соотношения (11) происходит изменение правой части уравнения (9) и одновременно обнуляются начальные условия (10).

В связи с этим, система (8)-(13), входящая с ограничения задачи (16), не позволяет непосредственно решить задачу (16).

Одним из путей решения задачи параметрического синтеза (16) является преобразование ее путем исключения из математического описания системы управления переменных  $x, y, z$  к задаче поиска экстремума функции многих переменных

$$F(\bar{c}) \rightarrow \min, \text{при } P(\bar{c}) < 0. \quad (17)$$

Наиболее естественным путем преобразования задачи (16) к задаче (17) является структурное преобразование ДЧИУС, в которой точно воспроизводятся процессы, протекающие в исходной системе (рис.1), и исключаются параметрические обратные связи.

В работах [1, 2] была предложена процедура построения эквивалентной замкнутой системы с релейно-гистерезисной нелинейностью, обладающей описанными выше свойствами. Замена ДЧИМ эквивалентной ему нелинейной системой и применение аппарата функциональных рядов Вольтерра позволяют получить явное соотношение между входом  $f(t)$  и процессом ошибки  $x(t)$  системы [2]

$$x(t) = n_0 + \sum_{k=1}^{\infty} n_{k,h} \otimes^k f(t), \quad (18)$$

где  $n_{k,h} \otimes^k f(x)$  -  $k$ -мерная свертка импульсных характеристик  $n_k(\tau, \tau_m, \tau_1, \dots, \tau_k)$  и входного сигнала  $f(t - \tau_j), j = 1, \dots, k$ , т.е.

$$n_{k,h}^k \otimes f(t) = \int_0^\infty k \cdot \int_0^\infty n_k(h, \tau_1, \dots, \tau_k \prod_{i=1}^k f(t - \tau_i) d\tau.$$

С помощью этой модели (18) исключаются переменные  $x, y, z$  из уравнений задачи (16) и она приводится к параметрическому виду (17)

$$MQ(n_0 + \sum_{k=1}^\infty n_{k,h}^k \otimes f(x)) \rightarrow \min. \quad (19)$$

В некоторых практических случаях при решении задачи (19) удобно вместо вольтерровской модели ДЧИУС (18) использовать статистически линеаризованные ее модели.

Линейная модель ДЧИУС имеет следующий вид

$$\hat{x}(t) = \int_0^\infty l_0^{(i)}(\bar{c}, \tau) m_f d\tau + \int_0^\infty l_1^{(i)}(\bar{c}, \tau) f^0(t - \tau) d\tau, \quad (20)$$

где  $i$  – индекс способа статистической линеаризации;  $m_f$ ,  $f^0(t - \tau)$  – соответственно математическое ожидание и центрированная составляющая входного процесса  $f(t)$ .

Задача (17) в этом случае примет вид

$$\begin{aligned} \min \{ & MQ(\int_0^\infty l_0^{(i)}(\bar{c}, \tau) m_f d\tau + \int_0^\infty l_1^{(i)}(\bar{c}, \tau) f^0(t - \tau) d\tau); \\ & Mp(\int_0^\infty l_0^{(i)}(\bar{c}, \tau) m_f d\tau + \int_0^\infty l_1^{(i)}(\bar{c}, \tau) f^0(t - \tau) d\tau) < 0 \}. \end{aligned} \quad (21)$$

В настоящей работе разработаны алгоритмы параметрического синтеза ДЧИУС на основе вольтерровской модели (18) и статистически линеаризованной модели (20), отличающиеся по точности и степени трудоемкости вычислительных процедур, служащие основой для программного обеспечения синтеза ДЧИУС и входящие в состав функционального наполнения диалоговой системы проектирования и исследования ДЧИУС.

#### Список литературы

1. Попков Ю.С. Статистическая теория автоматических систем динамической частотно-импульсной модуляцией / Ю.С. Попков, А.А. Ашимов, К.Ш. Асаубаев. – М.: Наука, 1988. – 246 с.
2. Айтчанов Б.Х. Методы математического описания частотно-импульсных систем управления объектами с запаздыванием // Вестник КазНТУ. – 2002. – № 2(30). – Алматы: КазНТУ, 2002. – С.72-82.
3. Андреев Н.И. Теория статистически оптимальных систем управления. – М.: Наука, Гл.ред. физ.-мат. лит., 1980. 446 с.

Получено 26.05.10

УДК 519.876.2:681.542.3(574)

**А.А. Джусупов**

Институт проблем информатики и управления МОН РК, г. Алматы

#### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НА ПРИМЕРЕ КОНКРЕТНОЙ УПРАВЛЯЕМОЙ СИСТЕМЫ

Как известно [1, 2], основной проблемой моделирования подобного класса объектов является проблема, связанная с соблюдением материального и теплового балансов, при эффективно работающей системе мониторинга за ходом технологических процес-

сов(наличие соответствующих датчиков), т.е. контроля давления и температуры в зоне добычи. К сожалению, до сих пор аналитических методов расчета давления и температуры в работающих скважинах нет, поэтому создание эффективной модели, при которой необходимо поддерживать соотношение между дебитом скважины  $q$ , забойным давлением  $p_z$  и его градиентом  $\nabla p$ , с учетом изменяющихся температур соответственно является актуальной проблемой [3, 4]. Эту функцию выполняет система контроля и принятия решений.

Ситуацию в зоне контроля на технологической установке можно представить [5]:

$$I = \{P, Q, T\}, \quad (1)$$

где  $P$  – давление;  $Q$  – расход;  $T$  – температура.

При соблюдении ряда ограничений:

$$p > p_z > p_y > p_m \text{ и } T > T_z > T_y > T_m, \quad E_{II} = \frac{Q(t)}{V^0}.$$

Значения изменений технологических параметров (1) регистрируем в моменты времени  $t_i$ , где  $i = 1 \div n$ . Введём шаг дискретизации  $\tau$ . Тогда

$$t_{i+1} = t_i + \tau.$$

В этом случае прогнозом ситуации с упреждением  $l$  назовем следующее соотношение:

$$L(t_i + \tau l) = \{P(t_i + \tau l), Q(t_i + \tau l), T(t_i + \tau l)\}.$$

Концептуально, процессы, протекающие при полном ЖЦ разработки промысла, представляют собой комплекс оргтехмероприятий, проведенных в установленном раз и наперед заданном порядке [6,7]:

- поиск залежей,
- разведка и установление основных характеристик месторождения,
- разведка залежей путем бурения эксплуатационных скважин,
- промышленная эксплуатация и обеспечение максимального уровня добычи,
- ликвидация фонда скважин и последствий техногенного воздействия.

В силу очень больших объемов разнородной информации о столь сложном объекте, как месторождение, а также длительности периода его разработки, исходную и промежуточную информацию о месторождении, об инженерных и технологических решениях необходимо хранить в хорошо структурированном виде и эффективно администрировать ее как в процессе моделирования, так и в процессе принятия и реализации обоснованного управляющего решения. Этим и определяется важность проблематики создания и сопровождения комплексной базы данных месторождения и информационно-технологической поддержки процессов сбора, накопления, хранения, обработки и визуализации информации о месторождении.

Нами разработана СИИ для управления на месторождениях малой и средней мощности, для создания которой:

1. Проведен анализ влияния вязкости, плотности и др. на характер движения продукта в скважине.
2. Построена предварительная математическая модель рассматриваемых процессов при определенных предположениях.
3. Разработана реляционная база данных по эксплуатационным характеристикам скважины и СУБД.

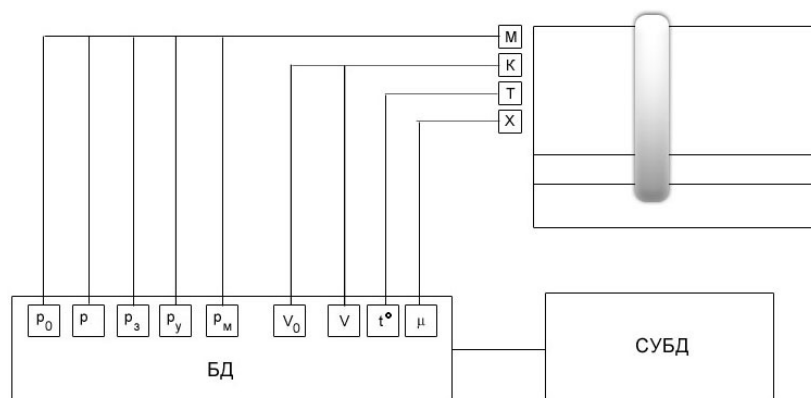
На рис. 1 показано, как данные ГИС, поступающие с приборов, с помощью спутника (рис. 2) передаются и заносятся в базу данных параметров, откуда управляются с помо-

щью СУБД.

4. Разработана модифицированная системологическая модель (рис. 3) для графического описания ЖЦ создания СИИ на всех ее этапах.

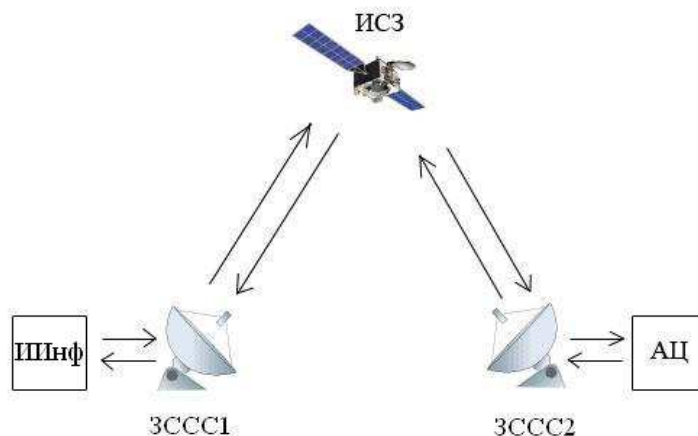
5. Построена вычислительная схема решения задач расчетов и прогнозирования ситуаций на малых и средней величины месторождениях.

Разработана методология имитационного моделирования технологического режима эксплуатации скважин, при котором необходимо поддерживать соотношения между пластовым давлением  $p$ , забойным давлением  $p_z$ , а также давлением на устье скважины  $p_y$ , позволяющем смеси без существенных потерь с достаточным рабочим давлением  $p_m$  поступать в магистральный трубопровод.



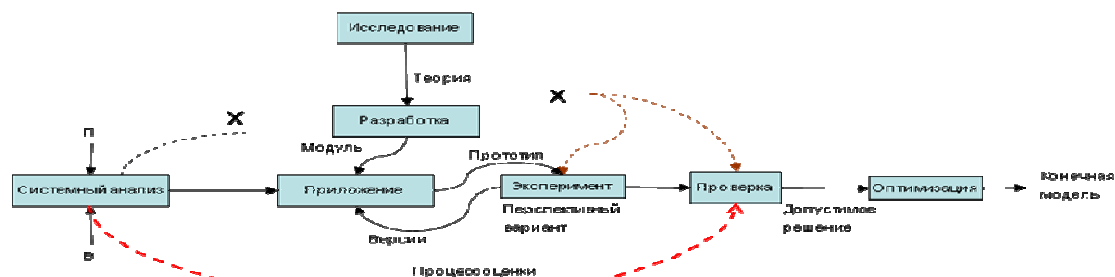
М – манометр, К – каротаж, Т – термopapa, X – xpoмaтoгpaф

Рисунок 1



ИИИИф – источник информации; АЦ – аналитический центр; ИСЗ – искусственный спутник Земли; ЗССС – земная станция спутниковой связи

Рисунок 2 – Передача информации по спутниковой связи



В – задание, П – платформа, Х – система отладки

Рисунок 3 – Модификация системологической модели

#### Список литературы

1. Жумагулов Б.Т. Компьютерные технологии в нефтедобыче / Б.Т. Жумагулов, Н.В. Зубов, В.Н. Монахов, Ш.С. Смагулов. – Алматы: Гылым, 1996. – 167 с.
2. Мищенко И.Т. Расчеты в добыче нефти. – М.: Недра, 1989. – 317 с.
3. Антонцев С.Н. Фильтрация в приквацинной зоне нефтегазонаосного пласта и методы интенсификации притока / С.Н. Антонцев, А.В. Доманский, В.И. Пеньковский // Тезисы докл. Респ. конф. – Ташкент: ФАН, 1989.
4. Ахмед-Заки Д.Ж. Математическое моделирование движения многофазных жидкостей в пористой среде / Д.Ж. Ахмед-Заки, С.Т. Мухамбетжанов // 58-я студ. конф. молодых ученых. – 2004. – С. 47-51.
5. Набиев О.М. Анализ и прогнозирование производственных ситуаций объектов газодобычи / О.М. Набиев, Д.М. Хакбердиев / НИИ «Алгоритм-инжинеринг» АН РУз. – Ташкент, УДП «Мубарекнефтегаз»; Мубарек, (Узбекистан). – 198 с.
6. Захарова А.А. Оптимизация процесса цифрового 3D-моделирования месторождений нефти и газа / А.А. Захарова, М.А. Иванов // Известия ТПУ. – 2008. – № 5. – Том 312. – С. 119-125.
7. Ямпольский В.З. Анализ программного обеспечения для трехмерного моделирования и оптимизации разработки месторождений нефти и газа / В.З. Ямпольский, А.А. Захарова, М.А. Иванов, О.С. Чернова // Известия ТПУ. – 2006. – №7. – Том 309. – С. 50-55.

Получено 16.06.10

**НАШИ ЮБИЛАРЫ!**

**КУТТЫКТАЙМЫЗ!  
ПОЗДРАВЛЯЕМ!**

**70 жас  
лет**

**БИЦОЕВА  
ГЕННАДИЯ ДАДОВЕВИЧА,**  
кандидата технических наук, профессора  
кафедры машиностроения и технологии  
конструкционных материалов  
**ЗДОРОВЬЯ, СЧАСТЬЯ, УСПЕХОВ, ДОРОГОЙ ЮБИЛАР!**

**МЕРЕЙТОЙ ИЕСИНЕ МЫКТЫ ДЕНСАУЛЫК, ТАУСЫЛМАС БАКЫТ,  
ШЫҒАРМАШЫЛЫК ТАВЫС ТІЛЕЙМІЗ!**



УДК 681.5.01:658.012(574)

**А.А. Джусупов**

Институт проблем информатики и управления МОН РК, г. Алматы

**МОНИТОРИНГ ПРОИЗВОДСТВА СЕРНОЙ КИСЛОТЫ ИЗ ОТХОДЯЩИХ ГАЗОВ  
ЦВЕТНОЙ МЕТАЛЛУРГИИ РАЦИОНАЛЬНЫМ МЕТОДОМ ПОСТРОЕНИЯ СЛОЖНЫХ СТРУКТУР**

В настоящее время реализация программы «Дорожная карта бизнеса-2020» может встретиться с трудностями из-за существующих проблем:

- 1) отсутствие хорошо структурированного и отлаженного механизма сбора и системного анализа информации по отраслям и регионам;
- 2) сдерживание развития предпринимательской инициативы в Казахстане:
  - а) финансовая (у малого и среднего бизнеса нет доступа к средне- и долгосрочному финансированию из средств госбюджета. В настоящее время государство не располагает достаточными средствами для их финансирования);
  - б) репрессивное отношение правоохранительной системы к МСБ;
- 3) производительность труда в нашей республике в пять раз ниже, чем у работника в развитых странах, потому что применяется устаревшая технология, старая техника;
- 4) существует так называемое «проклятие ресурсов»: располагая немалыми сырьевыми ресурсами, Казахстан не может в полной мере обеспечить их обработку – необходимо развитие обрабатывающей промышленности и использование инновационных технологий, позволяющих резко повысить производительность труда.

В РК уже ведется работа по решению данных проблем, но существующих средств недостаточно – необходим принципиально новый подход государственно-частного партнерства. Данная статья излагает накопленный опыт комплексного использования сырья в конце второго тысячелетия на одном из предприятий цветной металлургии РК.

Структура производства серной кислоты  $H_2SO_4$  из отходящих газов цветной металлургии приведена на рис.1.

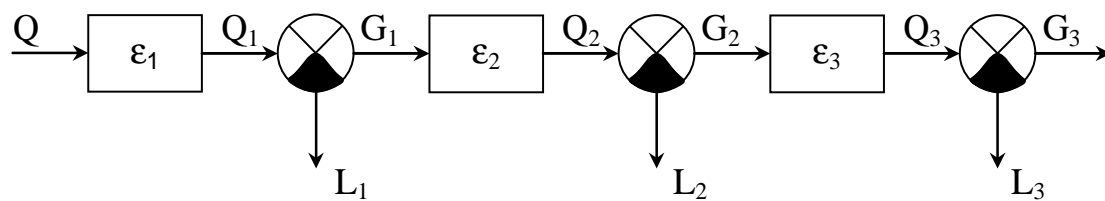


Рисунок 1 – Структура производства серной кислоты  $\text{H}_2\text{SO}_4$

Потери сырья  $Q$  в процессе переработки разделяются на две фазы (рис. 2):

- а) твердая – огарок или агломерат  $L_1$  – безвозвратные потери по части  $Q$ ;
- б) газ – исходящий в трубу  $L_2$  и  $L_3$  – брызги и туман  $\text{H}_2\text{SO}_4$  в отделении абсорбции.



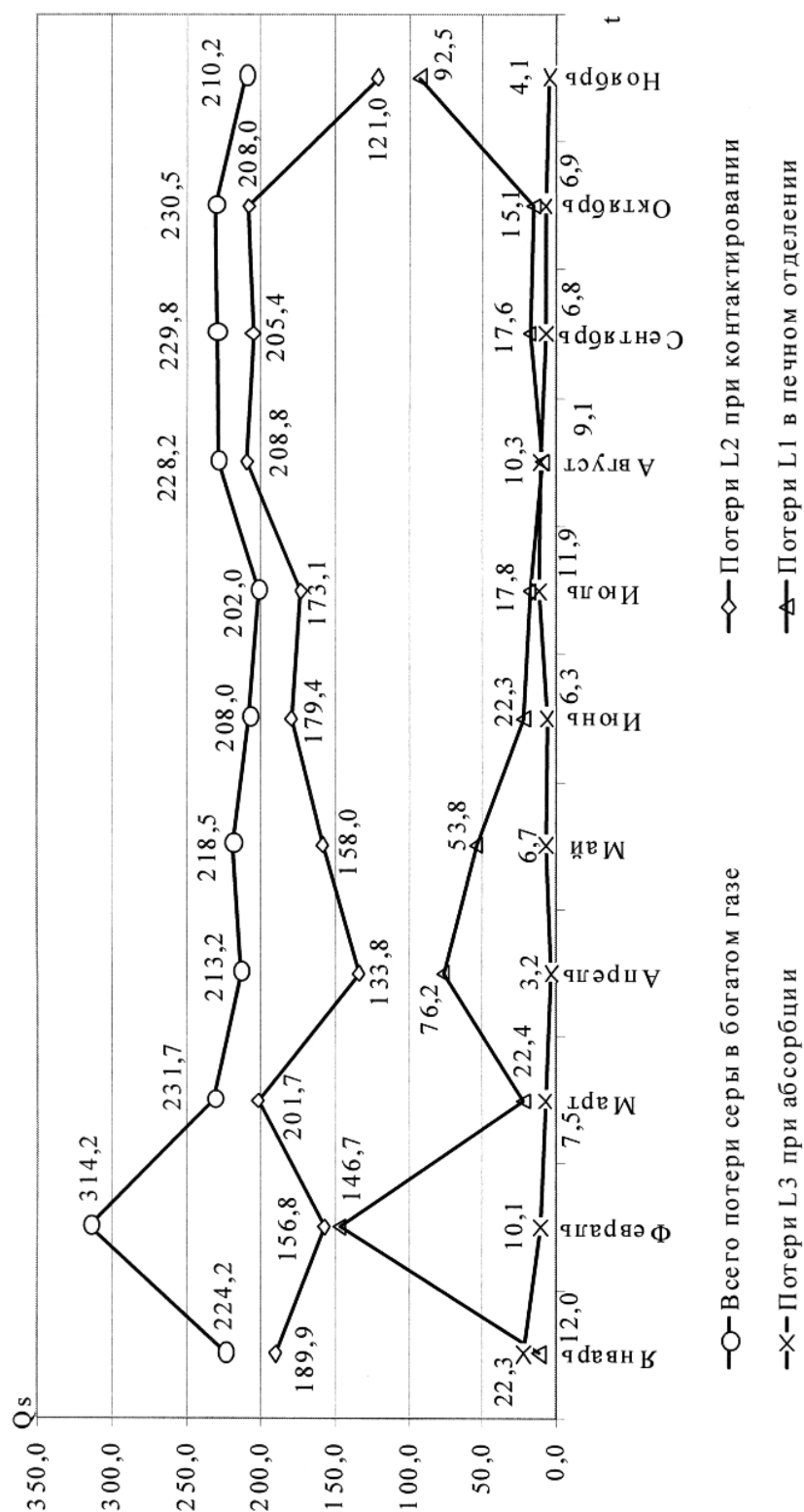


Рисунок 2 – Потери серы при производстве серной кислоты

Анализ показывает, что имеющие место потери указывают на наличие резервов, которые требуют достаточно дорогих планово-предупредительных мероприятий, профилактических ремонтов, замену устаревшего оборудования и т.д., так как износ основных фондов приближается к критическому. Один из путей, устраняющих отмеченный недостаток, – повышение качества управления за счет применения современных технологий, поскольку действующая система экологического законодательства Республики Казахстан заставляет применять современные системы мониторинга. Причем, составляющие по  $(L_1 + L_2 + L_3) < 0,1Q$ ; норма экологической составляющей принята в общемировой практике эксплуатации подобных систем. Величины, воздействующие на рассматриваемый технологический процесс, можно разбить на две основные группы:

а) неконтролируемые возмущения  $\chi_i$ , определяющие состояние технологического оборудования;

б) управляющие параметры  $u_i$ , компенсирующие  $\chi$ .

В соответствии с приведенной на рис. 1 структурой производства  $H_2SO_4$  получим:

$$\begin{cases} Q_1 = \varepsilon_1 Q, \\ Q_2 = \varepsilon_2 G_1, \\ Q_3 = \varepsilon_3 G_2, \\ G_1 = \chi_1 Q - L_1, \\ G_2 = \chi_1 \chi_2 Q - L_2 - L_1, \\ G_3 = \chi_1 \chi_2 \chi_3 Q - L_3 - L_2 - L_1, \end{cases} \quad (1)$$

где  $Q_1$  – производительность печного отделения по  $SO_2$ , кг/ч;

$Q_2$  – производительность контактного отделения по  $SO_3$ , кг/ч;

$Q_3$  – производительность абсорбционного отделения по  $H_2SO_4$ , кг/ч;

$G_1$  – расход  $SO_2$ , поступающего на конверсию, кг/ч;

$G_2$  – расход  $SO_3$ , поступающего на абсорбцию, кг/ч;

$G_3$  – производительность по моногидрату, кг/ч;

$\varepsilon_i$  – коэффициент выхода продукта на  $i$ -м технологическом участке, ( $i=1,2,3$ ) характеризует состояние технологического режима, %;

$\chi_i$  – коэффициент, определяющий потери на соответствующем участке, характеризует состояние работоспособности технологического оборудования и оснастки и зависит от  $u_i$ , %.

Опыт эксплуатации производственных систем подобного класса показывает, что  $\chi_i$  меняется случайным образом в интервале времени от 0 до  $\tau$ , где  $\tau$  – время безаварийной работы технологического оборудования и оснастки,  $\chi_i \in ДН$  – пространство работоспособности. Поскольку для любого технологического режима значения  $\chi(\varepsilon, u)$  обычно близки к стационарным, функция распределения  $F[\chi(\varepsilon, u)]$  соответствует гауссовской: можно оценить влияние изменения  $\chi$  при переходе от одного вида управления к другому с сохранением заданного технологического режима в пространстве ДН. Последнее определяется своим средним значением  $\bar{\chi}$  и средним квадратичным отклонением  $\sigma$ , характеризующим качество мониторинга. Если предположить, что  $\bar{\chi} = \tau / \tau + \tau_p$ , где  $\tau_p$  – время, затрачиваемое на ремонт оборудования и оснастки, то можно подсчитать

вероятность сокращения сроков ремонтов с расстановкой приоритетов выхода на ремонт в зависимости от  $\chi$ , степени важности оборудования с целью соблюдения технологического режима и регламента, которое оценивается неравенством

$$M(\bar{\chi}) - 3\sigma(\bar{\chi}) \leq \chi \leq M(\bar{\chi}) + 3\sigma(\bar{\chi}), \quad (2)$$

где  $M(\bar{\chi})$  – математическое ожидание  $\chi$ ;

$\sigma(\bar{\chi})$  – среднеквадратическое отклонение  $\chi$ ,

в зависимости от которых появляется возможность принять управляющее решение, компенсирующее сбой системы перераспределением нагрузки между оборудованием, или подготовиться к остановке на ремонт для устранения отказа.

Таким образом, оценку качества ведения процесса предлагаем осуществлять по следующей методике:

а) составить синтезированную структуру производственного процесса (рациональная модель);

б) рассчитать величины  $\chi$  и  $L$ ;

в) оценить эффективность системы.

Данный подход является развитием идей Кафарова В.В. и Ицковича И.Л. в решении задачи «неполноты сгорания топлива в топке» [1, 2].

На рис. 3 представлена структура контактного аппарата К-39-4.

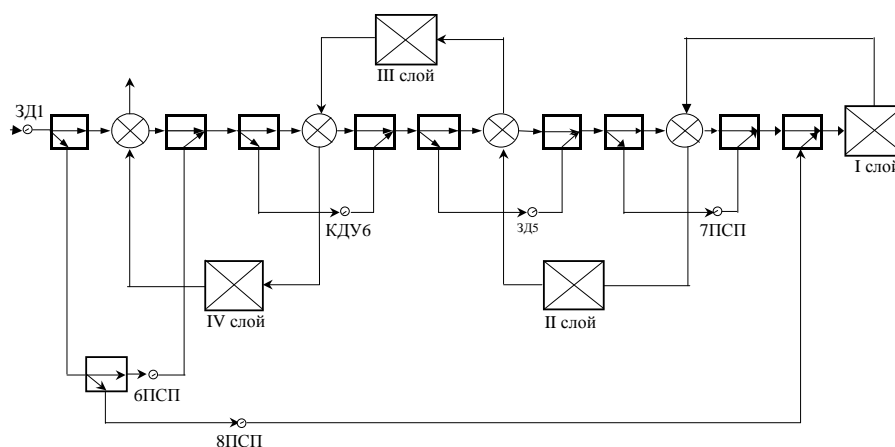


Рисунок 3 – Структура контактного аппарата К-39-4

На рис. 4 приведена преобразованная структура в виде параметрического потокового графа, с помощью которого, следуя методике Кафарова В.В., определен порядок расчета элементарных звеньев по ходу газовой смеси естественным образом. Таким образом, получаем следующие технологические потоки:  $P_4(P_3, P_{20}, P_{21})$ ,  $P_7(P_{19}, P_{18})$ ,  $P_{10}(P_{16}, P_{17})$ ,  $P_{13}(P_{14}, P_{15})$ , которые и устанавливают порядок расчета математических моделей, порядок опроса первичных датчиков и определения принадлежности регулирующего органа (завдвижки) тому или иному узлу. Однако данный подход, связанный с использованием метода ветвей и границ, достаточно громоздкий. Нами предложен рациональный метод расчета управляющих воздействий в соответствии с определенными технологическими потоками с использованием математической модели [3]. Тогда исходной для расчета управляющих воздействий с учетом возможных ресурсов – запаса хода исполнительных

механизмов будет:

$$T_{K1} \cdot a1 = 7ПСП \cdot T_{ВЫХ1} \cdot a5 + C_{SO2} \cdot a3 + (T_{3X0} \cdot 6ПСП + (1 - 8ПСП) T_{ВЫХ}^{\text{ч}} + T_{ВЫХ1} \cdot (1 - 7ПСП)) \cdot a2 + Q(p) \cdot a4;$$

$$T_{K2} \cdot b1 = 3Д5 \cdot T_{ВЫХ2} \cdot b5 + C_{SO2}(1 - E1) \cdot b3 + T_{K1} \cdot b2 + Q(p)(1 - 0,5 \cdot C_{SO2} \cdot E1) \cdot b4;$$

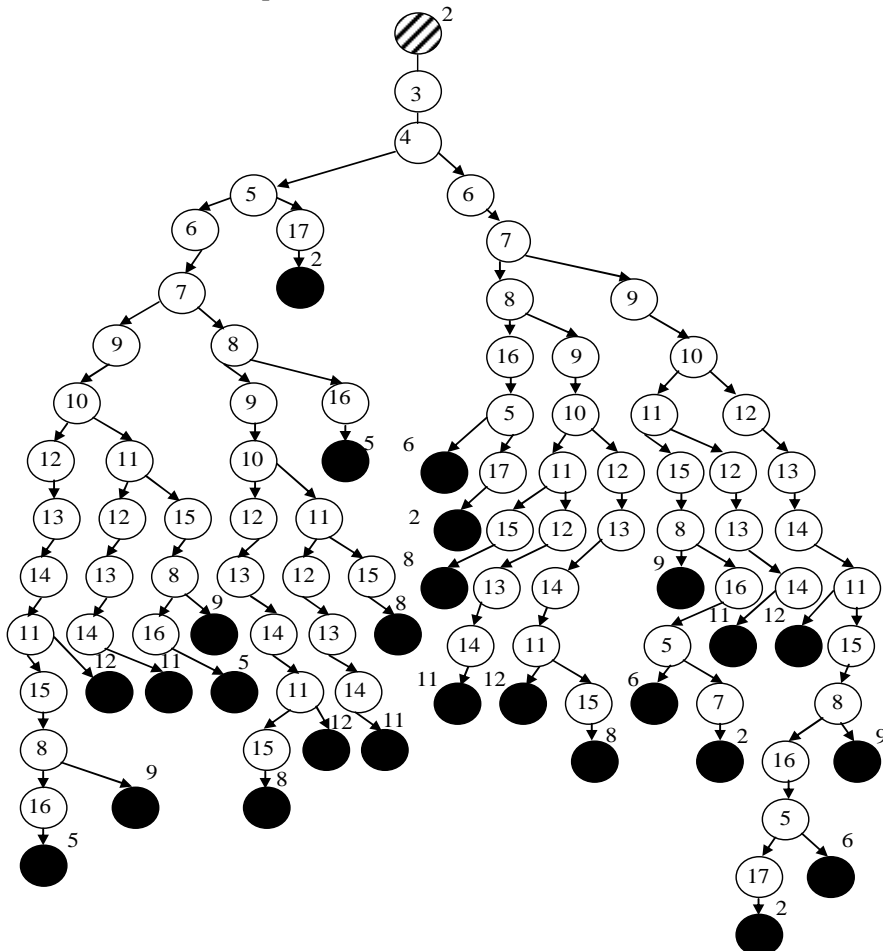
$$T_{K3} \cdot a1 = КДУ6 \cdot T_{ВЫХ3} \cdot m5 + C_{SO2}(1 - E2) \cdot m3 + T_{K2} \cdot m2 +$$

(3)

$$+ Q(p)(1 - 0,5 \cdot C_{SO2} \cdot E2) \cdot m4;$$

$$T_{K4} \cdot p1 = T_{ВЫХ}^{\text{ч}} \cdot (1 - 8ПСП - КДУ6) \cdot p5 + C_{SO2}(1 - E3) \cdot p3 + T_{K3} \cdot p2 +$$

$$+ Q(p)(1 - 0,5 \cdot C_{SO2} \cdot E3) \cdot p4.$$



	Вершины, входящие в контур	Контур	№	Вершины, входящие в контур	Контур
I	2-3-4-5-17-2	A	IX	5-6-7-9-10-11-15-8-16-5	F
II	5-6-7-8-16-5	B	XVIII	2-3-4-6-7-8-16-5-17-2	G
III	8-9-10-11-15-8	C	XII	5-6-7-9-10-12-13-14-11-15-8-16-5	J
IV	11-12-13-14-11	D	XXII	2-3-4-6-7-9-10-11-15-8-16-5-17-2	K
VI	8-9-10-12-13-14-11-15-8	E	XXVI	2-3-4-6-7-9-10-12-13-14-11-15-8-16-5-17-2	L

Рисунок 4 – Структура К-39-4 в виде параметрического потокового графа

Подставив в выражения (3) известные значения температур, согласно регламенту и  $E_4 = 0,98$ , значения  $a_i, v_i, m_i, p_i, i = \overline{1,4}$  – коэффициенты пропорциональности изменяются от 0 до 1, взятые из модели [5], определим управляющее решение для наиболее типичных случаев:

а) все ПСП = 0 – байпасирующие каналы закрыты, за исключением задвижки  $Y_0$  поступления газовой смеси в аппарат, когда ресурс – автотермичность – эксплуатируется максимальным образом, получим  $\epsilon_1 = 0,43, \epsilon_2 = 0,681, \epsilon_3 = 0,835, \epsilon_4 = 0,98$ ;

б) все ПСП = 1 – байпасирующие каналы открыты, контактная масса перегрета, получим  $\epsilon_1 = 0,716, \epsilon_2 = 0,772, \epsilon_3 = 0,832, \epsilon_4 = 0,98$ ;

в) КДУ6 = 0, 8ПСП = 1, ЗД5 = 0, 7ПСП = 0, получим  $\epsilon_1 = 0,72, \epsilon_2 = 0,73, \epsilon_3 = 0,75, \epsilon_4 = 0,98$ ;

г) КДУ6 = 1, 8ПСП = 0, ЗД5 = 1, 7ПСП = 1, получим  $\epsilon_1 = 0,43, \epsilon_2 = 0,77, \epsilon_3 = 0,75, \epsilon_4 = 0,98$ .

Отсюда видно как влияет изменение управляющих решений на численное значение степени контактирования, а значит на качественные характеристики технологического процесса производства серной кислоты из отходящих газов цветной металлургии.

Таким образом, на основании рационального метода построения сложных структур проведена оценка точности параметров  $\chi$  и  $L$ . Для решения задачи мониторинга экологически опасных объектов необходимо иметь на производстве датчики:

а) весоизмеритель готового продукта;

б) газоанализаторы  $SO_2$  и  $H_2$ ;

в) измеритель пылей и паров серной кислоты.

Кроме того, требуется наладить систему оборота промышленной воды.

В процессе исследования получены результаты, которые имеют прикладное значение и представляют интерес для разработчиков систем автоматизированного управления в режиме ON LINE, для разработчиков экспертных систем – в режиме OFF LINE. В таблице приведены результаты предложенной безотходной, экологически безопасной технологии серно-кислотного производства на действующем оборудовании.

Технико-экономические показатели работы серно-кислотного производства

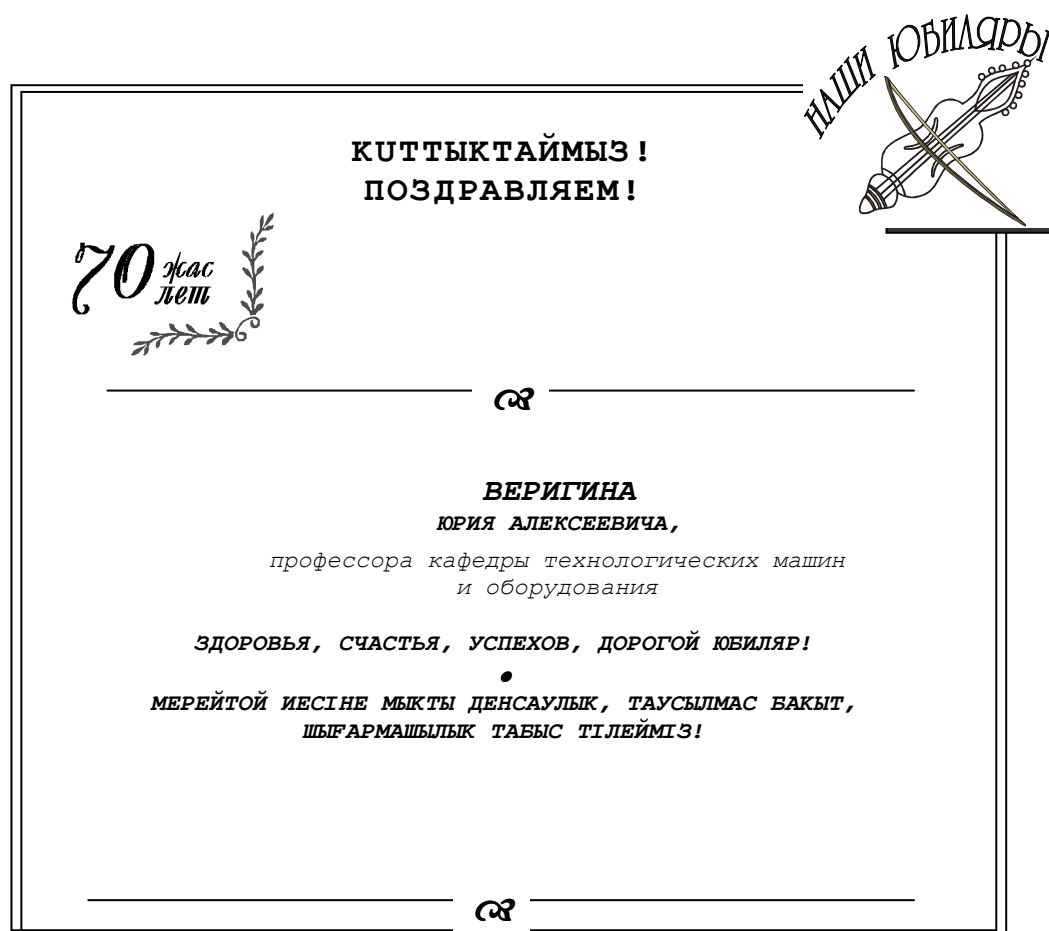
Параметры	Ручное управление		Автоматическое управление в отделении обжига		Автоматическое управление в контактном отделении	
	$\overline{\chi}$	$\sigma$	$\overline{\chi}$	$\sigma$	$\overline{\chi}$	$\sigma$
1. Коэффициент выгорания серы из сырья $\epsilon_1$ , доли ед.	0,945	0,045	0,981	0,035	0,988	0,035
2. Концентрация $SO_2$ на входе в контактный аппарат, %	7,5	0,334	7,5	0,334	0,75	0,103
3. Концентрация $SO_2$ на выходе из контактного аппарата, %	0,216	0,0224	0,216	0,0224	0,21	0,009
4. Степень конверсии $\epsilon_2$ , доли ед.	0,974	0,0013	0,974	0,00134	0,976	0,001
5. Производительность системы по	216	21,6	226	18,4	229	17,5

моногидрату, т/смена						
6. Технологическая составляющая себестоимости серной кислоты, т/смена	18,04	1,09	17,35	0,95	17,23	0,63

Список литературы

1. Кафаров В.В. Методы кибернетики в химии и химической технологии. – М.: Химия, 1976. – 464 с.
2. Ицкович И.Л. Контроль производства с помощью вычислительных машин. – М.: Энергия, 1975. – 417 с.
3. Джусупов А.А. Экологические подходы в концепциях с применением инфо-коммуникационных технологий // I Межд. науч.-практ. конф. «Информатизация общества», Секция 2: Информатизация науки, техники и технологий. – Астана, 2004. – С.18-20.

Получено 16.06.10



УДК 625.7.084

**М.В. Дудкин, С.В. Речицкий**

ВКГТУ им. Д. Серикбаева, г. Усть-Каменогорск

**ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ДОРОЖНОГО КАТКА,  
ОБОРУДОВАННОГО ГИБКИМ ВАЛЬЦОМ С ИЗМЕНЯЕМЫМ РАДИУСОМ ОБЕЧАЙКИ**

При разработке катка нового типа, имеющего гибкий валец с изменяемым диаметром обечайки вальца (рис. 1) и обеспечивающего этим регулируемое контактное давление на уплотняемый материал, предполагается, что все вальцы катка, сколько бы их ни было, первоначально, до изменения радиуса обечайки гибкого вальца, имеют одинаково распределенную весовую нагрузку на каждый валец. В случае 2-вальцовых tandemных катков это условие легко выполнимо, поэтому конструктивный и экономический интерес представляет равномерное распределение массы катка для трехвальцового 2-осного катка.

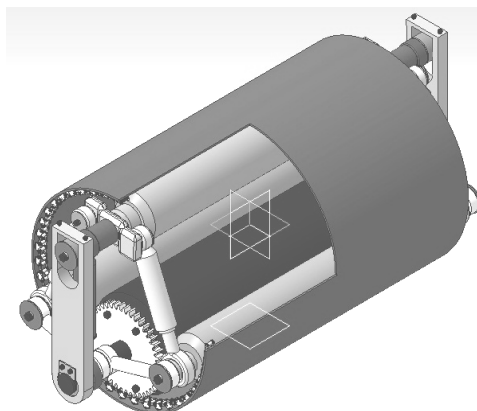


Рисунок 1 – Гибкий валец катка с принудительно изменяемым радиусом обечайки

Задние вальцы имеют диаметр гораздо больше переднего, на них приходится примерно 2/3 веса катка, поэтому в процессе уплотнения именно они оказывают основное уплотняющее воздействие на укатываемый материал, а передний валец оказывает незначительное воздействие на уплотняемый материал и служит, в основном, для поворота катка и сохранения его равновесия [1].

Анализ технических характеристик катков, выпускаемых в мире, позволил найти каток японской фирмы «Sakai», создавшей 3-вальцовый каток «R-2», который сохранил достоинства обычных 3-вальцовых катков, но избавился от их недостатков (рис. 2) [2]. Все вальцы этого катка имеют одинаковый диаметр, а вес катка распределен таким образом, что и линейное удельное давление у всех вальцов одинаковое. Поэтому уплотнение

производят не только задние, но и передний валец, в результате чего производительность такого катка гораздо выше, чем у обычного трехвального. Вместе с тем следует отметить, что в результате более равномерного распределения веса линейное удельное давление задних вальцов, при прочих равных условиях, у такого катка меньше, следовательно, он может уплотнять слои меньшей толщины.



Рисунок 2 – Трехвальный 2-осный каток R-2 фирмы «Sakai» с одинаковым диаметром и распределенной массой всех вальцов

Для определения эффективности 3-вальных катков нового типа, конструкция которых удовлетворяет условиям установки гибкого вальца, целесообразно сравнить их технико-экономические показатели с показателями традиционных 3-вальных катков, выполняющих ту же работу. При сравнении использовались статистические данные о 3-вальных катках Японии, США, Германии, Швеции, Франции, Китая и других стран.

Рассматриваемый каток модели R-2 имеет следующие основные технические параметры:

1. Вес	11 т.
2. Диаметр задних вальцов	1,7 м.
3. Диаметр переднего вальца	1,7 м.
4. Ширина заднего вальца	0,6 м.
5. Ширина переднего вальца	1,2.
6. Мощность двигателя	66,5 л.с.
7. Линейное удельное давление	45,8 кг/см = 4,58 т/м.
8. Ширина уплотняемой полосы	2,3 м.

Для сравнения необходимо определить основные технические параметры обычных 3-вальных катков, способных уплотнять слои материала на ту же глубину, что и каток R-2.

Глубина уплотнения гладковальцовыми катками определяется по формуле [3]

$$h_0 = 4 \sqrt{\frac{q \cdot R}{E_0}}, \quad (1)$$



где  $h_0$  – глубина уплотнения,

$q$  – линейное удельное давление,

$R$  – радиус вальца,

$E_0$  – модуль деформации уплотняемого материала.

Из формулы (1) видно, что катки будут уплотнять одинаковый материал на одну и ту же глубину, если выполняется равенство

$$R_1 q_1 = R_2 q_2, \quad (2)$$

где индекс 1 относится к каткам старого типа,

индекс 2 относится к каткам нового типа.

Для трехвальцовых катков:

$$R_3 = \frac{d_3}{2}, \quad (3)$$

$$q_3 = \frac{\frac{2}{3}G}{2B_3} = \frac{G}{3B_3}, \quad (4)$$

где  $R_3$  – радиус задних вальцов,

$d_3$  – диаметр задних вальцов,

$q_3$  – линейное удельное давление задних вальцов,

$G$  – вес катка,

$B_3$  – ширина задних вальцов.

Обработка статистической информации о зарубежных трехвальцовых катках позволила получить следующие корреляционные зависимости:

$$d_3 = 1,108 + 0,06G, \quad (5)$$

$$B_3 = 0,404 + 0,013G, \quad (6)$$

где все величины выражены в тоннах и метрах.

Подставим в формулу (2) зависимости (3) и (4), а также технические параметры катка R-2, выраженные в тоннах и метрах:

$$\frac{1,108 + 0,06 \cdot G}{2} \cdot \frac{G}{3(0,404 + 0,013 \cdot G)} = 1,7 \cdot 4,58, \quad (7)$$

$$\frac{1,108G + 0,06G^2}{6 \cdot (0,404 + 0,013G)} = 7,786.$$

После преобразований получаем:

$$0,06G^2 + 0,47G - 18,87 = 0, \quad (8)$$

$$G_{1/2} = \frac{-0,47 \pm \sqrt{0,47^2 + 4 \cdot 0,06 \cdot 18,87}}{2 \cdot 0,06} = \frac{-0,47 \pm 2,179174}{0,12}.$$

Квадратное уравнение (8) имеет один положительный корень  $G = 14,25$ .

Таким образом, можно сделать вывод, что для выполнения работы, производимой одиннадцатитонным катком нового типа, необходим каток старого типа весом 14,5 тонн. Сравним их технико-экономические показатели.

Между весом и ценой 3-вальцовых катков имеется следующая корреляционная зависимость:

$$S = 5,56 + 0,895G \quad (9)$$

Тогда

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{5,56 + 0,895 \cdot 11}{5,56 + 0,895 \cdot 14,5} = 0,831.$$

Производительность обычных 3-валцовых катков при заданной толщине уплотняемого слоя можно определить по формуле

$$П_1 = \frac{1000 \cdot (2 \cdot B_3 - 2a) \cdot V_{cp}}{n}, \quad (10)$$

где  $a$  – ширина перекрытия при смежных проходах;

$v_{cp}$  – средняя скорость;

$n$  – необходимое число проходов.

Производительность новых катков определяется по формуле

$$П_2 = \frac{1000 \cdot (B - a) \cdot V_{cp}}{n}, \quad (11)$$

где  $B$  – ширина уплотняемой полосы.

При одинаковых условиях работы и одинаковом материале скоростной режим и необходимое число проходов также одинаковы.

Тогда

$$\frac{П_2}{П_1} = \frac{B - a}{2B_3 - 2a}. \quad (12)$$

$B_3$  для катка весом 14,5 тонны можно определить по формуле (6)

$$B_3 = 0,404 + 0,013 \cdot 14,5 = 0,5925.$$

Величина перекрытия  $a$  берется обычно равной 0,1 м.

Тогда:

$$\frac{П_2}{П_1} = \frac{2,3 - 0,1}{2 \cdot 0,5925 - 2 \cdot 0,1} = 2,235.$$

Таким образом, определено, что каток нового типа, имеющий вес в 0,76 раза, а цену – в 0,83 раза меньше, чем каток старого типа, предназначенный для той же работы, имеет при этом в 2,24 раза большую производительность, а следовательно, является перспективным и экономически выгодным для установки на нем гибкого вальца с изменяемой геометрией (радиусом) обечайки.

#### Список литературы

1. Исследование методами физического моделирования тягово-сцепных свойств колесных движителей специальных машин, работающих на слабых грунтах: Отчет о НИР/МАДИ / Рук. темы В.В. Тарасов. – Тема № 1174. – М., 1975. – 189 с.
2. Техника Sakai для дорожного строительства [Электронный ресурс] // Каталог выпускаемой продукции фирмы Sakai. – Электрон. дан. (1 файл). – <http://sakai.t-s-c.ru/>
3. Хархута Н.Я. Машины для уплотнения грунтов. – Л.: Машиностроение, 1973. – 176 с.

Получено 29.04.10

УДК 681.142.352

**Ж.С. Исмагулова, У.Б. Байзылдаева**

КазАТК им. М. Тынышпаева, г. Алматы

#### ИНФОРМАЦИОННАЯ СИСТЕМА ДЛЯ ЭФФЕКТИВНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИМЕЮЩИХСЯ РЕСУРСОВ

В процессе производственной деятельности некоторая часть имеющихся видов ресурсов часто остается неиспользованной, при этом ощущается нехватка других видов ресурсов. Поэтому возникает задача увеличения прибыли предприятия путем продажи излишков ресурсов и покупки недостающих ресурсов. Данная работа посвящена оптимизации ресурсов при выпуске продукции при некоторых ограничениях для нахождения оптимального плана производства.

Пусть задана задача линейного программирования (ЛП) [1,2]

$$\max \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (1)$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = \overline{1, m}. \quad (2)$$

Предположим, что получено оптимальное решение этой задачи  $x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*$ . При этом остаются неиспользованными ресурсы в количестве

$$\Delta_i = b_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j^*, \quad i = \overline{1, m}. \quad (3)$$

Дальнейшее увеличение значения целевой функции (1) возможно при реализации излишков ресурсов  $\Delta_i$  по цене  $s_i$  и закупки на них дефицитных ресурсов. Эта задача формулируется следующим образом:

$$\max \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (4)$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq y_i, \quad i = \overline{1, m}, \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^m s_i y_i \leq \sum_{i=1}^m s_i \Delta_i. \quad (6)$$

Эта задача также представляет собой задачу ЛП и может быть решена симплекс-методом [3,4]. Если решения задачи (4) при ограничениях (5) и (6) есть  $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n$ , то конечная прибыль, получаемая при оптимальном использовании имеющихся ресурсов, будет равна

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j^{opt}, \quad (7)$$
$$x_j^{opt} = x_j^* + \tilde{x}_j, \quad j = \overline{1, n}.$$

Теперь рассмотрим задачу использования имеющихся денежных средств в размере  $S$  для закупки ресурсов для максимизации прибыли. Предположим, что известно:

$n$  – количество видов продукции;  $m$  – число ресурсов, необходимое для выпуска  $n$  продукции;  $a_{ij}$  – количество  $i$ -го ресурса, необходимого для выпуска единицы  $j$ -й продукции;  $z_i$  – стоимость единицы  $i$ -го ресурса.

Тогда возникает следующая задача нахождения оптимального количества закупаемых ресурсов

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j - \sum_{i=1}^m s_i y_i \rightarrow \min,$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq y_i, \quad i = \overline{1, m}, \quad \sum_{i=1}^m s_i y_i \leq S.$$

Эта задача является задачей ЛП и решается симплекс-методом.

*Пример.* Пусть предприятие выпускает три вида продукции, прибыль от реализации единицы которых составляет 3, 2 и 5 тыс. тенге. Для этого используются три вида ресурсов, которые имеются в количестве 40, 60 и 30 тонн. Матрица затрат есть

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 4 & 0 \end{pmatrix},$$

где  $a_{ij}$  – затраты  $i$ -го ресурса на выпуск  $j$ -й продукции ( $i, j = \overline{1, 3}$ ).

1. Необходимо найти оптимальный выпуск продукции.

2. Необходимо найти оптимальный выпуск продукции с учетом излишков ресурсов, если известно, что цена каждого ресурса равна 0,5, 0,6 и 0,8 тыс. тенге, соответственно.

*Решение.* I. Математическая постановка задачи имеет вид

$$z = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 \rightarrow \max$$

при ограничениях

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 40, \quad 3x_1 + 2x_3 \leq 60, \quad x_1 + 4x_2 \leq 30, \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

Приведем задачу к канонической форме

$$3x_1 + 2x_2 + 5x_3 - z = 0, \quad x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 40, \quad 3x_1 + 2x_3 + x_5 = 60, \quad x_1 + 4x_2 + x_6 = 30, \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

Эту задачу решим симплекс-методом. Последовательность преобразований приведена в табл. 1.

Таблица 1

Исходная симплекс-таблица

$X_j$	$X_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$z$	$B$	
3	2	5	0	0	0	-1	0	
1	2	1	1	0	0	0	40	40
3	0	2	0	1	0	0	60	30
1	4	0	0	0	1	0	30	$\infty$

-9/5	2	0	0	-5/2	0	-1	-150	
-1/2	2	0	1	-1/2	0	0	10	5
3/2	0	1	0	1/2	0	0	30	
1	4	0	0	0	1	0	30	7,5
-8,5	0	0	-1	-2	0	-1	-160	
-1/4	1	0	1/2	-1/4	0	0	5	
3/2	0	1	0	1/2	0	0	30	
2	0	0	-2	1	1	0	10	

Из этой таблицы видно, что оптимальным решением является

$$z^*=160, x_1^*=0, x_2^*=5, x_3^*=30, x_4^*=10.$$

Для дальнейшего увеличения значения целевой функции определим излишек ресурсов. Излишек первого ресурса составляет

$$\Delta_1 = 40 - 2 \cdot 5 - 30 = 0, \text{ второго ресурса } - \Delta_2 = 60 - 2 \cdot 30 = 60 - 60 = 0, \text{ а третьего ресурса } - \Delta_3 = 30 - 4 \cdot 5 = 10.$$

Общая сумма денег за счет реализации излишков составляет  
 $10 \cdot 0,8 = 8$  тыс. тенге.

Поэтому дальнейшая оптимизация сводится к решению следующей задачи

$$z = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3$$

при ограничениях

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq x_4 + 40, \quad 3x_1 + 2x_3 \leq x_5 + 60, \quad x_1 + 4x_2 \leq x_6 + 20, \quad 0,5x_4 + 0,6x_5 + 0,8x_6 = 8.$$

Приведем задачу к каноническому виду

$$3x_1 + 2x_2 + 5x_3 - z = 0, \quad x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 + x_7 = 40, \quad 3x_1 + x_3 - x_5 + x_8 = 60, \\ x_1 + 4x_2 - x_6 + x_9 = 20, \quad 0,5x_4 + 0,6x_5 + 0,8x_6 = 8.$$

Для решения этой задачи составим последовательность симплекс-таблицу 2.

Таблица 2

*Симплекс-таблица, приведенная к каноническому виду*

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$	$z$	$b$	
3	2	5	0	0	0	0	0	0	-1	0	
1	2	1	-1	0	0	1	0	0	0	40	
3	0	2	0	-1	0	0	1	0	0	60	
1	4	0	0	0	-1	0	0	1	0	20	
0	0	0	0,5	0,6	0,8	0	0	0	0	8	
3	2	5	0	0	0	0	0	0	-1	0	
1	2	1	-1	0	0	1	0	0	0	40	40
3	0	2	0	-1	0	0	1	0	0	60	30
1	4	0	5/8	3/4	0	0	0	1	0	30	$\infty$
0	0	0	5/8	3/4	1	0	0	0	0	10	$\infty$
-9/2	2	0	0	5/2	0	0	-5/2	0	-1	-150	
-1/2	2	0	0	1/2	0	1	-1/2	0	0	10	5
3/2	0	1	0	-1/2	0	0	1/2	0	0	30	$\infty$
1	4	0	5/8	3/4	0	0	0	1	0	30	7,5
0	0	0	5/8	3/4	1	0	0	0	0	10	$\infty$
x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	z	b	
-4	0	0	0	2	0	-1	-2	0	-1	-160	
-1/4	1	0	0	1/4	0	1/2	-1/4	0	0	5	20

3/2	0	1	0	-1/2	0	0	1/2	0	0	30	
2	0	0	5/8	-1/4	0	-2	1	1	0	10	
0	0	0	5/8	3/4	1	0	0	0	0	10	13
-4	0	0	-5/3	0	-8/3	-1	-2	0	-1	-560/3	
-1/4	1	0	-5/24	0	-1/3	1/2	-1/4	0	0	5/3	
3/2	0	1	5/12	0	2/3	0	1/2	0	0	110/3	
2	0	0	5/6	0	1/3	-2	1	1	0	40/3	
0	0	0	5/6	1	4/3	0	0	0	0	40/3	

Здесь все коэффициенты целевой функции отрицательны, поэтому оптимальное решение равно

$$z^* = 560/3 \approx 186,7,$$
$$x_1^* = 0, x_2^* = 5/3 \text{ и } x_3^* = 110/3, x_4^* = 0, x_5^* = 40/3, x_6^* = 0, x_7^* = 0, x_8^* = 0, x_9^* = 40/3.$$

Таким образом, оптимальное решение увеличилось на

$$186,7 - 160 = 26,7 \text{ тыс. тенге.}$$

Данная задача легко алгоритмизируется. Для реализации данного метода разработана информационная система в среде MS Access, что позволяет широко распространить данный метод для использования на любых предприятиях, имеющих производство.

Предложенный подход показывает возможность увеличения доходов предприятия за счет реализации излишков ресурсов для приобретения недостающих.

#### Список литературы

1. Федосеев В.В. Экономико-математические методы и прикладные модели: Учеб. пособие / В.В. Федосеев, А.Н. Гармаш. – М.: ЮНИТИ, 1999.
2. Шелобаев С.И. Математические методы и модели в экономике, финансах, бизнесе: Учеб. пособие для вузов. – М.: ЮНИТИ, 2000.
3. Экономико-математические методы и модели. Учеб. пособие / Под ред. А.В. Кузнецова. – 2-е изд. – Минск, 2000.
4. Фомин Г.П. Математические методы и модели в коммерческой деятельности. ФиС. – М., 2001.

Получено 22.04.10

УДК 531: 622.233: 622.235

**М.Н. Калимолдаев, Г.А. Айдосов, С.Н. Тойбаев**

Институт проблем информатики и управления МОН РК, г. Алматы

#### РАСПРОСТРАНЕНИЕ ИНТЕНСИВНОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ В НЕЛИНЕЙНО-СЖИМАЕМОЙ И УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ СРЕДАХ

Рассматривается задача о распространении интенсивной сферической взрывной волны в грунте под действием приложенной к границе каверны с первоначальным радиусом  $r_0$  монотонно убывающей нагрузки  $\sigma_0(t)$  высокой интенсивности, которая возникает в ближней зоне взрыва вследствие газо- и термодинамических процессов. Грунт при уровне напряжений в несколько килобар моделируется либо «пластическим газом» [1], либо упругопластической средой с жесткой характеристикой разгрузки с учетом необратимых процессов и конечных деформаций. При изучении конечных упругопластических дефор-

маций грунта, в отличие от [1-8], используется деформационная теория [9] с обобщенными определяющими функциями  $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ ,  $\sigma_i = \sigma_i(\varepsilon, \varepsilon_i)$ , где  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon_i$ ,  $\sigma$ ,  $\sigma_i$  – первые и вторые инварианты тензоров деформаций и напряжений. Причем необратимый процесс разгрузки среды по интенсивности напряжений,  $\sigma_i$  согласно [10], принимается зависящим только от  $\varepsilon_i$  по линейному закону с модулем Юнга  $E_i$ . Кроме того, рассмотрен случай, когда  $\sigma_i = \sigma_i(\sigma)$ .

Функции  $\sigma(\varepsilon)$  и  $\sigma_i(\varepsilon, \varepsilon_i)$  в процессе нагружения среды представляются в виде [10]

$$\sigma(\varepsilon) = (\alpha_1 - \alpha_2 \varepsilon) \varepsilon, \quad \sigma_i(\varepsilon, \varepsilon_i) = \sigma_i^H(\varepsilon_i) - \frac{(\sigma(\varepsilon) + 25)}{15} [\sigma_i^b(\varepsilon_i) - \sigma_i^H(\varepsilon_i)] \quad (1)$$

при  $\varepsilon < 0$ ,

$$\sigma(\varepsilon) = (\alpha_1 + \alpha_2 \varepsilon) \varepsilon, \quad \sigma_i(\varepsilon, \varepsilon_i) = \sigma_i^H(\varepsilon_i) + \frac{(\sigma(\varepsilon) + 25)}{15} [\sigma_i^b(\varepsilon_i) - \sigma_i^H(\varepsilon_i)] \quad (2)$$

при  $\varepsilon > 0$ ,

$$\sigma_i^b(\varepsilon_i) = \frac{(\varepsilon_i - 0,03)}{0,02} \cdot \frac{(\varepsilon_i - 0,04)}{0,03} \cdot 20,04 - \frac{(\varepsilon_i - 0,01)}{0,02} \cdot \frac{(\varepsilon_i - 0,04)}{0,01} \cdot 27,18 + \frac{(\varepsilon_i - 0,01)}{0,03} \cdot \frac{(\varepsilon_i - 0,03)}{0,01} \cdot 28,54, \quad (3)$$

$$\sigma_i^H(\varepsilon_i) = \frac{(\varepsilon_i - 0,03)}{0,02} \cdot \frac{(\varepsilon_i - 0,04)}{0,03} \cdot 12,84 - \frac{(\varepsilon_i - 0,01)}{0,02} \cdot \frac{(\varepsilon_i - 0,04)}{0,01} \cdot 17,23 + \frac{(\varepsilon_i - 0,01)}{0,03} \cdot \frac{(\varepsilon_i - 0,03)}{0,01} \cdot 18,84$$

при  $0,01 \leq \varepsilon_i \leq 0,03$ ,

$$\sigma_i^b(\varepsilon_i) = 27,69 + 170,2108(\varepsilon_i - 0,033),$$

$$\sigma_i^H(\varepsilon_i) = 17,7 + 170,2108(\varepsilon_i - 0,033) \quad (4)$$

при  $\varepsilon_i > 0,033$ ,

где  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  – заданные положительные постоянные коэффициенты.

Для решения задачи применяется аналитический подход, который отличается от используемых в работах [1, 9] методов и позволяет свести задачу к решению интегродифференциального уравнения относительно скорости фронта ударной волны  $\dot{R}(t)$ . Решение задачи построено для заданной произвольно убывающей нагрузки  $\sigma_0(t)$ .

На основе получаемых аналитических формул проводятся расчеты параметров среды на фронте ударной волны (УВ) на ЭВМ и сопоставления напряжений, массовой скорости пластической и упругопластической сред при малых и конечных деформациях, а также при  $\varepsilon^*(r) = \varepsilon_0^*$ .

1. Пусть на первоначальную границу сферической каверны  $r = r_0$  приложена интенсивная, монотонно убывающая нагрузка  $\sigma_0(t)$ .

В случае рассмотрения задачи в рамках модели «пластического газа» при выполнении первого уравнения (1) с учетом  $\sigma(\varepsilon) = \sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\varphi\varphi} = P$ ,  $\varepsilon(1 - \rho_0/\rho) > 0$ , ( $P$  – давление,  $\rho_0$  – начальная плотность среды) в грунте будет распространяться сферическая УВ  $r = R(t)$ , на фронте которой грунт мгновенно нагружается нелинейным образом, а за ним в области возмущения происходит необратимая жесткая разгрузка среды, и деформация  $\varepsilon$  зависит только от координаты  $r$  и не зависит от времени, т.е.  $\varepsilon = \varepsilon^*(r)$ . Уравнения движения, неразрывности, состояния среды, соотношения на фронте  $r = R(t)$  и граничное условие (начальные условия нулевые) в переменных Лагранжа имеют вид [9]

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = - \left( \frac{r+u}{r} \right)^2 \frac{\partial P}{\partial r}, \quad \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial t} (r+u)^3 = \frac{\rho_0}{\rho} r^2, \quad \varepsilon = 1 - \frac{\rho_0}{\rho} = \varepsilon^*(r) > 0, \quad (5)$$

$$\dot{u}^*(t) = \dot{R}(t) \varepsilon^*, \quad P^* = \rho_0 \dot{u}^*(t) \dot{R}(t), \quad P^* = \alpha_1 \varepsilon^* + \alpha_2 \varepsilon^{*2}, \quad \left( \dot{R}(t) = \frac{\partial R}{\partial t} \right), \quad (6)$$

при  $r = R(t)$ ,

$$P(r, t) = \sigma_0(t), \quad \text{при } r = r_0, \quad t \geq 0, \quad (7)$$

где  $u$  – перемещение,  $\rho$  – плотность,  $P$  – давление; параметры среды, относящиеся к фронту, обозначены сверху звездочкой.

Подставляя третье уравнение (5) во второе и, интегрируя по  $r$ , получим

$$u(r, t) = \left\{ 3 \int_{r_0}^r [1 - \varepsilon^*(r)] r^2 dr + c(t) \right\}^{1/3} - r. \quad (8)$$

Интегрирование первого уравнения (5) по  $r$  от  $r = r_0$  до  $r = R(t)$  с учетом (7) и (8) дает

$$P^*(t) - \sigma_0(t) = \rho_0 \left\{ \frac{2}{9} [c'(t)]^2 \int_{r_0}^{R(t)} r^2 \left\{ 3 \int_{r_0}^r [1 - \varepsilon^*(r)] r^2 dr + c(t) \right\}^{-7/3} dr - \right. \\ \left. - \frac{c''(t)}{3} \int_{r_0}^{R(t)} r^2 \left\{ 3 \int_{r_0}^r [1 - \varepsilon^*(r)] r^2 dr + c(t) \right\}^{-4/3} dr \right\}, \quad (9)$$

где штрих сверху означает производную по аргументу.

Учитывая, что на фронте волны  $r = R(t)$  перемещение  $u(r, t) \equiv 0$ , из (8) имеем

$$c(t) = R^3(t) - 3 \int_{r_0}^{R(t)} [1 - \varepsilon^*(r)] r^2 dr. \quad (10)$$

Тогда (9) с учетом (10) принимает вид

$$\frac{d\dot{R}(t)}{dt} = \left\{ - \frac{P^*(t) - \sigma_0(t)}{\rho_0} + 2R^4(t) \dot{R}^2(t) \varepsilon^{*2}(t) \int_{r_0}^{R(t)} r^2 \left\{ R^3(t) - 3 \int_{r_0}^{R(t)} [1 - \varepsilon^*(r)] r^2 dr \right\}^{-7/3} dr \right. \\ \left. - \frac{R^2(t) \left( \varepsilon^*(t) + \dot{R}(t) \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial R} \right) \int_{r_0}^{R(t)} r^2 \left\{ R^3(t) - 3 \int_{r_0}^{R(t)} [1 - \varepsilon^*(r)] r^2 dr \right\}^{-4/3} dr}{2R(t) \dot{R}^2(t) \varepsilon^*(t) \int_{r_0}^{R(t)} r^2 \left\{ R^3(t) - 3 \int_{r_0}^{R(t)} [1 - \varepsilon^*(r)] r^2 dr \right\}^{-4/3} dr} \right. \\ \left. - \frac{R^2(t) \left( \varepsilon^*(t) + \dot{R}(t) \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial R} \right) \int_{r_0}^{R(t)} r^2 \left\{ R^3(t) - 3 \int_{r_0}^{R(t)} [1 - \varepsilon^*(r)] r^2 dr \right\}^{-4/3} dr}{2R(t) \dot{R}^2(t) \varepsilon^*(t) \int_{r_0}^{R(t)} r^2 \left\{ R^3(t) - 3 \int_{r_0}^{R(t)} [1 - \varepsilon^*(r)] r^2 dr \right\}^{-4/3} dr} \right\}. \quad (11)$$

Из (6) после некоторых преобразований имеем

$$\varepsilon^*(t) = \frac{1}{\alpha_2} [\rho_0 \dot{R}^2(t) - \alpha_1]. \quad (12)$$



Для того чтобы подставить (12) в правую часть (11), вместо подынтегрального выражения  $\varepsilon^*(t)$ , поверхность сферической волны  $r = R(t)$  в первом приближении представляется уравнением

$$r = R(t) \approx r_0 + \dot{R}(0) \cdot t. \quad (13)$$

Справедливость данного приближения (13) подтверждена в [11] расчетами аналогичной задачи в случае малой деформации грунта и результатами предлагаемой работы.

Кроме того, при необходимости выражение (13) может быть уточнено с помощью метода последовательных приближений.

Таким образом, из (11) с учетом третьего уравнения, (6), (12), (13) и считая, что  $\varepsilon^*(r_0 + \dot{R}(0) \cdot t) = \varepsilon^*(t)$ , получим интегро-дифференциальное уравнение вида

$$\frac{d\dot{R}(t)}{dt} = \left\{ -\frac{\alpha_1 \varepsilon^*(t) + \alpha_2 \varepsilon^{*2}(t) - \sigma_0(t)}{\rho_0} + 2R^4(t) \dot{R}^2(t) \varepsilon^{*2}(t) \int_{r_0}^{R(t)} r^2 \{R^3(t) - 3\dot{R}(0)\} \int_{(r-r_0)/\dot{R}(0)}^{(R(t)-r_0)/\dot{R}(0)} [1 - \varepsilon^*(t)] [r_0 + \dot{R}(0) \cdot t]^2 dt \right\}^{-7/3} dr - \\ \frac{R^2(t) \left( \varepsilon^*(t) + \dot{R}(t) \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial R} \right) \int_{r_0}^{R(t)} r^2 \{R^3(t) - 3\dot{R}(0)\} \int_{(r-r_0)/\dot{R}(0)}^{(R(t)-r_0)/\dot{R}(0)} [1 - \varepsilon^*(t)] [r_0 + \dot{R}(0) \cdot t]^2 dt \}^{-4/3} dr}{2R(t) \dot{R}^2(t) \varepsilon^*(t) \int_{r_0}^{R(t)} r^2 \{R^3(t) - 3\dot{R}(0)\} \int_{(r-r_0)/\dot{R}(0)}^{(R(t)-r_0)/\dot{R}(0)} [1 - \varepsilon^*(t)] [r_0 + \dot{R}(0) \cdot t]^2 dt \}^{-4/3} dr} - \\ \frac{R^2(t) \left( \varepsilon^*(t) + \dot{R}(t) \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial R} \right) \int_{r_0}^{R(t)} r^2 \{R^3(t) - 3\dot{R}(0)\} \int_{(r-r_0)/\dot{R}(0)}^{(R(t)-r_0)/\dot{R}(0)} [1 - \varepsilon^*(t)] [r_0 + \dot{R}(0) \cdot t]^2 dt \}^{-4/3} dr}{R^2(t) \left( \varepsilon^*(t) + \dot{R}(t) \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial R} \right) \int_{r_0}^{R(t)} r^2 \{R^3(t) - 3\dot{R}(0)\} \int_{(r-r_0)/\dot{R}(0)}^{(R(t)-r_0)/\dot{R}(0)} [1 - \varepsilon^*(t)] [r_0 + \dot{R}(0) \cdot t]^2 dt \}^{-4/3} dr}. \quad (14)$$

Уравнение (14) решается численно на ЭВМ методом Кутты-Мерсона при выполнении начальных условий

$$R(0) = r_0, \quad \dot{R}(0) = \dot{R}_0,$$

где  $\dot{R}_0$  определяется из соотношения (6) с учетом (7) при  $t = 0$ .

Если предположить  $\alpha_2 = 0$ , что соответствует распространению в грунте сферической волны с постоянной скоростью  $\dot{R}(t) = a_0 = \sqrt{\alpha_1 / \rho_0}$ , то из (9) после некоторых преобразований имеем интегро-дифференциальное уравнение относительно  $\varepsilon^*(t)$ , которое также решается численно.

В случае  $\varepsilon^*(t) = \varepsilon_0^* = const$  уравнение (11), в отличие от предыдущего случая, вырождается в обыкновенное дифференциальное уравнение.

После вычисления координаты  $R(t)$  и скорости  $\dot{R}(t)$  фронта волны в зависимости от времени  $t$ , из соотношений (6) определяются  $\dot{u}^*(t)$ ,  $\varepsilon^*(t)$  и  $P^*(t)$  на фронте сферической ударной волны. Далее с использованием (8) и (10) находится перемещение  $u(r, t)$ , а с учетом первого уравнения (5) – давление  $P(r, t)$  среды в области возмущения.

Аналогичные исследования проведены в случае, когда уравнение состояния среды при нагружении представляется в виде полинома четвертой степени относительно  $\varepsilon^*(t)$ .

2. Решим задачу в рамках упругопластических конечных деформаций среды, исходя из теории [9] с учетом (1) или (2). Как было сказано выше, в случае воздействия на границу каверны монотонно убывающей нагрузки  $\sigma_0(t)$  за фронтом сферической УВ происходит жесткая необратимая разгрузка среды по объемному сжатию, т.е.  $\varepsilon = \varepsilon^*(r)$  и зави-

симость между  $\sigma_i$  и  $\varepsilon_i$  имеет вид

$$\sigma_i - \sigma_i^* = E_2(\varepsilon_i - \varepsilon_i^*), \quad (15)$$

где  $\varepsilon_i^*$ ,  $\sigma_i^*$  – значения интенсивности деформации и напряжений на фронте сферической УВ.

В связи с этим уравнения движения, неразрывности и состояния упругопластических сред в области разгрузки, а также условия на фронте УВ и на границе каверны в переменных Лагранжа записываются в виде [9]

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{(r+u)^2}{r^2} \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} (\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}) \frac{\partial}{\partial r} (r+u)^2, \quad (16)$$

$$\frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial r} (r+u)^3 = \frac{\rho_0}{\rho} r^2, \quad \varepsilon = \frac{\rho_0}{\rho} - 1 = \varepsilon^*(r) < 0, \quad (17)$$

$$(\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}) = [\sigma_{rr}^*(r) - \sigma_{\varphi\varphi}^*(r)] + E_2[\varepsilon_i^*(r) - \varepsilon_i], \quad (18)$$

$$\sigma_{rr}^* = -\rho_0 \dot{R}(t) \cdot \dot{u}^*(t), \quad \dot{u}^*(t) = -\varepsilon^*(t) \cdot \dot{R}(t), \quad \text{при } r = R(t), \quad (19)$$

$$\sigma_{rr}(r, t) = -\sigma_0(t), \quad \text{при } r = r_0, \quad t \geq 0, \quad (20)$$

где

$$\varepsilon_i = \frac{2}{3} |\varepsilon_{rr} - \varepsilon_{\varphi\varphi}|, \quad \varepsilon_{rr} = \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial r} \right)^2, \quad \varepsilon_{\varphi\varphi} = \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u}{r} + \frac{1}{2} \left( \frac{u}{r} \right)^2.$$

В уравнения (18) и (19) выражения для  $\sigma_{rr}^*(r)$  и  $\sigma_{\varphi\varphi}^*(r)$  определяются из формулы (1).

Подставляя (18) в (16) и интегрируя по  $r$  с учетом (8) и (10), получим

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}(R(t), t) - \sigma_{rr}(r_0, t) = & \rho_0 \int_{r_0}^{R(t)} r^2 \left\{ R^3(t) - 3 \int_r^{R(t)} [1 + \varepsilon^*(r)] r^2 dr \right\}^{-2/3} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} dr - \\ & - 2 \int_{r_0}^{R(t)} \left\{ R^3(t) - 3 \int_r^{R(t)} [1 + \varepsilon^*(r)] r^2 dr \right\}^{-1} \left\{ [\sigma_{rr}^*(r) - \sigma_{\varphi\varphi}^*(r)] - 2E_2 \frac{u}{r} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{u}{r} \right) \right\} [1 + \varepsilon^*(r)] r^2 dr. \end{aligned} \quad (21)$$

Отсюда с учетом (19), (20), и (21) имеем

$$\begin{aligned} \frac{d\dot{R}(t)}{dt} = & \frac{\left\{ -\rho_0 \dot{R}^2(t) \varepsilon^*(t) - \sigma_0(t) - 2\rho_0 R^4(t) \dot{R}^2(t) \varepsilon^{*2}(t) \int_{r_0}^{R(t)} r^2 \left\{ R^3(t) - 3 \int_{r_0}^{R(t)} [1 + \varepsilon^*(r)] r^2 dr \right\}^{-7/3} dr - \right.}{\rho_0 R^2(t) \left[ \varepsilon^*(t) + \dot{R}(t) \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial \dot{R}} \right] \int_{r_0}^{R(t)} r^2 \left\{ R^3(t) - 3 \int_{r_0}^{R(t)} [1 + \varepsilon^*(r)] r^2 dr \right\}^{-4/3} dr} + \\ & - 2\rho_0 R(t) \dot{R}^2(t) \varepsilon^*(t) \int_{r_0}^{R(t)} r^2 \left\{ R^3(t) - 3 \int_{r_0}^{R(t)} [1 + \varepsilon^*(r)] r^2 dr \right\}^{-4/3} dr - 2 \int_{r_0}^{R(t)} r^2 \left\{ R^3(t) - \right. \\ & \left. \left. \rho_0 R^2(t) \left[ \varepsilon^*(t) + \dot{R}(t) \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial \dot{R}} \right] \int_{r_0}^{R(t)} r^2 \left\{ R^3(t) - 3 \int_{r_0}^{R(t)} [1 + \varepsilon^*(r)] r^2 dr \right\}^{-4/3} dr \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -3 \int_{r_0}^{R(t)} [1 + \varepsilon^*(r)] r^2 dr \}^{-1} \left\{ -\sigma_i^H \left( -\frac{2}{3} \varepsilon^*(r) \right) \frac{[\sigma(\varepsilon^*(r) + 25)]}{15} \left[ \sigma_i^b \left( -\frac{2}{3} \varepsilon^*(r) \right) - \sigma_i^H \left( -\frac{2}{3} \varepsilon^*(r) \right) \right] - \right. \\
 & + \frac{\rho_0 R^2(t) \left[ \varepsilon^*(t) + \dot{R}(t) \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial R} \right] \int_{r_0}^{R(t)} r^2 \{ R^3(t) - 3 \int_{r_0}^{R(t)} [1 + \varepsilon^*(r)] r^2 dr \}^{-4/3} dr}{\rho_0 R^2(t) \left[ \varepsilon^*(t) + \dot{R}(t) \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial R} \right] \int_{r_0}^{R(t)} r^2 \{ R^3(t) - 3 \int_{r_0}^{R(t)} [1 + \varepsilon^*(r)] r^2 dr \}^{-4/3} dr} + \\
 & \left. - E_2 \frac{1}{r^2} \left[ R^3(t) - 3 \int_{r_0}^{R(t)} (1 + \varepsilon^*(r)) r^2 dr \right]^{2/3} + E_2 \right\} [1 + \varepsilon^*(r)] dr \} \\
 & + \frac{\rho_0 R^2(t) \left[ \varepsilon^*(t) + \dot{R}(t) \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial R} \right] \int_{r_0}^{R(t)} r^2 \{ R^3(t) - 3 \int_{r_0}^{R(t)} [1 + \varepsilon^*(r)] r^2 dr \}^{-4/3} dr}{\rho_0 R^2(t) \left[ \varepsilon^*(t) + \dot{R}(t) \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial R} \right] \int_{r_0}^{R(t)} r^2 \{ R^3(t) - 3 \int_{r_0}^{R(t)} [1 + \varepsilon^*(r)] r^2 dr \}^{-4/3} dr}.
 \end{aligned} \quad (22)$$

Принимая во внимание приближенное равенство (13) и обозначение  $\varepsilon^*(r_0 + \dot{R}(0) \cdot t) = \varepsilon^*(t)$ , уравнение (22) представляется в виде

$$\begin{aligned}
 \frac{d\dot{R}(t)}{dt} = & \frac{\left\{ -\rho_0 \dot{R}^2(t) \varepsilon^*(t) - \sigma_0(t) - 2\rho_0 R^4(t) \dot{R}^2(t) \varepsilon^{*2}(t) \int_{r_0}^{R(t)} r^2 \{ R^3(t) - 3\dot{R}(0) \int_{(r-r_0)/\dot{R}(0)}^{(R(t)-r_0)/\dot{R}(0)} [1 + \varepsilon^*(r)] r_0 + \dot{R}(0) \cdot t \}^2 dt \right\}^{-7/3} dr}{\rho_0 R^2(t) \left( \varepsilon^*(t) + \dot{R}(t) \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial R} \right) \int_{r_0}^{R(t)} r^2 \{ R^3(t) - 3\dot{R}(0) \int_{(r-r_0)/\dot{R}(0)}^{(R(t)-r_0)/\dot{R}(0)} [1 + \varepsilon^*(t)] r_0 + \dot{R}(0) \cdot t \}^2 dt \}^{-4/3} dr} + \\
 & + \frac{-2\rho_0 R(t) \dot{R}^2(t) \varepsilon^*(t) \int_{r_0}^{R(t)} r^2 \{ R^3(t) - 3\dot{R}(0) \int_{(r-r_0)/\dot{R}(0)}^{(R(t)-r_0)/\dot{R}(0)} [1 + \varepsilon^*(t)] r_0 + \dot{R}(0) \cdot t \}^2 dt \}^{-4/3} dr}{\rho_0 R^2(t) \left( \varepsilon^*(t) + \dot{R}(t) \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial R} \right) \int_{r_0}^{R(t)} r^2 \{ R^3(t) - 3\dot{R}(0) \int_{(r-r_0)/\dot{R}(0)}^{(R(t)-r_0)/\dot{R}(0)} [1 + \varepsilon^*(t)] r_0 + \dot{R}(0) \cdot t \}^2 dt \}^{-4/3} dr} + \\
 & + \frac{-2\dot{R}(0) \int_0^{(R(t)-r_0)/\dot{R}(0)} (r_0 + \dot{R}(0) \cdot \tau) \{ R^3(t) - 3\dot{R}(0) \int_{\tau}^{(R(t)-r_0)/\dot{R}(0)} [1 + \varepsilon^*(t)] r_0 + \dot{R}(0) \cdot t \}^2 dt \}^{-1} \left\{ -\sigma_i^H \left( -\frac{3}{2} \varepsilon^*(\tau) \right) + \frac{[\sigma(\varepsilon^*(\tau) + 25)]}{15} \right\}}{\rho_0 R^2(t) \left( \varepsilon^*(t) + \dot{R}(t) \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial R} \right) \int_{r_0}^{R(t)} r^2 \{ R^3(t) - 3\dot{R}(0) \int_{(r-r_0)/\dot{R}(0)}^{(R(t)-r_0)/\dot{R}(0)} [1 + \varepsilon^*(t)] r_0 + \dot{R}(0) \cdot t \}^2 dt \}^{-4/3} dr} \times \\
 & \times \frac{\left[ \sigma_i^b \left( -\frac{3}{2} \varepsilon^*(\tau) \right) - \sigma_i^H \left( -\frac{3}{2} \varepsilon^*(\tau) \right) \right] - \frac{E_2}{(r_0 + \dot{R}(0) \cdot \tau)^2} \{ R^3(t) - 3\dot{R}(0) \int_{\tau}^{(R(t)-r_0)/\dot{R}(0)} [1 + \varepsilon^*(t)] r_0 + \dot{R}(0) \cdot t \}^2 dt \}^{3/2} + E_2 \} [1 + \varepsilon^*(\tau)] d\tau}{\rho_0 R^2(t) \left( \varepsilon^*(t) + \dot{R}(t) \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial R} \right) \int_{r_0}^{R(t)} r^2 \{ R^3(t) - 3\dot{R}(0) \int_{(r-r_0)/\dot{R}(0)}^{(R(t)-r_0)/\dot{R}(0)} [1 + \varepsilon^*(t)] r_0 + \dot{R}(0) \cdot t \}^2 dt \}^{-4/3} dr}.
 \end{aligned} \quad (23)$$

Для вычисления  $\varepsilon^*(t)$  из (19) имеем

$$\sigma_{rr}^* = \rho_0 \cdot \dot{R}^2(t) \cdot \varepsilon^*(t). \quad (24)$$

Учитывая, что для сферической задачи при  $\varepsilon^* < 0$

$$\sigma(\varepsilon) = \frac{\sigma_{rr}^* + 2\sigma_{\varphi\varphi}^*}{3}, \quad \sigma_i = \sigma_{rr}^* - \sigma_{\varphi\varphi}^*, \quad (25)$$

Из (1) легко получить

$$\sigma_{rr}^* = (\alpha_1 - \alpha_2 \varepsilon^*) \varepsilon^* - \frac{2}{3} \sigma_i^H \left( -\frac{2}{3} \varepsilon^* \right) + \frac{2}{3} \frac{(\alpha_1 - \alpha_2 \varepsilon^*) \varepsilon^* + 25}{15} \left[ \sigma_i^b \left( -\frac{2}{3} \varepsilon^* \right) - \sigma_i^H \left( -\frac{2}{3} \varepsilon^* \right) \right]. \quad (26)$$

Подставляя (26) в (24) для определения  $\varepsilon^*(t)$  в зависимости от  $\dot{R}(t)$ , будем иметь формулу

$$\begin{aligned} & \left( \alpha_1 - \alpha_2 \varepsilon^*(t) \right) \varepsilon^*(t) - \frac{2}{3} \sigma_i^H \left( -\frac{2}{3} \varepsilon^*(t) \right) + \frac{2}{3} \frac{(\alpha_1 - \alpha_2 \varepsilon^*(t)) \varepsilon^*(t) + 25}{15} \times \\ & \times \left[ \sigma_i^b \left( -\frac{2}{3} \varepsilon^*(t) \right) - \sigma_i^H \left( -\frac{2}{3} \varepsilon^*(t) \right) \right] - \rho_0 \dot{R}^2(t) \varepsilon^*(t) = 0. \end{aligned} \quad (27)$$

При использовании (4) уравнение (27) допускает решение

$$\varepsilon^*(t) = \frac{1}{2c} \left\{ \left[ b - \rho_0 \dot{R}^2(t) \right] - \sqrt{\left[ b - \rho_0 \dot{R}^2(t) \right]^2 + 4ac} \right\}, \quad (28)$$

где  $\varepsilon^*(t) < 0$ ,  $|\varepsilon^*(t)| > 0,05$  и  $a, b, c$  – известные постоянные положительные коэффициенты.

Следовательно, с учетом (28) сферическая упругопластическая задача сведена к интегро-дифференциальному уравнению (23) относительно скорости фронта волны  $\dot{R}(t)$ , которое решается численно на ЭВМ.

В случае, когда при нагружении и разгрузке среды  $\sigma_i = \sigma_i(\sigma)$ , т.е. взамен второго уравнения (1) имеет место равенство

$$\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi} = -\sigma_0^H + \frac{\sigma(\varepsilon) + 25}{15} (\sigma_0^b - \sigma_0^H), \quad (29)$$

где  $\sigma_0^H = 20 \text{ кэ/см}^2$ ,  $\sigma_0^b = 30 \text{ кэ/см}^2$ ,

уравнения (23) и (27) примут вид

$$\begin{aligned} \frac{d\dot{R}(t)}{dt} = & \frac{\left\{ -\rho_0 \dot{R}^2(t) \varepsilon^*(t) - \sigma_0(t) - 2\rho_0 R^4(t) \dot{R}^2(t) \varepsilon^{*2}(t) \int_{r_0}^{R(t)} \left\{ R^3(t) - 3\dot{R}(0) \int_{(r-r_0)/\dot{R}(0)}^{(R(t)-r_0)/\dot{R}(0)} [1 + \varepsilon^*(t)] [r_0 + \dot{R}(0) \cdot t]^2 dt \right\}^{-7/3} dr \right.}{\rho_0 R^2(t) \left( \varepsilon^*(t) + \dot{R}(t) \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial \dot{R}} \right) \int_{r_0}^{R(t)} \left\{ R^3(t) - 3\dot{R}(0) \int_{(r-r_0)/\dot{R}(0)}^{(R(t)-r_0)/\dot{R}(0)} [1 + \varepsilon^*(t)] [r_0 + \dot{R}(0) \cdot t]^2 dt \right\}^{-4/3} dr} - \\ & \frac{2\rho_0 R(t) \dot{R}^2(t) \varepsilon^*(t) \int_{r_0}^{R(t)} \left\{ R^3(t) - 3\dot{R}(0) \int_{(r-r_0)/\dot{R}(0)}^{(R(t)-r_0)/\dot{R}(0)} [1 + \varepsilon^*(t)] [r_0 + \dot{R}(0) \cdot t]^2 dt \right\}^{-4/3} dr - 2 \left[ -\sigma_0^H + \frac{5}{3} (\sigma_0^b - \sigma_0^H) \right] \ln \left| \frac{R(t)}{r_0} \right|}{\rho_0 R^2(t) \left( \varepsilon^*(t) + \dot{R}(t) \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial \dot{R}} \right) \int_{r_0}^{R(t)} \left\{ R^3(t) - 3\dot{R}(0) \int_{(r-r_0)/\dot{R}(0)}^{(R(t)-r_0)/\dot{R}(0)} [1 + \varepsilon^*(t)] [r_0 + \dot{R}(0) \cdot t]^2 dt \right\}^{-4/3} dr} - \\ & \frac{\frac{2}{15} (\sigma_0^b - \sigma_0^H) \dot{R}(0) \int_0^{(R(t)-r_0)/\dot{R}(0)} (r_0 + \dot{R}(0)\tau)^2 [1 + \varepsilon^*(\tau)] [\alpha_1 - \alpha_2 \varepsilon^*(\tau)] \varepsilon^*(\tau) \left\{ R^3(t) - 3\dot{R}(0) \int_{(r-r_0)/\dot{R}(0)}^{(R(t)-r_0)/\dot{R}(0)} [1 + \varepsilon^*(r)] [r_0 + \dot{R}(0) \cdot t]^2 dt \right\}^{-1} d\tau}{\rho_0 R^2(t) \left( \varepsilon^*(t) + \dot{R}(t) \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial \dot{R}} \right) \int_{r_0}^{R(t)} \left\{ R^3(t) - 3\dot{R}(0) \int_{(r-r_0)/\dot{R}(0)}^{(R(t)-r_0)/\dot{R}(0)} [1 + \varepsilon^*(t)] [r_0 + \dot{R}(0) \cdot t]^2 dt \right\}^{-4/3} dr}, \end{aligned} \quad (30)$$

$$\left( \alpha_1 - \alpha_2 \varepsilon^*(t) \right) \varepsilon^*(t) - \frac{2}{3} \sigma_0^H + \frac{2}{3} \frac{(\alpha_1 - \alpha_2 \varepsilon^*(t)) \varepsilon^*(t) + 25}{15} (\sigma_0^b - \sigma_0^H) - \rho_0 \dot{R}^2(t) \varepsilon^*(t) = 0. \quad (31)$$

Уравнение (31) имеет решение типа (28).

Аналогичные формулы получены при использовании условия предельного равновесия для грунтов, которое в случае движения среды со сферической симметрией представляется в виде

$$\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi} = -\tau_0 + \mu(\sigma_{rr} + \sigma_{\varphi\varphi}), \quad (32)$$

где  $\tau_0$  и  $\mu$  связаны с коэффициентом сцепления  $k$  и углом  $\nu$  внутреннего трения соот-

ношениями

$$\tau_0 = 2k \cos v, \quad \mu = \sin v. \quad (33)$$

3. На основе полученных аналитических формул проводились расчеты параметров среды на фронте УВ на ЭВМ и сопоставления напряжений, массовой скорости пластической и упругопластической сред при малых и конечных деформациях, а также при  $\varepsilon^*(r) = \varepsilon_0^*$ .

Расчеты на ЭВМ проведены для случаев, когда профиль действующей на границу сферической каверны  $r = r_0$  нагрузки задан в виде

$$\sigma_0(t) = \frac{\sigma_0 k_1 k_2 (t - \tau)}{(k_1 + k_2 - 1)t - k_1 k_2 \tau}, \quad (34)$$

$$\sigma_0 = 10^3, 5 \cdot 10^3 \text{ МПа}, \quad r_0 = 1 \text{ м}, \quad k_1 = 0,00646, \quad k_2 = 0,279, \quad \tau = 1,3 \text{ сек}, \quad (35)$$

и исходные параметры грунта имеют вид

$$\rho_0 = 2 \frac{\kappa \text{ Нсек}^2}{\text{м}^4}, \quad \alpha_1 = 1,25 \cdot 10^3 \text{ МПа}, \quad \alpha_2 = 3,5 \cdot 10^4 \text{ МПа}, \quad (36)$$

$$\rho_0 = 2 \frac{\kappa \text{ Нсек}^2}{\text{м}^4}, \quad \alpha_1 = 1,2127 \cdot 10^2 \text{ МПа}, \quad \alpha_2 = 5,873 \cdot 10^3 \text{ МПа}, \quad (37)$$

$$E_2 = 2 \cdot 10^2 \text{ МПа}, \quad \sigma_i^b(\varepsilon_i) = 27,69 + 170,2108(\varepsilon_i^* - 0,033),$$

$$\sigma_i^H(\varepsilon_i) = 17,69 + 170,2108(\varepsilon_i^* - 0,033), \text{ при } \varepsilon_i^* > 0,033,$$

$$\mu = 0,2504, \quad \tau_0 = 0,09681 \text{ МПа}. \quad (38)$$

Результаты расчетов в виде графиков  $P^*$ ,  $\dot{u}^*$ ,  $\varepsilon^*$  на фронте сферической волны в зависимости от времени  $t$  и координаты  $r$ , включая кривые для скорости  $\dot{R}(t)$  и радиуса  $R(t)$  фронта волны, представлены на рис. 1-6. Причем на рис. 1, 2 (3-6) штиховые и сплошные линии относятся к модели «пластического газа» с исходными данными (36) при малых и конечных деформациях среды (упругопластической среды с параметрами (37) и (38)), а штриховые линии с точками к несжимаемой пластической среде в случае  $\varepsilon^*(r) = \varepsilon_0^* = 0,152$  (модели «пластического газа» при конечных деформациях с учетом первых трех коэффициентов (37)).

Из кривых, представленных на рис. 2, 4, 6, видно, что уменьшения величин давления  $P^*$ , массовой скорости  $\dot{u}^*$  и деформации  $\varepsilon^*$  на фронте сферической волны в зависимости от расстояния происходит по нелинейному закону. При использовании (36), что соответствует водонасыщенному грунту, уровень давления (направления) в волне на расстояние  $r = 10$  м, начиная с каверны единичного радиуса, по сравнению с величиной амплитуды, действующей на границу каверны нагрузки  $\sigma_0 = 10^3 \text{ МПа}$ , снижается приблизительно в  $(6 \div 7)$  раз. Кривые распределения давления времени  $t$  (рис. 1) и по координате  $r$  (рис. 2) для «пластического газа» (сплошные линии) и несжимаемой пластической среды (штриховые линии с точками) существенных отличий не имеют, а остальные параметры заметно отличаются. В интервалах расстояния  $r_0 < r \leq r_1 = 15 \text{ м}$  или времени  $0 < t \leq 0,01 \text{ сек}$  в несжимаемой среде, по сравнению с  $\varepsilon = \varepsilon^*(r)$ , происходит уменьшение (увеличение) величин  $\dot{R}$ ,  $R(\dot{u}^*, \varepsilon^*)$ .

Параметры взрывной волны  $P^*$ ,  $\dot{u}^*$ ,  $\varepsilon^*$ ,  $\dot{R}$ , вычисленные по теории малых деформаций, в ближней зоне в зависимости от  $r$  (рис. 2) приобретают заниженные значения, чем в случае конечных деформаций. Причем величины параметров  $P^*$ ,  $\dot{u}^*$ ,  $\varepsilon^*$ , рассчитанные по теориям малых и конечных деформаций, при  $r > 3$  м отличаются между собой в несколько раз.

Анализируя результаты серии расчетов, обнаружено, что если в случае  $\alpha_2 = 0$ , что соответствует распространению сферической волны с постоянной скоростью  $\dot{R} = (\alpha_1 / \rho_0)^{1/2}$ , коэффициент  $\alpha_1$  вычисляется с помощью хорды, пересекающей кривую  $P \sim \varepsilon$  в точке с заданной величиной  $P = \sigma_0$  (с помощью касательной к кривой  $P \sim \varepsilon$  в точке  $\varepsilon = 0$ ), то процесс затухания давления по  $t$  при  $0 < t \leq 0,01$  сек на фронте волны происходит медленнее (быстрее), нежели в случае (36). Это связано с тем, что в одном случае жесткость среды в процессе нагружения увеличивается, а в другом - уменьшается.

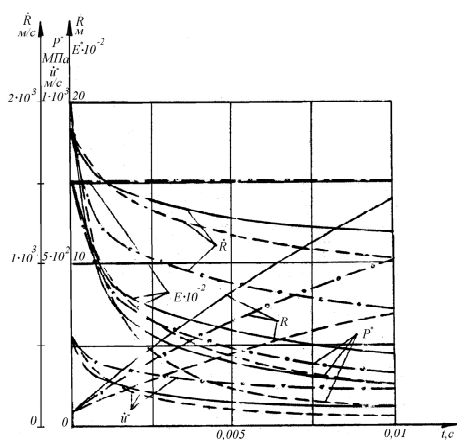


Рисунок 1

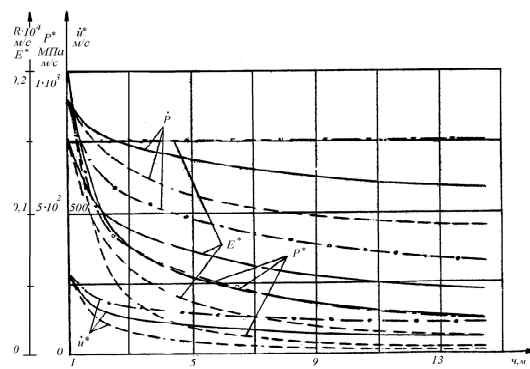


Рисунок 2

В рассматриваемом интервале времени  $0 < t \leq 0,01$  сек изменения радиуса фронта волны  $R(t)$  (рис. 1, 3, 5) в зависимости от времени почти не отличаются от прямой линии. Их отличия от прямой составляют  $(1 \div 5)$  процента.

Отметим, что во всех случаях характер спада напряжений по  $r$  от воздействия сферической волны взрыва существенным образом зависит от профиля нагрузки (34) и физико-механических свойств среды, описываемых различными адекватными моделями. Результаты для мелкозернистого песка, полученные на основе моделей «пластического» и упругопластической среды в двух вариантах с учетом (37) и (38), показывают, что при  $r = 9$  м (рис. 4) величина давления по сравнению с  $\sigma_0 = 10^3$  МПа уменьшается соответственно до уровней  $P^* = 210, 90, 65$  МПа, тогда как в предыдущем случае для водонасыщенного грунта имеем  $P^* = 180$  МПа. Кривые  $P^*(t)$ ,  $\varepsilon^*(t)$ ,  $(\dot{u}^*(t), \dot{R}(t))$  для водонасыщенного грунта (рис. 1, сплошные линии), полученные в рамках «пластического газа», расположены ниже (выше) соответствующих кривых для песка (рис. 3, штриховые линии с точками). При одних и тех же давлениях сухой песок на фронте волны испытывает большую деформацию, чем водонасыщенный грунт.

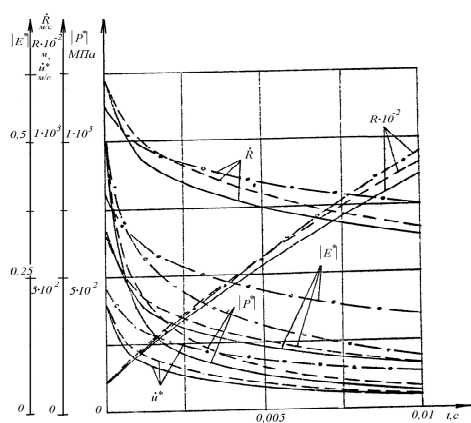


Рисунок 3

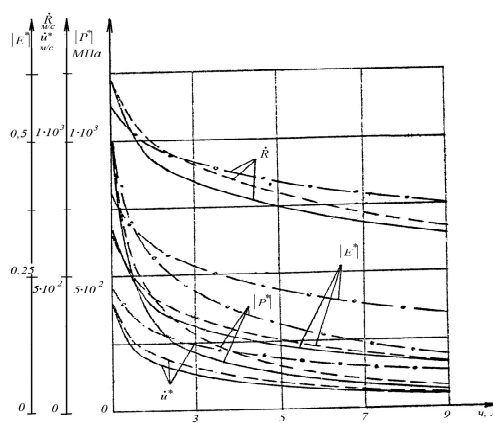


Рисунок 4

Учет прочностных характеристик упругопластической среды с помощью выражений (37) и (38) (рис. 3-6, сплошная и штриховая линии) приводит к уменьшению величин давления на фронте сферической волны по сравнению с соответствующими значениями давления на фронте пластической волны (рис. 3-6, штриховая линия с точками).

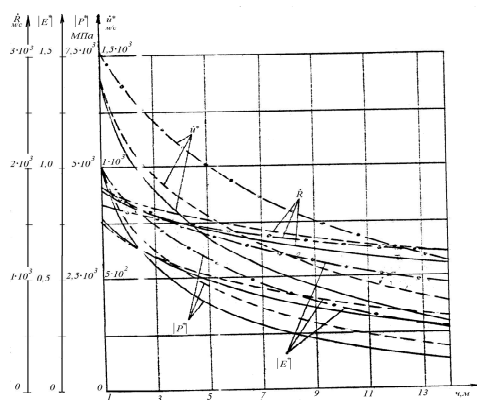


Рисунок 5

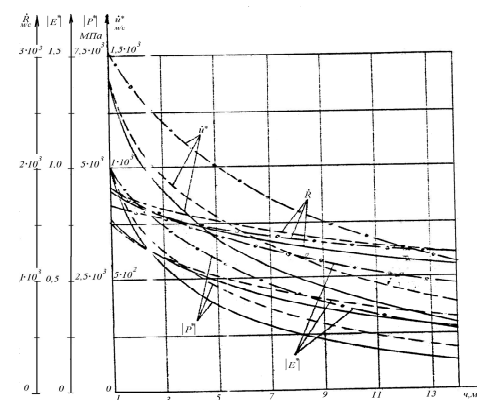


Рисунок 6

Это обстоятельство обусловлено тем, что при использовании модели «пластического газа» среда обжата со всех сторон одним и тем же давлением, а в упругопластической среде  $|\sigma_{rr}| > |\sigma_{\phi\phi}| = |\sigma_{\theta\theta}|$ . Следовательно, модель «пластического газа» позволяет оценить величины напряжения на фронте сферической волны сверху. Аналогичный эффект был обнаружен ранее в работе [9] в процессе решения вышеуказанной задачи с использованием теории предельного равновесия.

Кроме того, анализируя поведения кривых  $P^*$ ,  $\dot{\epsilon}^*$ ,  $\epsilon^*$  для упругопластической среды в зависимости от времени (рис. 3, 5), заметим, что в случае учета необратимых процессов по формоизменению среды с помощью (37) процесс затухания величины давления  $P^*$ ,

скорости  $\dot{u}^*$  и деформации  $\varepsilon^*$  по  $t$  на фронте волны получается сравнительно слабее, нежели в случае (38).

#### Список литературы

1. Рахматуллин Х.А. О распространении ударной волны взрыва в грунтах / Х.А. Рахматуллин, Л.И. Степанова // Вопросы теории разрушения пород действием взрыва. – М.: Изд-во АН СССР, 1958.
2. Лунц Я.Л. Распространение сферических упругопластических волн // ПММ. – Т.13. – №1.
3. Зволинский Н.В. Об излучении упругой волны при сферическом взрыве в грунте // ПММ. – 1960. – Т.24. – № 1.
4. Григорян С.С. О действии сильного подземного взрыва в плотной горной породе / С.С. Григорян, Я.А. Пачевский // ДАН СССР. – 1973. – Т.212. – № 2.
5. Механический эффект подземного взрыва // Под ред. М.А. Садовского. – М., 1971.
6. Коротков П.Ф. Численное исследование взрыва в упругопластической среде и некоторые вопросы моделирования / П.Ф. Коротков, Б.М. Просвирнина // ДАН СССР. – 1976. – Т.228. – № 1.
7. Якупов Р.Г. Сферическая взрывная волна в грунтах // ФГВ. – 1976. – Т.12. – № 5.
8. Сагомоян А.Н. Взрыв сферического слоя заряда в пластически сжимаемой среде / А.Н. Сагомоян, П.М. Гарбер // Вестник МГУ. Серия 1. Математика и механика. – М., 1974. – №3.
9. Рахматуллин Х.А. Вопросы Динамики грунтов / Х.А. Рахматуллин, А.Я. Сагомоян, Н.А. Алексеев. – М.: Изд-во МГУ, 1964.
10. Ломизе Г.М. Исследование закономерностей развития напряженно-деформированного состояния песчаного основания при плоской деформации / Г.М. Ломизе, А.Л. Крыжановский, В.Ф. Петрянин // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1972. – № 1.
11. Атабаев К. О распространении одномерных волн в среде с нелинейной разгрузкой / К. Атабаев, Ш.Г. Абдужалилов, Н.М. Тураев // ДАН Уз.ССР. – 1988. – № 9.
12. Броуд Г.Л. Расчеты взрывов на ЭВМ. Подземные взрывы. – М.: Изд-во МИР, 1975.

Получено 16.06.10

УДК 531: 622.233: 622.235

**М.Н. Калимолдаев, Т.Ж. Мазак, С.А. Тусупова**

Институт проблем информатики и управления МОН РК, г. Алматы

#### ИССЛЕДОВАНИЕ НЕОСЕСИММЕТРИЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ ОБОЛОЧЕК ПРИ РАЗЛИЧНЫХ КРАЕВЫХ УСЛОВИЯХ

Постановка задачи. Рассмотрим влияние краевых условий на частоты неосесимметричных колебаний цилиндрических оболочек в зависимости от длины и толщины оболочки.

Пусть дана упрощенная система уравнений колебаний тонкой оболочки

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial \xi \partial \varphi} + \nu \frac{\partial w}{\partial \xi} &= L \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \\ \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \varphi} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial w}{\partial \varphi} &= L \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \\ \nu \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial v}{\partial \varphi} + w + \beta \nabla^2 \nabla^2 w &= -L \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (1)$$

Данную систему уравнений колебаний тонкой оболочки можно привести к более удобному виду [1]:



$$\begin{aligned} \frac{\beta}{1-\nu^2} \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 w + \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^4} = & -\frac{L}{1-\nu^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[ -\nabla^2 \nabla^2 w + \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} + (3+2\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \frac{3-\nu}{1-\nu} \beta \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 w + \right. \\ & \left. + 2(1+\nu) \frac{L}{1-\nu^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (-w - \beta \nabla^2 \nabla^2 w + \frac{3-\nu}{2} \nabla^2 w - L \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}) \right], \\ \nabla^2 \nabla^2 u - \frac{2}{1-\nu} L \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[ \frac{3-\nu}{2} \nabla^2 u - L \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right] = & -\frac{\partial}{\partial \xi} \left( \nu \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} - \frac{2\nu}{1-\nu} L \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right), \\ \nabla^2 \nabla^2 v - \frac{2}{1-\nu} L \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[ \frac{3-\nu}{2} \nabla^2 v - L \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right] = & -\frac{\partial}{\partial \varphi} \left[ (2+\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} - \frac{2\nu}{1-\nu} L \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right], \end{aligned} \quad (2)$$

где  $u$  - проекция вектора перемещения точки срединной поверхности на ось  $X$ ;  $v$  - проекция вектора перемещения точки срединной поверхности на ось  $Y$ ;  $w$  - проекция вектора перемещения точки срединной поверхности на ось  $Z$ ;  $\nu$  - коэффициент Пуассона;  $\beta$  - параметр толщины оболочки;  $\xi$  - безразмерная осевая координата  $\xi = \frac{x}{a}$ ;  $x$  - осевая координата;  $a$  - радиус срединной поверхности;  $E$  - модуль упругости материала оболочки;  $\rho$  - плотность материала оболочки,  $L = \frac{1-\nu^2}{E} \rho a^2$ .

Уравнения системы (2) получены в несвязанной форме. Первое уравнение включает только одну зависимую переменную  $w$ , а два остальных – связывают компоненты перемещений  $u$  и  $v$  с  $w$ .

Уравнения в форме (2) используются для прямого и удобного способа анализа свободных колебаний оболочек конечной длины с различными условиями на краях.

Общее решение замкнутой цилиндрической оболочки может быть представлено в виде следующих разложений по формам

$$\begin{aligned} u = \left( \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} A_{in} e^{\lambda_{in} \frac{x}{l}} \cos n\varphi \right) \cos \omega t, \quad v = \left( \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} B_{in} e^{\lambda_{in} \frac{x}{l}} \sin n\varphi \right) \cos \omega t, \\ w = \left( \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} C_{in} e^{\lambda_{in} \frac{x}{l}} \cos n\varphi \right) \cos \omega t. \end{aligned} \quad (3)$$

Произвольные постоянные  $A_{in}$ ,  $B_{in}$  и  $C_{in}$  должны определяться из условий на каждом краю оболочки.

Любое из краевых условий может быть задано в виде зависимости, которая в общем случае содержит произвольную функцию окружной координаты  $\varphi$ . Эту функцию можно разложить в ряд Фурье. Таким образом, в случае неоднородных краевых условий частота какой-либо моды колебаний будет зависеть от всех гармоник  $n$ .

В частных случаях, когда краевые условия зависят только от одной гармоники или же являются однородными ( $u=0$  или  $N_x=0$  и  $w=0, \frac{\partial w}{\partial x}=0$ ), собственная частота зависит от одного значения  $n$ , и суммирование по  $n$  в соотношениях (3) можно не производить. Разложение будет иметь вид

$$u = \sum_i A_i e^{\lambda_i \frac{x}{l}} \cos n\varphi \cos \omega t, \quad v = \sum_i B_i e^{\lambda_i \frac{x}{l}} \sin n\varphi \cos \omega t, \quad w = \sum_i C_i e^{\lambda_i \frac{x}{l}} \cos n\varphi \cos \omega t. \quad (4)$$

Величины  $\lambda_i$  определяются из характеристического уравнения, получаемого из уравнений колебания. Если использовать систему уравнений (2), то для получения характеристического уравнения достаточно одного первого уравнения относительно перемещений  $w$ . Так как это уравнение восьмого порядка, то характеристическое уравнение имеет восемь корней, а каждая из сумм (4), очевидно, должна содержать восемь слагаемых.

В отличие от соответствующей статической задачи, где в общем случае все корни характеристического уравнения

$$\lambda_i^8 + \alpha_{i6} \lambda_i^6 + \alpha_{i4} \lambda_i^4 + \alpha_{i2} \lambda_i^2 + \alpha_{i0} = 0, \quad \alpha_{ik} = \alpha_{ik} \left( \frac{h}{a}, \nu, n, \omega \right) \quad (5)$$

являются комплексными, решение для задачи о колебаниях обычно имеет вид

$$\lambda_i = \pm p; \pm q; \pm (r \pm is), \quad (6)$$

где  $p, q, r$  и  $s$  – действительные числа.

Для оболочки конечной длины всегда должно существовать, по крайней мере, два корня вида  $\pm q$ .

В работе [2] предложен приближенный метод вычисления корней характеристического уравнения для коротких оболочек. Однако в области границ перехода комплексных корней в мнимые и действительные, а также мнимых – в действительные, приближенные методы могут приводить к большим ошибкам.

Как и во всех задачах малых колебаний, если отношения между коэффициентами  $A_i, B_i$  и  $C_i$  могут быть установлены, то их абсолютные значения неопределенны.

Для оболочки с заданными размерами и физическими свойствами при фиксированном  $n$  задача заключается теперь в определении компонент перемещения как функции  $x$  и получении уравнения частот.

Влияние краевых условий на собственные частоты колебаний цилиндрических оболочек обсуждалось в ряде теоретических [3, 4, 5, 6, 7] и экспериментальных [8, 9, 3, 10] исследований.

Особенно удобным базисом для оценки этого влияния может служить упрощение Юаня [7] в виде

$$\Omega^3 - \left[ 1 + \frac{3-\nu}{2} n^2 + \beta n^4 \right] \Omega^2 + \left[ \frac{1-\nu}{2} n^2 (n^2 + 1) + \frac{3-\nu}{2} \beta n^6 \right] \Omega - \frac{1-\nu}{2} \beta n^8 - \frac{(1-\nu)(1-\nu^2)}{2} \left[ (m+c) \frac{\pi a}{l} \right]^4 = 0, \quad (7)$$

где  $c = 0$  соответствует опертым краям;

$c = 0,50$  соответствует защемленным краям;

$c = 0,25$  соответствует одному – опертому, а другому – защемленному краям и т.д.

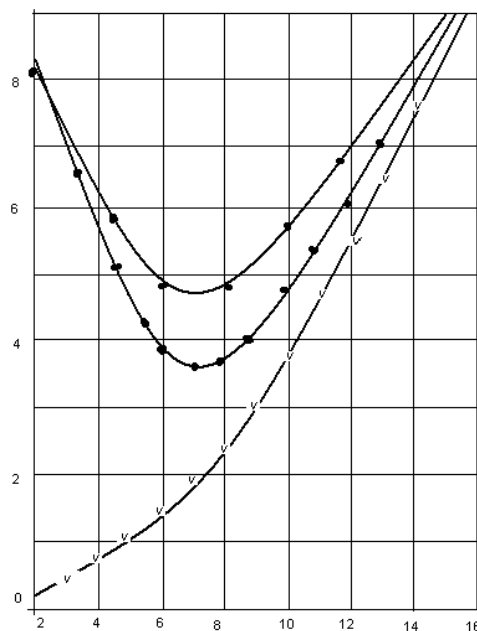


Рисунок 1

Две высокие частоты  $\Omega_2$  и  $\Omega_3$  обычно определяют из уравнения (7), в котором пренебрегают свободным членом, так как для тонких оболочек  $\Omega_1$  весьма близко к нулю. Оставшиеся три члена не содержат параметра  $c$ . Поэтому можно сделать заключение, что частоты  $\Omega_2$  и  $\Omega_3$ , соответствующие максимальным перемещениям в окружном и продольном направлениях, практически не зависят от вида краевых условий.

При приближенном определении низшего корня  $\Omega_1$  в уравнении (7) удерживают лишь свободный член и коэффициент при  $\Omega$ . Выражение для частоты в явном виде позволяет в данном случае сделать следующие выводы:

- 1) наименьшая частота соответствует опертой оболочке, наибольшая – оболочке, защемленной по обоим краям;
- 2) с увеличением толщины оболочки влияние второго слагаемого в свободном члене ослабевает, то есть влияние краевых условий уменьшается;
- 3) с увеличением длины оболочки, при прочих равных условиях, второе слагаемое свободного члена быстро убывает, то есть частоты длинных оболочек практически не зависят от вида краевых условий;
- 4) при возрастании числа окружных волн  $n$  первое слагаемое свободного члена быстро увеличивается, что приводит к ослаблению влияния краевых условий (рис. 1);
- 5) аналогичное действие оказывает увеличение числа продольных полуволн деформаций  $m$ , особенно для длинных оболочек, когда удовлетворяется условие Юаня.

Таким образом, краевые условия оказывают наибольшее влияние на частоты тонких и коротких оболочек, колеблющихся с небольшим числом узловых окружностей и прямых.

Также установлено, что, в противоположность довольно распространенному мнению, условие, налагаемое на продольное перемещение  $u$ , во многих случаях оказывает боль-

шее влияние, чем условия, которые налагаются на наклон  $\frac{\partial w}{\partial \xi}$  или момент  $\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2}$ . Так, например, для очень длинных оболочек с относительной длиной оболочки  $l/a$  ( $l$  – длина оболочки,  $a$  – радиус срединной поверхности) порядка 40 и даже выше, минимальная (основная) частота собственных колебаний может различаться более чем на 50 % в зависимости от того, задано ли на обоих концах условие  $u = 0$  или условие равенства осевой силы [6].

#### Список литературы

1. Никулин М.В. Собственные колебания цилиндрических оболочек, предварительно нагруженных крутящими моментами // Сб. «Прочность цилиндрических оболочек», ЦИАМ, 1959.
2. Кирич Е.Я. Колебания цилиндрической оболочки // Сб. «Исследования по упругости и пластичности». – Л.: Изд-во Ленинг. ун-та, 1964. – № 3. – С.265-270.
3. Ефимов В.Е., Колебания замкнутых цилиндрических оболочек при некоторых граничных условиях // Изв. вузов, Машиностроение. – 1962. – № 2. – С. 96-104.
4. Малкина Р.Л. Свободные колебания цилиндрических оболочек // Тр. Уральского политехн. ин-та им. С.М.Кирова. – 1960. – Вып.99.
5. Рапопорт Л.Д. Расчет собственных колебаний предварительно ненагруженных круговых цилиндрических оболочек // Изв. вузов, Авиационная техника. – 1960. – № 3. – С. 43-50.
6. Форсберг, Влияние граничных условий на характеристики форм колебаний тонких цилиндрических оболочек // Ракетная техника и космонавтика. – 1964. – № 12.
7. Юань, Колебания тонких цилиндрических оболочек конечной длины со свободно опертыми и защемленными краями // Сб. «Прочность цилиндрических оболочек»: Оборонгиз, 1960.
8. Бреславский В.Е. О колебаниях цилиндрических оболочек // Инженерный сборник. – 1953. – 16. – Ч.109-118.
9. Вейнгартен, Свободные колебания тонких цилиндрических оболочек // Ракетная техника и космонавтика. – 1964. – 2. – №4. – С. 167-173.
10. Arnold R.N., Warburton B.B., The flexural vibrations of thin cylinders, Proc. of the Inst. of Mech. Engrs., (A), 1953, v. 167, # 1.

Получено 16.06.10

УДК 004.358

**Ю.Г. Козлова**

ВКГТУ им. Д. Серикбаева, г. Усть-Каменогорск

#### ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМ ОБСЛУЖИВАНИЯ С ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРОЙ ИМИТАЦИОННЫМ МЕТОДОМ

С помощью имитационного моделирования возникает много новых возможностей в исследовании больших и сложных систем. Одной из таких проблем является исследование информационных потоков в системах Марковского типа. Так, например, поступающий поток в системы с переменной структурой меняет свою форму. А.Я. Хинчиным была доказана теорема о том, что поток, обладающий свойством без последдействия, а именно простейший поток, в результате прохождения через систему с переменной структурой преобразуется в потоки Эрланга более высокого порядка.

Нами предлагается доказательство этой же теоремы экспериментальным способом с помощью имитационной реализации Марковского процесса на примере системы обслуживания, в которой структура обслуживания осуществляется в виде приоритетных потоков. Эта задача в литературе получила название задачи Пальма.

Здесь возникает новая проблема, связанная с тем, что возникающие новые потоки ти-

па Эрланга требуют других генераторов, отличных от генераторов для простейшего потока. Например, при переходе от одной фазы обслуживания к другой во многофазной системе требуется переходить от потока Эрланга меньшего порядка к потоку Эрланга большего порядка.

Обслуживающие аппараты могут быть неодинаковыми с точки зрения поступления требований, по длительности и характеру обслуживания. Наиболее простой организацией этого типа является такая, в которой все обслуживающие аппараты пронумерованы. Такая система называется упорядоченной.

Поступающие требования распределяются между аппаратами в соответствии с их порядковыми номерами. Таким образом, устанавливается система приоритетов. При этом первым загружается обслуживающий аппарат с номером один; если в момент поступления требования он занят, то загружается аппарат с номером два; если и он занят, то загружается аппарат с номером три и т.д. В общем случае требование поступает на тот свободный обслуживающий аппарат, который имеет наименьший порядковый номер. Наибольший интерес при изучении таких обслуживающих систем определяет вопрос: насколько полно будет загружен работой каждый последующий аппарат системы? Если считать, что обслуживание каждого требования будет закончено тем аппаратом, который его начал, то общая схема такого процесса обслуживания будет иметь вид, изображенный на рисунке 1.

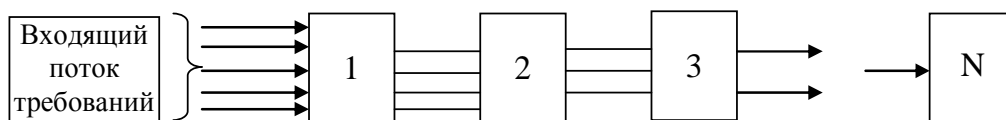


Рисунок 1 – Схема упорядоченной системы обслуживания аппаратов: 1,2,3,... N – обслуживающие аппараты

Степень загрузки каждого обслуживающего аппарата может характеризоваться вероятностью того, что требования, поступившее на этот аппарат, найдут его занятыми и, следовательно, будут переданы следующему аппарату.

Рассмотрим задачу, которую будем интерпретировать на очень распространенных в заводской практике ситуациях, когда возникает потребность в выборе оптимальной многолинейной системы обслуживания.

Назовем её задачей моделирования оптимального многолинейного конвейера по упаковке готовой продукции.

Постановка задачи. Имеется упорядоченная система обслуживающих аппаратов, число которых может быть как конечным, так и бесконечным. Обозначим обслуживающие аппараты  $A_1, A_2, \dots, A_k$ , где  $A_k$  – обслуживающий аппарат с номером  $k$  (где  $k=1, 2, \dots$ ). Очередное требование поступит на обслуживание к аппарату  $A_k$  только тогда, когда все предыдущие аппараты  $A_1, A_2, \dots, A_{k-1}$  заняты обслуживанием ранее поступивших требований. Будем предполагать, что в систему на обслуживание поступает простейший поток требований с параметром  $\lambda$ , т.е. вероятность поступления точно  $k$  требований за время  $t$  равна

$$V_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t} \quad (k = 0, 1, 2, \dots).$$

Нужно заметить, что это поток требований, поступающих на первый обслуживающий аппарат  $A_1$ . Казалось бы, что если на аппарат  $A_1$  поступает простейший поток, то и на аппараты  $A_2$  и  $A_3$  и т.д. будет также поступать простейший поток. Однако это не так. А.Я. Хинчин в книге «Математические методы теории массового обслуживания» доказал следующую теорему: «Если на аппарат  $A_1$  поступает простейший поток требований, то на любой аппарат  $A_k$  ( $k > 1$ ) поступает стационарный, ординарный поток с ограниченным последствием». При моделировании системы обслуживания имитационным методом условие А.Я. Хинчина будет автоматически учитываться и не повлияет на окончательный результат исследования.

Каждому обслуживающему аппарату  $A_k$  ( $k > 1$ ) будет соответствовать своя функция  $\varphi_0(t)$ , определяющая поток требований, поступающих на него.

Далее предположим, что среднее время обслуживания одного требования одним аппаратом равно  $t_{\text{обс}} = 1/\mu$  и имеет показательное распределение. Данная задача имеет классическое решение, которое можно получить для случая  $n$ -канальной системы массового обслуживания с отказами.

Существует процедура получения размеченного графа состояний Марковского процесса, составления системы дифференциальных уравнений, которая в предельном случае сводится к системе алгебраических уравнений, решая которую можно получить закон распределения состояний и формулу для определения вероятности отказа

$$P_n = \left[ \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^n \frac{1}{n!} \right] / \left[ \sum_{m=0}^n \frac{1}{m!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^m \right]. \quad (1)$$

Поэтому положив в формуле (1)  $n = 1$ , получим, что вероятность того, что занят аппарат  $A_1$ , которую обозначим через  $E_1$ , равна

$$E_1 = \frac{\frac{\lambda}{\mu}}{1 + \frac{\lambda}{\mu}} = \frac{\lambda}{\mu + \lambda}. \quad (2)$$

Эта величина характеризует долю времени, в течение которой аппарат  $A_1$  работает.

Перейдем к определению вероятности того, что одновременно заняты два аппарата. Для того чтобы определить эту величину, рассмотрим обслуживающую систему, состоящую из двух аппаратов,  $A_1$  и  $A_2$ . Система  $(A_1, A_2)$  может быть рассмотрена как самостоятельная обслуживающая система. При определении вероятности того, что на аппарат  $A_2$  требование попадает лишь тогда, когда аппарат  $A_1$  занят, не имеет никакого значения. Следовательно, эта вероятность может быть также вычислена по формуле (1), в которой надо положить  $n=2$ . В результате получим, что вероятность того, что заняты два аппарата системы, равна

$$E_2 = \frac{\frac{1}{2!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^2}{1 + \frac{\lambda}{\mu} + \frac{1}{2!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^2} = \frac{\lambda^2}{\mu^2 + (\lambda + \mu)^2}. \quad (3)$$

Эта величина характеризует долю времени, когда одновременно загружен как аппарат  $A_1$ , так и аппарат  $A_2$ . Но, кроме этого, величина  $E_2$  есть не что иное, как вероятность того, что очередное требование поступит на аппарат  $A_3$ .

В общем случае приходим к выводу, что вероятность того, что заняты  $n$  обслуживающих аппаратов, может быть вычислена с помощью формулы (1).

$$E_n = \frac{\frac{1}{n!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^n}{\sum_{k=0}^n \frac{1}{k!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^k}, \quad (n=1,2,\dots). \quad (4)$$

С одной стороны, эта величина характеризует ту часть времени, на протяжении которой заняты все обслуживающие аппараты. С другой стороны, она равна вероятности того, что очередное требование поступит на  $A_{n+1}$  аппарат, если он есть. Независимо от величины отношения  $(\lambda/\mu)$  величина  $E_n$  с возрастанием  $n$  убывает (рис. 2).

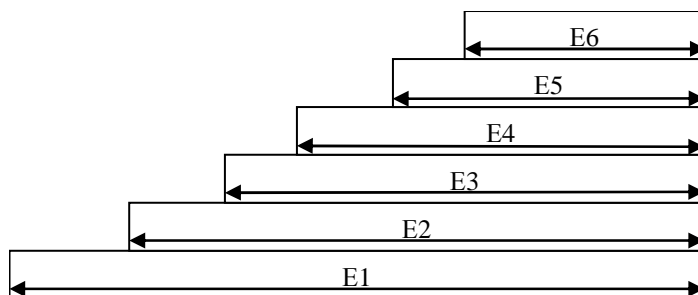


Рисунок 2 – Характер изменения доли времени одновременной загрузки  $n$  аппаратов системы упорядоченного обслуживания ( $n = 1, 2, \dots, 6$ )

Величины  $E_n$  ( $n = 1,2,\dots$ ) характеризуют потерю одного требования на аппаратах ( $A_1, A_2, \dots, A_n$ ) в силу их занятости. Однако они не дают полной характеристики того, что аппарат  $A_n$  занят, в то время как один из аппаратов  $A_1, A_2, \dots, A_{n-1}$  уже освободился. Более точной характеристикой того, что произвольный аппарат  $A_n$  занят, является вероятность потери требования, поступившего на этот аппарат.

Требование, поступившее на аппарат  $A_n$ , будет фактически потеряно, если будет занят именно этот аппарат и не зависит от занятости других аппаратов.

Обозначим через  $\Pi_n$  ( $n = 1,2,\dots$ ) вероятность отказа, обусловленную тем, что занят именно аппарат  $A_n$ .

Еще раз следует подчеркнуть, что  $\Pi_n$  не совпадает с  $E_n$ , так как последнее есть вероятность того, что занят только аппарат  $A_n$ . Это важно еще и потому, что при имитационном моделировании будут определяться не величины  $E_n$ , а величина  $\Pi_n$ .

Установим связь между  $E_n$  и  $\Pi_n$ . Найдем величину  $\Pi_n$ . Если заняты аппараты  $A_1, A_2, \dots, A_n$ , то это означает, что: 1) заняты аппараты  $A_1, A_2, \dots, A_{n-1}$ ; 2) занят аппарат  $A_n$ . Но вероятность первого события есть  $E_{n-1}$ , а вероятность второго –  $\Pi_n$ , поэтому по теореме умножения вероятностей  $E_n$ -вероятность того, что заняты  $A_1, A_2, \dots, A_n$ , равна произведению вероятностей  $E_{n-1}$  и  $\Pi_n$ , т.е.

$$E_n = E_{n-1} \cdot \Pi_n.$$

Так как величины  $E_n$  и  $E_{n-1}$  нам известны, то можно выразить через них  $\Pi_n$ .

$$\Pi_n = \frac{E_n}{E_{n-1}}.$$

Используя выражение (1) можно получить следующую зависимость

$$P_n = \frac{\lambda}{n\mu + \lambda E_{n-1}}, \quad (n = 2, 3, \dots); \quad P_1 = E_1.$$

Отметим, что  $E_{n-1}$  – вероятность того, что заняты аппараты  $(A_1, A_2, \dots, A_{n-1})$ , вычисляется по формуле (1).

Рассмотрим задачу Пальма. Введем двумерный массив по количеству обслуживающих аппаратов

$$W \begin{Bmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ y_1 & y_2 & \dots & y_n \end{Bmatrix}.$$

В первой строке массива записаны номера аппаратов от 1-го до  $n$ -го. Во второй строке записаны счетчики автоматных единиц времени  $y_1, y_2, \dots, y_n$ , при которых соответствующие автоматы были заняты обслуживанием.

$V$  – счетчик общего количества поступивших заявок

$B(b)$  – автомат, генерирующий входящий поток с параметром  $\lambda$ .

$A_i(a_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) – автоматы, организующие обслуживание заявок. При этом осуществлен порядок приоритетного обслуживания. Поступившая заявка попадает тому свободному аппарату, у которого минимальный порядковый номер. Все обслуживающие аппараты имеют одно и тоже среднее время обслуживания  $t_{\text{обс}}$ , распределенное по показательному закону.

В результате имитационного моделирования процесса обслуживания мы должны получить двумерный массив, в котором во второй строке должны оказаться значения величин, т.е.  $W = E_1, E_2, \dots, E_n$  (рис. 3).

1	2	3		$N$
$E_1$	$E_2$	$E_3$		$E_n$

Рисунок 3 – Структура массива для получения закона распределения состояний

При инициализации процесса для внутренних состояний автоматов можно выбрать произвольные значения в виде целых чисел, обозначающих такты автоматного времени. Эти числа лучше всего взять близкими к среднему интервалу времени входящего потока, а для  $a_i$  – близкими к среднему времени обслуживания.

Счетчик заявок  $V$  и вторую сторону массива  $W$  обнулить.

Генератору интервалов автоматного времени  $G$  присвоить достаточно большое число (порядка  $10^3$  или  $10^4$ ).

Логическая схема программного модуля.

$$G = 1000; V = 0$$

$$W = \begin{Bmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{Bmatrix}$$

$$b = t_{\text{потока}}, \quad a_i = t_{\text{обсл}}, \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

Begin Цикл  $G=1 \div 1000$

Если  $b > 1$ , то  $b = b-1$  и  $x=0$

Если  $b=1$ , то  $b = \Delta t$  и  $x=1, V = V+1$

Begin Цикл  $I=1 \div n$



Если  $A[I] > 1$ , то  $A[I] = A[I] - 1$  и  $W[2, I] = W[2, I] + 1$

иначе

Если  $A[I] = 1$  и  $x = 1$ , то  $A[I] = \Delta t$ ,  $x = 0$  и  $W[2, I] = W[2, I] + 1$

иначе

Если  $A[I] = 1$  и  $x = 0$ , то  $A[I] = 0$

иначе

Если  $A[I] = 0$  и  $x = 1$ , то  $A[I] = \Delta t$ ,  $x = 0$  и  $W[2, I] = W[2, I] + 1$

иначе

Если  $A[I] = 0$  и  $x = 0$ , то  $A[I] = 0$

end, end.

Begin Цикл  $I = 1 \div n$

$W[2, I] = W[2, I] / G$  end.

Вывести результат  $W[2, I]$

На основе вышеизложенного были проведены исследования и на практике была доказана методика усреднения случайных промежутков потока  $\Delta t_1, \Delta t_2, \dots, \Delta t_n$  путем выбора среднего значения из двух соседних интервалов из трех и т.д. на предмет принадлежности их к классу потоков Эрланга более высокого порядка.

Для этой цели определялись величины: среднее значение  $1/\lambda$ , среднее квадратичное отклонение  $\frac{1}{\lambda\sqrt{k}}$ , где  $\lambda$  – плотность потока  $\lambda = 1/\Delta t_{cp}$ ;  $\Delta t_{cp} = \sum_{i=1}^n \Delta t_i / n$ ;  $k$  – целое число, которое определяет порядок распределения Эрланга (рис. 4).

При  $k \rightarrow \infty$  свойство без последствия теряется полностью, и поток становится регулярным.

**Потоки Эрланга**

Lyambda: 7

**Поток Эрланга 1-го порядка**

1	2	3	4	5	6	7	8
1	4	6	1	6	16	5	12

Решение

**Поток Эрланга 2-го порядка**

1	2	3	4	5	6	7	8
6	7	6	13	8	7	7	8

Решение

**Поток Эрланга 3-го порядка**

1	2	3	4	5	6	7	8
13	4	6	9	8	8	4	11

Решение

**Поток Эрланга 4-го порядка**

1	2	3	4	5	6	7	8
4	8	8	8	4	10	9	16

Решение

**Выходные данные:**

Поток Эрланга 1-го порядка

Сумма чисел 943  
Среднее значение 9,43  
Дисперсия 101,4596969697  
Среднее квадратичное отклонение 10,0727204353986  
K 1,06815699208893

Поток Эрланга 2-го порядка

Сумма чисел 1475  
Среднее значение 14,75  
Дисперсия 190,972222222222  
Среднее квадратичное отклонение 9,77169949963215  
K 2,27847272727273

Поток Эрланга 3-го порядка

Сумма чисел 1155  
Среднее значение 11,55  
Дисперсия 76,8732323232323  
Среднее квадратичное отклонение 6,19972710380192  
K 3,47071395252581

Поток Эрланга 4-го порядка

Сумма чисел 1366  
Среднее значение 13,66  
Дисперсия 93,2642424242425  
Среднее квадратичное отклонение 6,8287715741648  
K 4,00143924723497

Листинг кода

#### Рисунок 4 – Окно программы, демонстрирующей вычисление потоков Эрланга

##### Список литературы

1. Абакаев А. и др. Имитационные модели в экономике. – Киев, 1978. – 98 с.
2. Новиков О.А. Прикладные вопросы теории массового обслуживания / О.А. Новиков, С.И. Петухов. – М., 1990. – 343 с.
3. Рыжиков Ю.И. Имитационное моделирование. – СПб., 2004. – 276 с.
4. Розенберг В.Я. Что такое теория массового обслуживания / В.Я. Розенберг, А.И. Прохоров. – М., 1962. – 254 с.
5. Чернявский В.С. Имитационное моделирование процессов и систем. – Усть-Каменогорск, ВКГТУ, 2010. – 320 с.
6. Чернявский В.С. Системные понятия математического моделирования. – Усть-Каменогорск: ВКГТУ, 2009. – 190 с.

Получено 10.02.10

УДК 621.928.24

**О.А. Коробова**

ВКГТУ, г. Усть-Каменогорск

#### ПРОЦЕСС ГРОХОЧЕНИЯ И РАСЧЕТ МАССЫ МАТЕРИАЛА НА ГРОХОТЕ

При работе грохота ее рабочий орган совершает колебательные движения, в результате которых находящемуся на нем материалу сообщаются силовые импульсы. При этом обеспечение эффективного режима вибросортировки предусматривает достижение надлежащей асимметрии этих импульсов при прямом и обратном ходе и создание наиболее благоприятных условий для направленного перемешивания и распределения зерен материала в заданную сторону. Достигается это сообщением колебаний рабочему органу под углом к направлению перемешивания, использованием несимметричных, например бигармонических, колебаний, созданием различных условий для передачи энергии от рабочего органа при движении в прямом и обратном направлениях и созданием сложного возбуждения материала за счет использования специальных приспособлений и дополнительного возбуждения рабочего органа и т. д.

При грохочении зерен материала на процесс движения большое влияние оказывает характер воздействия рабочего органа и особенности взаимодействия составляющих их монослоев и частиц друг с другом. При грохочении насыпных грузов монослой, входящий в контакт с поверхностью рабочего органа, получает от него силовые импульсы от нижнего монослоя вышележащим. Вследствие инерционности силовые импульсы постепенно ослабевают. Энергия колебательного движения рабочего органа в процессе грохочения затрачивается на ускорение зерен материала и исполнение потерь при необратимых деформациях.

Исследования показывают, что при сложном перемешивании зерен материала наблюдается сдвиг по фазе в перемещении смежных монослоев и обычно уменьшение их средней скорости по мере их удаления от сортирующей поверхности, однако, для некоторых зерен, толщины слоя и режимов работы возможно опережение верхними слоями нижних, это результат упругих свойств.

Вследствие сдвига по фазе разных по величине, а в некоторых случаях и по направле-

нию скоростей движения верхних и нижних слоев зерен постоянно происходит их относительное перемешивание, в результате чего возникают периодические деформации всего слоя. Все это свидетельствует о том, что в массе перемешиваемого материала происходят сложные пространственные перемещения слагающих его зерен и монослоев. При дальнейшем перемешивании в движение постепенно вовлекаются вышележащие монослои до тех пор, пока вся масса материала не придет в движение или (если толщина слоя слишком велика) пока энергия импульса не будет полностью рассеяна. При этом, чем дальше монослой материала находится от поверхности рабочего органа, тем меньше амплитуда периодической составляющей его движения, тем самым процесса сортировки не происходит. В установившихся режимах сдвиг фаз сортируемого слоя материала и рабочего органа может быть весьма значительным. Следует иметь в виду, что сдвиг фаз происходит в перемещении как верхней, так и нижней поверхности слоя, контактирующей с рабочим органом. Сдвигом фаз определяются энергозатраты в процессе грохочения и запаздывания моментов просева груза через отверстия сита. Процесс взаимодействия сита с зернами материала сопровождается постоянным изменением величины действующих между ними сил. При достаточно интенсивных колебаниях нормальная реакция зерен периодически становится равной нулю, нижний монослой теряет контакт с ситом и за счет накопленной кинетической энергии совершает свободное движение с просеиванием части нижнего слоя.

В режиме с подбрасыванием с течением времени нижний монослой, передав всю свою кинетическую энергию вышележащим слоям, начнет обратное движение, хотя верхние монослои могут продолжать перемешиваться к нижнему монослою. В этот момент начинается разрыхление слоя материала и его перераспределение и сортировка. Возможен такой режим, когда верхние монослои находятся еще во взвешенном состоянии, а нижний, упав на поверхность сита, вновь получает импульс вверх. При этом верхние и нижние монослои встречаются во взвешенном состоянии, перемешиваясь только между собой. Верхний монослой, получив от нижнего импульс, направленный вперед и вверх, продолжает свое движение, а нижний, израсходовав свою кинетическую энергию, опять возвращается на поверхность сита.

Основное влияние на величину сдвига фаз в перемешивании монослоев и на градиент скорости оказывают свойства груза, высота слоя, а также частота, амплитуда и направление колебаний короба.

В зависимости от режима работы вибрационного грохота материал может сортироваться стабильно, каждый раз подбрасываясь на одинаковую высоту и с одинаковой скоростью, или неравномерно, когда чередуются большие и малые броски зерен и их дальнейшая сортировка. Нестабильное грохочение возникает в том случае, когда при падении зерна ускорение рабочего органа близко или превышает значения, необходимые по условиям просева. В таком случае упавшее зерно, не успев приобрести необходимой скорости сортировки, вновь теряет контакт с поверхностью рабочего органа. При этом происходит небольшой бросок материала, и он падает уже в более благоприятный момент с точки зрения последующего его попадания в отверстия. Поэтому следующий просев материала протекает нормально, но момент падения вновь оказывается неблагоприятным для последующего просева. Подобные режимы грохочения довольно часто встречаются на практике.

При перемешивании в горизонтальном направлении энергия затрачивается на соударение зерен при проскальзывании отверстия рабочего органа и относительное проскаль-

зывание слоев. Проскальзывание происходит вследствие того, что слои материала, входящие в контакт с просеивающей поверхностью, сортируются, как правило, быстрее, чем частицы, находящиеся на поверхности слоя.

Энергия на ускорение сортировки материала и на преодоление сопротивлений, возникающих в процессе грохочения, сообщается материалу через специальные приспособления. При этом передача энергии от специального приспособления зернам материала происходит на участках совместного движения при отсутствии относительного проскальзывания или при скольжении зерен в обратную сторону перемешивания. Такой способ передачи энергии сортируемому материалу связан с непроизводительными затратами, мерой которых служит относительная скорость сортировки. Величина сообщенной зернам энергии зависит от продолжительности прохождения зерен верхнего монослоя в нижний. В частности, при одинаковых режимах колебаний трудносортируемый материал большее время движется с потоком материала по поверхности сита без просеивания. Установлено также, что с увеличением продолжительности фазы совместного движения специального приспособления с зернами материала повышается стабильность процесса грохочения.

Рассеяние энергии в процессе грохочения происходит на всех этапах движения груза – в свободном движении, при соударении и в период движения совместно с монослоями надрешетного продукта. Интегральным критерием, учитывающим все многообразные факторы рассеяния энергии, является угол сдвига фаз между зернами и отверстиями в рабочем органе.

Масса материала на грохоте оказывает влияние на величину мощности, потребляемой при работе грохота. Количество энергии, расходуемой на сортирование, прямо пропорционально массе материала, что видно из (31), (36), (38) [1]. Расход энергии на трение в подшипниках виброгрохота также зависит от массы материала. Масса материала на грохоте должна учитываться при расчете деталей грохота на прочность [2].

При расчете массы материала на грохоте возникают трудности, связанные с недостаточной изученностью законов, которым подчиняется сортирование на просеивающих поверхностях. Поэтому для получения расчетных формул приходится делать некоторые допущения при теоретическом рассмотрении этого вопроса или же пользоваться для расчета эмпирическими формулами.

Масса материала, находящегося на поверхности грохота,  $m_m$ (кг) определяется по формуле

$$m_m = l \cdot \frac{Q_c \cdot \left( C_v + \frac{C_n}{2} \right) \cdot \gamma}{V_m \cdot E}, \quad (1)$$

где  $C_v$  – содержание верхнего класса в основном материале, %;  $C_n$  – содержание нижнего класса в исходном материале, %;  $E$  – эффективность грохочения, %;  $V_m$  – скорость движения потока материала по поверхности сита, м/с;  $l$  – длина поверхности грохота, м;  $\gamma$  – плотность сортируемого материала, кг/м<sup>3</sup>;  $Q_c$  – секундная производительность виброгрохота, м<sup>3</sup>/с.

Формула (1) соответствует односитному грохоту. В основе ее лежат следующие соображения.

Секундная производительность – производительность, при которой за секунду поступает масса зерна на грохот, которая за секунду распределяется по длине грохота на расстояние.

Секундная производительность определяется по формуле

$$Q_c = \frac{i \cdot m_{cp}}{t_1} \quad (2)$$

где  $i$  – число отверстий в просеивающей поверхности;  $t_1$  – время секундной производительности, 1с.

Число отверстий в просеивающей поверхности определяем по формуле

$$i = \frac{L \cdot B}{d_{\max} + a_1} \quad (3)$$

где  $d_{\max}$  – максимальный размер диаметра зерна, м;  $a_1$  – диаметр проволоки, м.

Зерна нижнего класса, продвигаясь по грохоту, проваливаются через отверстия просеивающей поверхности и при полном распределении классов масса зерен нижнего класса на единицу длины в конце грохота будет равна нулю. Если сделать допущение, что масса зерен нижнего класса на единицу длин от начала к концу грохота убывает по прямолинейному закону, то средняя масса зерен на единицу длины будет равна половине массы зерен нижнего класса на единицу длины в начале грохота.

Практически в производственных условиях эффективность грохочения всегда меньше единицы. Часть зерен нижнего класса остается на грохоте и сходит вместе с зернами верхнего класса. В результате общая масса материала, находящегося на грохоте, несколько увеличивается. Для учета этого обстоятельства масса материала на грохоте  $m'_m$ , соответствующая эффективности грохочения, равной единице, умножается на  $1/E$ , то есть увеличивается обратно пропорционально эффективности грохочения, что приводит к формуле (1).

Формула (1) дает завышенное значение материала на грохоте. Это завышение может достигать значительной величины. Так, при содержании верхнего класса  $C_b = 0,8$  и при эффективности грохочения  $E = 0,67$  по формуле (1) количество материала на грохоте получается больше, чем если бы через просеивающую поверхность вообще ничего не просеивалось и весь материал оставался бы на грохоте. Объясняется это тем, что в действительности количество материала верхнего класса, находящегося на грохоте, не зависит от эффективности грохочения.

Оставляя допущение, что масса зерен нижнего класса на единице длины уменьшается от начала к концу грохота по прямолинейному закону, можно устранить этот недостаток формулы (1) следующим образом.

При выводе основной формулы было сделано допущение, что масса зерен нижнего класса на единицу длины от начала к концу грохота убывает по прямолинейному закону, то есть интенсивность просеивания зерен нижнего класса по длине просеивающей поверхности остается постоянной. В действительности это не так. Экспериментальные данные показывают, что интенсивность просеивания зерен нижнего класса в начале грохота больше, чем в конце, и масса зерен нижнего класса на единицу длины от начала к концу грохота убывает не по прямолинейному, а по криволинейному закону.

Точный расчет массы материала, находящегося на грохоте, требует знания закона, которому подчиняется изменение интенсивности просеивания зерен нижнего класса по длине просеивающей поверхности. Если в первом приближении принять, что масса зерен нижнего класса, просеивающихся на каком-то участке длины сита, пропорциональна массе зерен нижнего класса, то они находятся дифференциальным уравнением (52) [1].

Зная значение скорости движения потока материала, подставим его в формулу (1), по-

сле преобразования получаем формулу массы материала на поверхности сита, в которой учтена вероятность изменения массы:

$$m_i = m'_m \cdot \frac{1}{E} = \left( 1 - \frac{(1-d)^2}{(b+a_1)^2} \right) \cdot \frac{m_{cp} \cdot l^2 \cdot \pi \cdot B \cdot \gamma \cdot \left( 2 - \frac{C_H \cdot E}{1000} \right)}{1480 \cdot (\pi \cdot \sqrt{A} - 0,23) \cdot (d_{\max} + 0,001 \cdot a_1)}, \quad (4)$$

где  $m'_m$  – масса материала на грохоте, кг;  $b$  – размер квадратного отверстия, мм;  $d$  – размер зерна, мм.

#### Список литературы

1. Кабалкин В.А. Машины для сортировки каменных материалов (грохоты). – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1981. – 96 с.
2. Бауман В.А. Механическое оборудование предприятий строительных материалов, изделий и конструкций: Учеб. для вузов. – М.: Машиностроение, 1975. – 351 с. с ил.
3. Вайсберг Л.А. Проектирование и расчет вибрационных грохотов. – М.: Недра, 1986. – 144 с.

Получено 28.04.10

УДК 621.92

**Т.Б. Курмангалиев**

ВКГТУ им. Д. Серикбаева, г. Усть-Каменогорск

#### ОБЗОР ПАТЕНТНЫХ МАТЕРИАЛОВ ПНЕВМАТИЧЕСКИХ РОТАЦИОННЫХ ВИБРОПРИВОДОВ

Перспективным способом отделочно-зачистной обработки деталей машин является виброабразивная обработка, интерес к которой объясняется ее широкими технологическими возможностями, простотой конструкции машин и высокой производительностью процесса.

Вибрационные машины применяют для обработки широкой номенклатуры деталей в условиях массового и серийного производства [1].

Для осуществления вибрационного движения любой вибрационной машине необходим вибропривод.

Первые пневматические ротационные виброприводы имели дебалансный вибровозбудитель, отделенный от пневмодвигателя. В патентных материалах виброприводы такого типа встречаются в основном в конце 30-х – начале 40-х годов прошлого века [2, 3]. Вследствие более сложной конструкции и меньшей долговечности дебалансные пневматические виброприводы вытесняются планетарными и струйными пневмовиброприводами, у которых пневмодвигатель и вибровозбудитель составляют единое целое.

Из пневматических виброприводов ротационного типа наиболее распространены фрикционно-планетарные виброприводы с лопастным двигателем, которые содержат корпус с неподвижно закрепленным в нем статором (внешним или внутренним), эксцентрично установленный относительно статора ротор, движение которого создает механические колебания корпуса, и лопасти, свободно перемещающиеся в пазах ротора или статора.

Первым прототипом современных пневматических ротационных виброприводов с лопастным двигателем является вибропривод по авторскому свидетельству № 279397. Рас-

смотрим более подробно устройство и работу этого вибропривода. В корпус 1 вибропривода (рис. 1, а) помещен несимметричный ротор 2, совершающий планетарную обкатку вокруг пустотелого статора 3 под действием сжатого воздуха, подаваемого в полость статора. Лопатка 4 выполнена из телескопически связанных частей 4 и 5. Сжатый воздух, поступающий по центральному каналу статора 3 через радиальные отверстия, попадает в рабочую камеру пневмодвигателя – вибровозбудителя, вызывая планетарное движение ротора - бункера 2. Рабочая камера вибратора замыкается подвижной пластинкой составной лопатки. Выхлоп осуществляется через отверстия в торцевых щитах (на рисунке не показаны), перекрываемые торцами ротора, ось которого располагается эксцентрично относительно оси вибропривода, вызывает колебания корпуса.

Улучшение пусковых характеристик вибропривода данного типа предусмотрено конструкцией, описанной в патенте Франции № 1395066 по классу В06 (рис. 1, б). Профиль поперечного сечения камеры имеет форму криволинейного треугольника, составленного из дуг окружностей. Ротор с лопатками имеет в сечении форму эллипса, причем его радиальные каналы связаны с осевыми каналами таким образом, что при любом положении ротора один из каналов связан с впускным отверстием, в то время как другой – с выпускным.

Развитие пневматических ротационных фрикционно-лопастных виброприводов на современном этапе в основном идет в направлении усовершенствований конструкций, аналогичных прототипу, заключающихся в разработке новых воздухораспределительных систем, форм статора и ротора, в применении новых материалов, повышении износостойкости лопаток, улучшении пусковых характеристик, повышении экономичности и технологичности. Но все эти меры не лишают данный тип вибропривода основных присущих ему недостатков, которыми являются сравнительная сложность конструкции и высокие технологические требования к ее отдельным элементам по допускам на размеры и по шероховатости поверхностей. Лопатки вибропривода испытывают высокие удельные нагрузки, ведущие к их износу, что, в свою очередь, ограничивает долговечность и надежность данного типа виброприводов. Кроме того, как правило, эти виброприводы работают со смазкой, загрязняя окружающую среду масляными аэрозолями.

Помимо ротационных пневмовиброприводов с фрикционно-планетарной обкаткой встречаются пневматические, в которых используется зубчато-планетарный вибровозбудитель. Преимуществом виброприводов такого типа является надежность пуска при любом положении ротора, отсутствие в конструкции сравнительно быстро изнашиваемых лопаток, а также исключение проскальзывания бегунка относительно беговой дорожки. Зубчато-планетарные пневматические виброприводы работают по принципу шестеренчатого насоса. В данном виброприводе одна из шестерен неподвижно укреплена в корпусе вибратора, в то время как другая шестерня планетарно обкатывается вокруг нее, вращая при этом связанную с ней дебалансную массу.

Такая конструкция позволяет получить практически любую необходимую амплитуду колебаний и устраняет необходимость установки сложных уплотнительных средств. Основными недостатками данного типа пневматических ротационных виброприводов являются сложность конструкции и наличие подшипниковых узлов, что сказывается на долговечности вибратора.

Большинства недостатков ротационных планетарных виброприводов лишен другой тип ротационных пневматических виброприводов со встроенным пневмодвигателем, совмещенным с вибровозбудителем - струйные.

Эти машины работают с «сухой» проточной частью, не загрязняя рабочее тело – воз-

дух – маслом, способны развивать значительные мощности, надежнее и долговечнее остальных типов пневматических виброприводов. Кроме того, эти виброприводы обладают более простой в изготовлении и ремонте конструкцией, не предъявляя к элементам конструкции высоких технологических требований по допускам на размеры и шероховатости поверхностей.

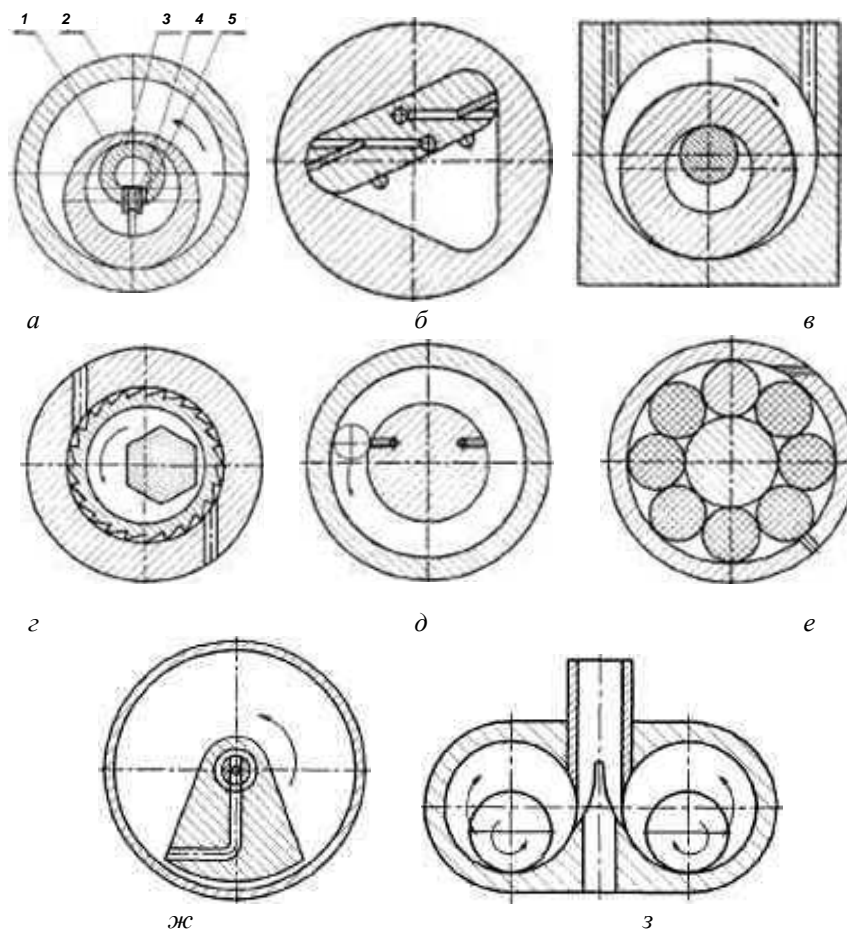


Рисунок 1 – Схемы пневматических виброприводов

В виброприводах данного типа дебалансная масса-бегунок совершает планетарную обкатку по замкнутой траектории беговой дорожки, выполненной в неподвижном корпусе вибропривода. В виброприводах активного типа дебалансная масса-бегунок приводится в движение струей сжатого газа, в то время как в виброприводах реактивного типа причиной движения бегунка является реактивное усилие, возникающее при истечении из бегунка струи сжатого воздуха или другого газа. Существует много разновидностей струйных пневматических виброприводов, рассмотрим некоторые характерные из них.

На рис. 1, в представлена схема струйного вибропривода с бегунком в виде кольца, обкатывающегося вокруг оси, выполненного по патенту США №3191911. Вибропривод состоит из корпуса в виде цилиндрической камеры, в которую помещен бегунок, выполненный в виде кольца, надетого с большим зазором на неподвижную ось. Бегунок вращается в камере под действием струи, истекающей из впускного сопла, совершая при этом



планетарную обкатку вокруг оси с высокой частотой. Выхлоп воздуха осуществляется через выпускное сопло.

Для более экономичного использования сжатого воздуха и увеличения частоты колебаний дебалансная масса-бегунок может выполняться в виде турбинки, на лопасти которой действует тангенциальная струя. Такая конструкция приведена, например, в патенте Франции № 1596063. Схема вибропривода изображена на рис. 1, *г*. Ротор, приводимый в движение тангенциальной струей, истекающей из сопла, концентрично установлен по подвижной посадке в расточке корпуса. Ротор выполнен в виде тонкостенного цилиндра, в полости которого эксцентрично помещена свободная дебалансная масса цилиндрической, многогранной, полукруглой или другой формы. Вращение ротора вызывает колебания расположенной внутри него дебалансной массы, которые передаются через ротор к стенкам корпуса вибропривода. Указанная конструкция обеспечивает пуск вибропривода при любом положении ротора и дебаланса и не допускает возникновения «мертвой точки» при пуске.

Другой разновидностью виброприводов данного типа являются шариковые виброприводы. Они характеризуются большой инерционностью. При необходимости их быстрой остановки возникает проблема затормаживания шарика, сохраняющего большую скорость движения даже при прекращении подачи воздушной струи. Пример такого вибропривода – вибропривод по авторскому свидетельству № 1523191 (СССР). Схема вибропривода приведена на рис. 1, *д*.

В авторском свидетельстве № 1404122 (СССР) по классу В06 (рис. 1, *е*) приведена другая конструкция струйного вибропривода, которая отличается тем, что с целью повышения надежности работы дебаланс выполнен в виде набора вращающихся друг за другом одинаковых по форме и массе элементов, а один из элементов идентичной формы выполнен отличным по массе.

Количество элементов выбрано из условия заполнения ими в ряд кольцевой полости образованной корпусом и осью.

Для усиления эффекта вибрации, получения направленных колебаний, а также создания сложных колебаний в нескольких направлениях возможны устройства, комбинирующие в себе несколько дебалансных масс. В конструкции вибропривода по патенту США № 2496291 кл. 259-1 (рис. 1, *з*) корпус вибропривода содержит две параллельные цилиндрические камеры, между которыми тангенциально установлено нагнетательное сопло. В каждой камере помещен шарик или ролик. Под действием струи воздуха шарики или ролики обкатываются одновременно в противоположных направлениях. Обкатка происходит синхронно с колебаниями общего корпуса.

Конструкция реактивного пневматического вибропривода с вращением дебалансной массы вокруг неподвижной оси приведена в патенте США № 3260509 по классу 259-1. Схема вибропривода приведена на рис. 1, *ж*. Вибропривод содержит полую ось с питающим каналом внутри, в которую подается сжатый воздух. Через радиальное отверстие в оси воздух попадает в кольцевую проточку в дебалансной массе-бегунке, закрепленном подвижно на оси. Из кольцевой проточки воздух попадает в Г-образный канал дебалансной массы. Реактивное действие тангенциально выходящей струи сжатого воздуха вызывает вращение дебаланса вокруг своей оси.

Дальнейшее развитие струйных виброприводов идет по пути развития и совершенствования фрикционно-планетарных с лопастным двигателем виброприводов.

Рассмотренные группы пневматических виброприводов нашли наиболее широкое

применение в технике и промышленности. Представители остальных групп пневматических виброприводов применяются в основном там, где необходимо создание каких-либо специальных условий.

Список литературы

1. Прудников С.Н. Расчет управляющих устройств пневматических систем. – М.: Машиностроение, 1987. – 152 с.
2. Навроцкий К.Л. Теория и проектирование гидро- и пневмоприводов: Учеб. для студентов вузов. – М.: Машиностроение, 1991. – 384 с.
3. Прудников С.Н. Расчет управляющих устройств пневматических систем. – М.: Машиностроение, 1987. – 152 с.

Получено 29.12.09

---

УДК 621.92

**Т. Б. Курмангалиев, А.Г. Гольцев**

ВКГТУ им. Д. Серикбаева, г. Усть-Каменогорск

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПНЕВМАТИЧЕСКОГО ВИБРОПРИВОДА УСТАНОВКИ  
ДЛЯ ИНЕРЦИОННОГО ВИБРОШЛИФОВАНИЯ**

В технологии машиностроения до сих пор существуют процессы, автоматизировать которые полностью в силу объективных причин не удаётся. К таким процессам относятся, например, очистка поверхностей деталей перед нанесением покрытий, полировка поверхностей пресс-форм, доработка поверхностей деталей, покрытых неметаллическими материалами.

Изучение вихревых течений в замкнутых и полуограниченных камерах, а также некоторых известных ранее технических разработок привело к заключению о том, что энергия вихревого потока может быть использована для помещения внутрь вихревых камер объектов и создания на этом принципе новых устройств, которые могут найти применение в технологии машиностроения.

Пневматические виброприводы, в которых реализуется эффект взаимодействия вихревого потока с объектом в виде тела вращения, помещенного в замкнутую вихревую камеру, в силу гибкости их характеристик – возможности без значительных затрат изменения амплитуды и частоты вибрации – являются приводным элементом установки для инерционного виброшлифования, схема которой приведена на рис. 1.

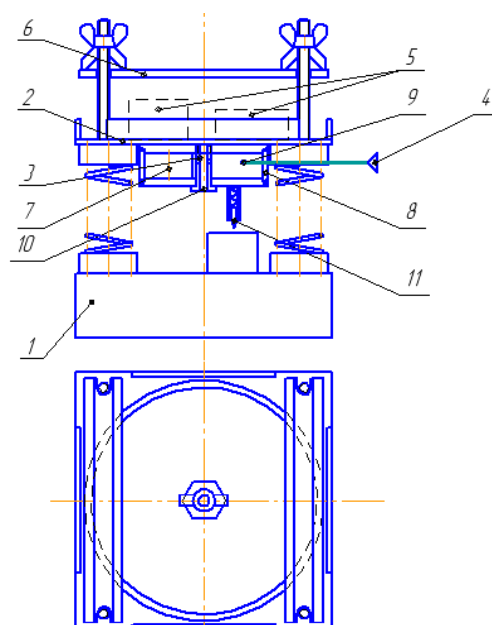


Рисунок 1

Критериями работоспособности пневматической шлифовальной установки, предназначенной для реализации технологии виброабразивной обработки поверхностей деталей, являются параметры колебательного процесса – амплитуда и частота вибрации корпуса, которые значительно влияют на производительность обработки.

Параметры колебательного процесса определяются геометрической формой и массой размещенного в корпусе установки несбалансированного объекта (в нашем случае – ролик), а также скоростью и расходом потока сжатого воздуха, истекающего из тангенциального питающего сопла.

Установка состоит из корпуса 1, на котором подпружиненно, с возможностью перемещения в горизонтальной плоскости, размещена платформа 2 с нанесенным на него абразивом. Соосно платформе, на нижней её поверхности, закреплен вибропривод 3, связанный с источником сжатого воздуха 4. На абразиве без механического закрепления помещены обрабатываемые детали 5. Сверху рабочая зона установки закрыта прозрачным щитком 6. Вибропривод состоит из свободного ролика 7, обкатывающего внутреннюю поверхность цилиндрического корпуса 8, входного 9 и выходного сопла 10. Снизу на платформе закреплен пишущий элемент 12.

Работает установка следующим образом. При подаче сжатого воздуха к виброприводу последний приводит в колебательное движение платформу с амплитудой  $a$  и частотой  $f$ . Вследствие того, что детали, размещенные на платформе, обладают инерцией, при соответствующей скорости колебательного процесса они остаются неподвижны, и за счет относительного движения абразивных частиц с их торцевой поверхности происходит съём металла. При перемещении с приблизительно постоянной (без рывков) скоростью по листу бумаги пишущий элемент оставляет на нем спиралеобразный след – осциллограмму, позволяющую определить частоту и амплитуду движения установки.

Спроектированная установка отвечает следующим техническим характеристикам:

- давление питания, МПа 0...0,5;
- расход сжатого воздуха, м<sup>3</sup>/час 5;
- частота колебаний вибробункера, Гц 20...80;
- амплитуда колебаний вибробункера, мм 0,5...7;
- максимальный размер в плане обрабатываемых деталей, мм 150×200;
- максимальная высота обрабатываемых деталей, мм 70;
- максимальный ход прижимного устройства, мм 250;
- зернистость применяемого абразива и абразивной шкурки 12...80.

Давление питания выставляется по манометру при помощи регуляторов давления до необходимых значений. Диаметры входного и выходного сопла меняются за счет сменных вставышей. Также меняются ролик, корпус вибропривода, нагрузка.

Для определения одного из основных параметров колебательного процесса – частоты вибрации – рассмотрим силы, действующие на вибропривод в установке для инерционного виброшлифования (рис. 2), и запишем уравнение из условия баланса сил, действующих на объект в вихревой камере:

$$J\ddot{\varphi} = M_{\text{дв.}} - M_{\text{тр.ск.}} - M_{\text{тр.кач.}}, \quad (1)$$

где  $J$  – момент инерции ролика относительно оси вращения;

$M_{\text{дв.}}$  – момент движущей силы вибропривода;

$M_{\text{тр.ск.}}$  – момент силы трения скольжения между торцом ролика и крышкой корпуса;

$M_{\text{тр.кач.}}$  – момент силы трения качения цилиндрической поверхности ролика.

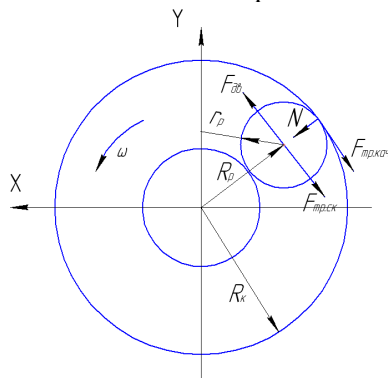


Рисунок 2 - Схема сил, действующих на корпус и ролик пневмопривода установки

В статике  $\varepsilon = \ddot{\varphi} = 0$ , тогда выражение (1) будет выглядеть как:

$$F_{\text{дв.}} R_p - F_{\text{тр.ск.}} R_p - F_{\text{тр.кач.}} R_k = 0, \quad (2)$$

где  $F_{\text{дв.}}$  – движущая сила, действующая на ролик и появляющаяся за счет потока сжатого воздуха, истекающего из тангенциального питающего сопла;

$R_p$  – радиус движения ролика;

$F_{\text{тр.кач.}}$  – сила трения качения между роликом и внутренней цилиндрической поверхностью корпуса;

$R_k$  – внутренний радиус корпуса;

$F_{\text{тр.ск.}}$  – сила трения скольжения между торцом ролика и крышкой корпуса.

Вследствие округлой формы торца ролика:

$$F_{mp.ck.} = m_p g f_{m.ck.}, \quad (3)$$

где  $f_{m.ck.}$  – коэффициент трения скольжения между торцом ролика и крышкой корпуса;

$$F_{mp.кач.} = \frac{f_{mp.кач.} N}{r_p}, \quad (4)$$

где  $r_p$  – радиус ролика;  $N$  – нормальная реакция опоры;

$$N = m_p a_{\omega} = m_p \omega^2 R_p, \quad (5)$$

где  $a_{\omega}$  – центробежное ускорение,  $a_{\omega} = \omega^2 R_p$ ;  $\omega$  – угловая скорость вращения ролика.

Движущую силу найдем по формуле

$$F_{\partialв.} = C \mu^2 \Delta P S, \quad (6)$$

где  $C$  – коэффициент лобового сопротивления;

$S$  – площадь сечения тангенциального питающего сопла,

$$S = \pi r_c^2,$$

где  $r_c$  – радиус входного сопла;

$\mu$  – коэффициент расхода, в нашем случае  $\mu = 0,8 \dots 0,9$ ;

$\Delta P$  – перепад давления воздуха перед тангенциальным питающим соплом и давлением в камере.

Таким образом, получаем  $F_{\partialв.} = f(\Delta P)$ , а следовательно,  $\omega = f(\Delta P)$ .

Тогда, подставив выражения (3), (4) и (6) в выражение (2), уравнение, описывающее баланс сил, в статике будет выглядеть следующим образом:

$$C \mu^2 \Delta P S R_p - g m_p f_{m.ck.} R_p - \frac{m_p \omega^2 R_p f_{m.кач.} R_k}{r_p} = 0. \quad (7)$$

Тогда угловая скорость вращения ролика находится по формуле

$$\omega = \sqrt{\frac{(C \mu^2 P S - g m_p f_{ck.}) r_p}{m_p f_{кач.} R_k}}. \quad (8)$$

Искомой величиной в данном случае у нас является частота вращения ролика, которая определяется по формуле

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f. \quad (9)$$

Подставив выражение (8) в (9), получим частоту вращения

$$f = \frac{\sqrt{(C \mu^2 P S - g m_p f_{ck.}) r_p}}{2 \cdot \pi m_p f_{кач.} R_k}. \quad (10)$$

Уравнение динамики, описывающее баланс сил, будет выглядеть следующим образом:

$$J_0 \dot{\omega} = C \mu^2 \Delta P S R_p - g m_p f_{m.ck.} R_p - \frac{m_p \omega^2 R_p f_{m.кач.} R_k}{r_p}, \quad (11)$$

$$J_0 \dot{\omega} + \frac{m_p \omega^2 R_p f_{m.кач.} R_k}{r_p} = C \mu^2 \Delta P S R_p - g m_p f_{m.ск.} R_p. \quad (12)$$

Сделаем следующие подстановки:

$$a_1 = J_0; \quad a_0 = \frac{m_p R_p f_{m.кач.} R_k}{r_p}; \quad b = C \cdot \mu^2 \cdot S \cdot R_p; \quad c = g m_p f_{m.ск.} R_p.$$

Тогда уравнение динамики, описывающее баланс сил, будет выглядеть следующим образом:

$$a_1 \dot{\omega} + a_0 \omega^2 = b \Delta P - c. \quad (13)$$

На спроектированной установке были проведены эксперименты, цель которых – определить величину амплитуды и частоты пневматического вибрационного привода в ненагруженном состоянии и при максимальной нагрузке. Также были проведены экспериментальные исследования по съему ликвидов с плоских поверхностей. На кафедре «Машиностроение и технология конструкционных материалов» были разработаны методические указания по выполнению практических работ на данной установке для магистрантов специальности 6N0712 «Машиностроение» по дисциплине «Организация и планирование научных исследований и инновационная деятельность».

#### Список литературы

1. Авт. св. №19161 (KZ 2006/1011.1) Вибростол / Т.Б. Курмангалиев, А.Г. Гольцев, В.И. Тимошин.
2. Авт. св. №18692 (KZ 2005/1071.1) Вибростол / Т.Б. Курмангалиев, А.Г. Гольцев, В.И. Тимошин.
3. Лойцянский Л.Г. Курс теоретической механики / Л.Г. Лойцянский, А.И. Лурье. – М.: Наука, 1983. – Т. 1-2. – 640 с.
4. Писаренко Г.С. Справочник по сопротивлению материалов. – Киев: Наукова думка, 1988.
5. Повидайло В.А. Вибрационные устройства в машиностроении. – М.: Машиностроение, 196 – 248 с.

Получено 28.04.10

УДК 629.113-192

**М.С. Муздыбаев, А.С. Муздыбаева, В.В. Роговский,  
А.С. Кудяков, Д.М. Мырзабекова**  
ВКГТУ им. Д. Серикбаева, г. Усть-Каменогорск

#### МЕТОД СРАВНИТЕЛЬНОЙ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ ТРАНСПОРТНЫХ МАШИН ПО ГАРАНТИЙНОМУ РЕСУРСУ

Известно, что обеспечение высокой конкурентоспособности машиностроительной продукции достигается на основе комплекса мероприятий организационно-технического характера, направленных на повышение ее качества и снижение стоимости. При этом соотношение качество-цена продукции по сравнению с существующими аналогами либо новыми моделями, разрабатываемыми конкурирующими производителями, должно быть существенно выше

$$S = \frac{K}{C}, \quad (1)$$

где  $K$  – уровень качества продукции, баллов;

$C_0$  – совокупная стоимость на приобретение продукции и на поддержание ее в работоспособном состоянии, у.е.

Рассматриваемое соотношение (1) в условиях сопоставимости применяемых конструктивно-технологических методов и затрат на создание и техническое содержание машин (при неизменном  $S$ ) предполагает закономерность: чем выше цена за изделие, тем выше ожидаемый уровень качества. При этом понятие качества является собирательным и оценивается группой экспертов в баллах по различным методикам. Следует отметить, что начисляемые баллы несут, как правило, субъективную оценку экспертов, условно независимых от нанявших их производителей продукции. Если потребитель априори понимает под качеством продукции в техническом аспекте уровень ее надежности, то при выборе модельного ряда машин потребитель может быть введен в заблуждение относительно реального уровня качества, и в первую очередь надежности рассматриваемых вариантов. Для снижения неопределенности в решении данного вопроса необходим метод, позволяющий научно обоснованно (но достаточно просто) решить задачу выбора оптимального (по технико-экономическому критерию) варианта продукции транспортного машиностроения.

Анализ качества изделий машиностроения показывает, что конструкции машин и оборудования, а также их компонентов имеют определенные недостатки. Это обусловлено тем, что существующие методики их проектирования опираются на принципы обеспечения достаточного запаса прочности и выносливости. Вопрос обоснованности значений используемых коэффициентов запаса в теории машин и механизмов является краеугольным. Как правило, указанные значения [1] есть рекомендации проектировщикам как результат обобщения эмпирических данных на основе человеческого опыта, полученного путем проб и печальных ошибок. В итоге, возникла тенденция деления элементов структуры машин на ответственные детали и второстепенные. Первые из них представляют собой элементы, на которые возложены функции, определяющие безопасность и долговечность объекта в целом. Как правило, это несущие и высоконагруженные элементы, в случае отказа которых существенно возрастает до критического уровня риск катастрофических последствий либо значительного материального ущерба. Ко второй группе отнесены все остальные детали, отказ которых не сопряжен с указанными последствиями.

Следует отметить, что рассматриваемые рекомендации были разработаны применительно к уровню развития науки и технологий производства, соответствующего середине 50-х годов прошлого столетия. Анализ практики назначения коэффициентов запаса прочности и выносливости показал, что в случае расчетов на прочность и выносливость ответственных элементов конструкций доминирует тенденция перестраховки. В результате, как правило, назначаются необоснованно высокие значения рассматриваемых коэффициентов. Это приводит к тому, что детали становятся материалоемкими, что негативно отражается на увеличении их массы и геометрических размеров. В эксплуатации это требует дополнительных затрат энергии при реализации рабочих процессов, как результат – снижается эффективность машин и оборудования. Кроме того, к моменту их списания ресурс ответственных деталей имеет сравнительно высокие значения остаточного ресурса. Например, корпусные детали агрегатов транспортных машин, рамные конструкции и опорные части механизмов технологических машин и т.д. имеют к указанному моменту времени остаточный ресурс, вдвое и более превышающий суммарную наработку объекта в целом.

Однако в отношении прочих деталей машин указанная выше тенденция не свойствен-

на. Напротив, для так называемых «дешевых» деталей характерно применение остаточного принципа обеспечения прочности и надежности. Поскольку изначально было предположено, что сборочные единицы, собранные из указанных «дешевых» деталей, будут быстро изнашиваться, то отказ машины, обусловленный их эксплуатационным износом, необходимо устранять. Для этого конструкторы и технологи предусматривают комплекс мероприятий, который отражен в технической документации изделия. Как правило, для выполнения частых замен деталей и узлов предусматриваются разъемные части корпусов, что негативно сказывается на жесткости их конструкции и, как следствие, точности позиционирования сборочных единиц в опорах. Для компенсации потерь жесткости увеличивают массу корпуса в зонах расположения плоскостей разъема и вводят дополнительные элементы жесткости. Для регулировок установки запасных частей по размерным цепям вводятся дополнительные массы в виде компенсационных элементов (опорные пластины, распорные втулки, кольца, шайбы и т.п.).

Изготовленные таким образом машины и оборудование отличаются от более конкурентоспособных аналогов большей материалоемкостью, низкой безотказностью и долговечностью. Невысокая стоимость их конструкции в настоящее время не может служить оправданием, так как в эксплуатации на поддержание надежности подобной машины требуются дополнительные затраты, величина которых во много раз превышает ее стоимость [2]. В основе методики определения затрат на поддержание надежности [3] лежит математический аппарат теории восстановления работоспособности технических систем. Его использование позволяет оценивать показатели эксплуатационной надежности конструктивных элементов и машины в целом [4].

$$C_{nn}(t) = \sum_{i=1}^N C_{отки} \cdot \Omega_i(t), \quad (2)$$

где  $C_{отки}$  – стоимость устранения отказа  $i$ -го вида,

$\Omega_i(t)$  – математическое ожидание числа отказов  $i$ -го вида,

$N$  – количество видов отказов машины.

Как показывает практика, удельная величина совокупных затрат на приобретение машины  $C_u$  и на поддержание ее эксплуатационной надежности  $C_{nn}(t)$ , определяемая как [3]

$$C_{yo}(t) = \frac{C_u + C_{nn}(t)}{t} = \frac{C_0}{t}, \quad (3)$$

устанавливается лишь после сравнительно продолжительного периода ее эксплуатации.

Следует отметить, что вышеприведенные зависимости представляют интерес не только для специалистов, длительное время проводящих исследования надежности конкретных изделий. Речь идет об инженерно-техническом персонале фирмы-изготовителя, целевым образом занимающимся доводкой конструкции экспериментальных образцов и опытной партии машин. Информация об их надежности является строго конфиденциальной и недоступна потребителю. Косвенным отражением характера надежности представленного на рынок изделия является его гарантийный ресурс, установленный фирмой-изготовителем. Зачастую это значение может быть занижено дилером в розничной сети в целях извлечения дополнительного дохода за счет невыполняемых гарантийных обязательств. Тем не менее, информация о предоставляемых гарантийных обязательствах всегда доступна потребителю, поскольку является обязательным условием по действующему законодательству, а также может существенно стимулировать спрос в сравнении с аналогичными обязательствами конкурирующего представителя фирмы-изготовителя



(дистрибьютора).

Для понимания, каким образом формируется гарантийное обязательство по безотказной работе (надежности) изделия, рассмотрим некоторую техническую систему, состоящую из конечного числа подсистем и элементов. Безотказность отдельно взятого узла, представляющего собой некоторую техническую систему из  $M$  последовательно соединенных элементов, определяется с помощью математической модели его безотказности на основе оценки распределений ресурсов входящих в него элементов (рис. 1). Как правило, средняя наработка узла до отказа оценивается по формуле [5]

$$T_{до\ узла} = \int_0^{\infty} P_{узла}(t) dt = \int_0^{\infty} \prod_{i=1}^M P_{\partial_i}(t) dt, \quad (4)$$

где  $P_{\partial_i}(t)$  - вероятность безотказной работы  $i$  элемента  $j$  узла.

Тогда средняя наработка машины до первого отказа как системы из  $N$  последовательно соединенных узлов (агрегатов) будет определяться как

$$T_{до} = \int_0^{\infty} \prod_{i=1}^N P_{узла_i}(t) dt = \int_0^{\infty} \prod_{i=1}^N \prod_{j=1}^M P_{\partial_{ij}}(t) dt. \quad (5)$$

Гарантийный ресурс узла устанавливают как его гамма-процентную наработку до отказа  $T_{\gamma}$ , при этом опираются на вероятность (риск диллера) выполнения гарантийного ремонта по замене отказавшего узла. Как правило, этот риск не должен превысить некоторый уровень  $\alpha$  (%)

$$\alpha = \left(1 - \frac{\gamma}{100}\right) \cdot 100. \quad (6)$$

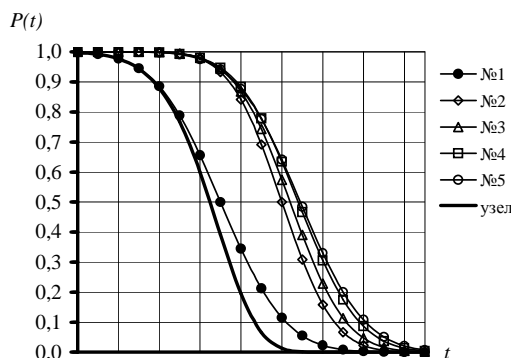


Рисунок 1 – Вероятность безотказной работы узла

При этом гамма-процентный уровень безотказности определяется с помощью вероятности безотказной работы узла на интервале гамма-процентной наработки до отказа (рис. 2)

$$\frac{\gamma}{100} = P(T_{\gamma}). \quad (7)$$

Как видно на рис. 2, гамма-процентная наработка узла до отказа значительно меньше средней наработки до отказа. В соответствии с технико-экономическим методом необходимо определить удельную величину затрат на выполнение работ по поддержанию на-

дежности за устанавливаемый гамма-процентный ресурс.

Поскольку эти работы предусматривают обязательные профилактические воздействия с целью контроля (диагностики) технического состояния узла  $C_{ТО_{гарант}}$  и при необходимости предупредительные замены с целью предупреждения либо устранения отказа  $C_{отк}$ , то функция затрат за гарантийный период примет вид

$$C_{nn}(T_\gamma) = C_{ТО_{гарант}} + C_{отк} \cdot (1 - P(T_\gamma)). \quad (8)$$

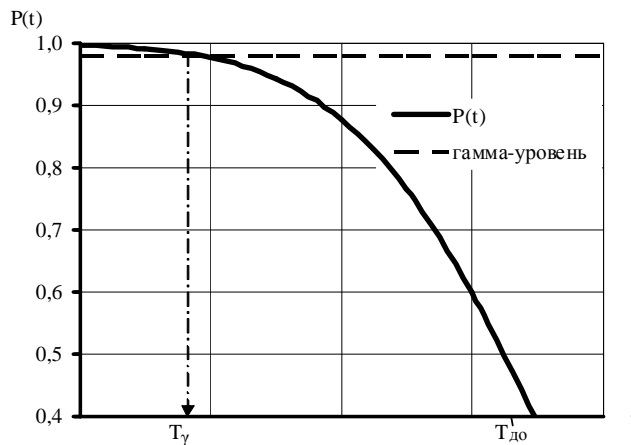


Рисунок 2 – Средняя и гамма-процентная наработки узла до отказа

Следует отметить, что невыполнение обязательных видов технического обслуживания влечет снятие гарантии на изделие. В таком случае, удельные затраты на поддержание надежности за гарантийный период примут вид:

$$C_{nn_{уд}}(T_\gamma) = \frac{C_{nn}(T_\gamma)}{T_\gamma} = \frac{C_{ТО_{гарант}} + C_{отк} \cdot (1 - P(T_\gamma))}{T_\gamma}. \quad (9)$$

В числителе выражения (8) находится цена, отражающая стоимость гарантийных обязательств, которые дилер относит на цену изделия (машины) для потребителя. В знаменателе – показатель надежности в гарантийный период (безотказности), отражающий технический аспект качества. Тогда соотношение качество-цена по условиям гарантии можно принять в виде

$$S = \frac{T_\gamma}{C_{nn}(T_\gamma)} = \frac{T_\gamma}{C_{ТО_{гарант}} + C_{отк} \cdot (1 - P(T_\gamma))}. \quad (10)$$

В итоге, чем выше показатель  $S$ , тем более предпочтительным является изделие по соотношению качество-цена. Это достигается при условиях: установленный дилером гарантийный период  $T_\gamma$  сравнительно высокий, а стоимости обязательного  $ТО_{гарант}$  и предупредительного ремонта минимальны.

#### Список литературы

1. Гольд В.В. Прочность и долговечность автомобиля / В.В. Гольд, Е.П. Оболенский, Ю.Г. Стефанович и др. – М.: Машиностроение, 1974.
2. Болотин В.В. К прогнозированию остаточного ресурса. // Машиноведение. – 1980. – №5
3. Шейнин А.М. Основные принципы управления надежностью машин в эксплуатации. – М.: Знание, 1977. – 44 с.
4. Кульсеитов Ж.О. Математические модели и поддержание надежности машин / Ж.О. Кульсеитов, В.П. Лисьев. – Алматы: Гылым, 1996. – 222 с.

5. Гнеденко Б.В. Надежность и эффективность в технике: Справочник в 10 т.; Т. 2: Математические методы в теории надежности и эффективности / Под ред. Б.В. Гнеденко. – М.: Машиностроение, 1987. – 280 с.

Получено 14.05.10

УДК 004

**Г.М. Мутанов, С.Ж. Рахметуллина, Т.Г. Балова**  
ВКГТУ, г. Усть-Каменогорск

**ПРОДУКЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ВЫБОРА МОДЕЛИ ПРОГНОЗА РАСПРОСТРАНЕНИЯ  
ЗАГРЯЗНЯЮЩИХ ВЕЩЕСТВ С УЧЕТОМ СЦЕНАРИЯ РАЗВИТИЯ МЕТЕОУСЛОВИЙ**

Информационно-аналитическая система мониторинга загрязнения атмосферного воздуха должна иметь банк моделей для осуществления процесса прогнозирования с учетом состояния окружающей среды.

В [1-4] рассмотрены модели, основанные на системе трехмерных уравнений гидротермодинамики атмосферы, уравнение переноса с учетом фотохимических трансформаций примесей. Выбор модели осуществляется в зависимости от фонового загрязнения и метеоусловий.

Модель 1. При отсутствии загрязнения атмосферного воздуха и значительных отклонений метеопараметров от среднесуточных показателей прогноз распространения примесей целесообразно выполнять по стандартной методике, рекомендованной МООС РК. В этой методике расчет производится с учетом среднего значения скорости ветра и среднего фонового значения концентрации загрязняющих веществ (ЗВ).

Модель 2. При условии отсутствия повышенного фонового загрязнения и резких изменений метеоусловий целесообразно использовать модель распространения примесей от точечных источников без учета динамики атмосферы и фотохимических трансформаций, то есть компоненты скорости ветра считаются постоянными, не зависящими от времени, процесс фотохимической трансформации не учитывается.

Модель 3. При резких изменениях метеопараметров, отсутствии инверсионных ситуаций, на фоне повышенной концентрации ЗВ целесообразно использование модели распространения примесей от точечных источников с учетом динамики атмосферы без учета фотохимических трансформаций.

Модель 4. Для прогнозирования распространения ЗВ при неблагоприятных метеоусловиях, располагающих к ускорению фотохимических реакций на фоне повышенной концентрации ЗВ, целесообразно использование модели распространения примесей от точечных источников с учетом динамики атмосферы и процесса фотохимических трансформаций.

Наличие базы данных (БД) многолетних наблюдений за состоянием загрязнения атмосферного воздуха и метеопараметров позволяет выполнить анализ состояния объекта мониторинга и на основе этого выбрать модель прогноза распространения ЗВ.

На основе анализа репродукционных данных базы мониторинга можно рассчитать обобщенную оценку уровня загрязнения воздуха города, количественно выраженную параметром «Р» [5]. Этот параметр характеризует фоновое загрязнение воздуха по городу в целом.

Уровень загрязнения атмосферного воздуха ЗВ оценивается относительно ПДК. Различают следующие уровни загрязнения: концентрации всех ЗВ ниже 1ПДК, концентрация хотя бы одного ЗВ выше 1ПДК и ниже 3ПДК, концентрация хотя бы одного ЗВ выше 3ПДК и концентрация хотя бы одного ЗВ выше 5ПДК.

Автором [6] предложена классификация погодных условий на основании изменений метеопараметров: температура воздуха, относительная влажность, атмосферное давление, скорость ветра. Эти типы можно охарактеризовать как: «ясная устойчивая», «ясная неустойчивая», «ненастная устойчивая», «ненастная неустойчивая».

Например, для погодных условий первого типа характерно наличие слабого ветра или штиля, что способствует накоплению ЗВ. Кроме того, при ясной устойчивой погоде многие ЗВ поглощают солнечную радиацию, что приводит к повышению их химической реакционной способности [3]. И если эти условия наблюдаются на фоне повышенной концентрации ЗВ, то необходимо выполнять прогноз с использованием модели, учитывающей и динамику атмосферы, и процесс фотохимических трансформаций. К примеру, для погодных условий четвертого типа характерно наличие сильного ветра и возможность выпадения осадков, метеоусловия такого типа, даже при наличии повышенного фона, способствуют снижению концентрации ЗВ, то есть наблюдается влияние метеоусловий на процесс распространения ЗВ и уместно использование модели, учитывающей динамику атмосферы.

БД многолетних наблюдений позволяет на основании показателей концентрации ЗВ оценить уровень загрязнения атмосферного воздуха, определить сценарий развития метеоусловий на текущий момент времени. В зависимости от уровня загрязнения и метеоусловий выбирается модель прогноза распространения ЗВ.

При учете влияния параметров на выбор модели прогноза приходится иметь дело с «нечеткими числами», например понятие слабого ветра характеризуется скоростью 2-4 м/с, высокий уровень фонового загрязнения определяется значением параметра «Р» от 0,35-1. В данной работе используется нечеткая продукционная модель Fuzzy-технологии [7].

*Нечеткая продукционная модель оценки загрязнения атмосферного воздуха.* Для формирования правил оценки уровня загрязнения атмосферы используются входные переменные  $x_1$ ,  $x_2$  и выходная переменная  $y_1$ . В качестве входной переменной ( $x_1$ ) выступает лингвистическая переменная - «параметр Р» на терм-множестве:  $T_1 = \{\text{«малое значение»}, \text{«среднее значение»}, \text{«большое значение»}\}$ . Терм «малое значение» соответствует значению параметра от 0 до 0,2; «среднее значение» – от 0,2 до 0,35; «большое значение» - от 0,35 до 1. В качестве лингвистической переменной ( $x_2$ ) используется переменная «превышение ПДК» на терм-множестве:  $T_2 = \{\text{«нет»}, \text{«незначительное»}, \text{«значительное»}, \text{«высокое»}\}$ . Терм «нет» соответствует тому, что нет превышения ПДК ни по одному из ЗВ, терм «незначительное» - концентрация хотя бы одного вещества превышает 1ПДК, «значительное» - концентрация хотя бы одного вещества превышает 3ПДК, «высокое» - концентрация хотя бы одного вещества превышает 5ПДК.

Выходной переменной ( $y_1$ ) является лингвистическая переменная «уровень загрязнения» на терм-множестве:  $T_3 = \{\text{«нет»}, \text{«низкий»}, \text{«средний»}, \text{«высокий»}\}$ .

Функции принадлежности нечетких терм-множеств лингвистической переменной «параметр Р» будут иметь следующий вид:  $\mu_{M3}(x; 0; 0; 0,2; 0,25)$ ,  $\mu_{Cp3}(x; 0,2; 0,25; 0,3; 0,35)$ ,  $\mu_{B3}(x; 0,3; 0,35; 1; 1)$ . Для терм-множеств лингвистической переменной «превышение ПДК» функции принадлежности:  $\mu_H(x; 0; 0; 1; 1,5)$ ,  $\mu_{H3}(x; 1; 1,5; 3; 3,5)$ ,  $\mu_3(x; 3; 3,5; 5; 5,5)$ ,  $\mu_V(x; 5; 5,5; 7; 7,5)$ , (рис. 1).

Для лингвистической переменной «уровень загрязнения» на терм-множестве:  $T3 = \{\text{«нет»}, \text{«низкий уровень»}, \text{«средний уровень»}, \text{«высокий уровень»}\}$ , функции принадлежности имеют вид:  $\mu_H(x; 0; 0; 0,3)$ ,  $\mu_{HY}(x; 0,2; 0,4; 0,6)$ ,  $\mu_{CY}(x; 0,4; 0,6; 0,8)$ ,  $\mu_{BY}(x; 0,7; 1; 1)$ .

Для модели выявления уровня загрязнения атмосферы, на основе эмпирических гипотез, сформированы нечеткие продукционные правила, некоторые правила были условно объединены для краткости изложения (табл. 1).

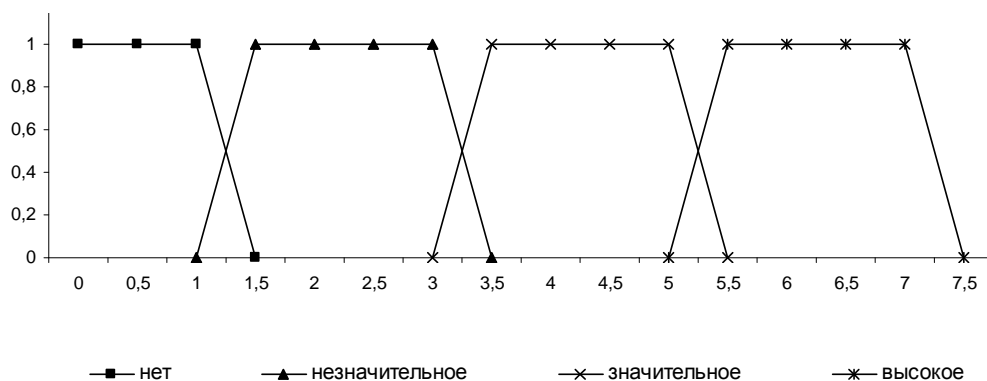


Рисунок 1 – Функции принадлежности термов выходной переменной  $x_2$

Таблица 1

*Нечеткие продукционные правила*

Обозначение правила	Антецедент	Консеквент	Коэф. уверенности
П1	$(x1=M3 \vee x1=C3) \wedge x2=H$	$y1=H$	1
П2	$x1=B3 \wedge x2=H$	$y1=HY$	1
П3	$(x1=M3 \vee x1=C3) \wedge x2=H3$	$y1=HY$	1
П4	$x1=B3 \wedge x2=H3$	$y1=CY$	1
П5	$(x1=M3 \vee x1=C3) \wedge x2=3$	$y1=CY$	1
П6	$x1=B3 \wedge x2=C$	$y1=BY$	1
П7	$x2=B$	$y1=BY$	1

Нечеткая база правил реализована с использованием специализированного пакета Fuzzy Logic Toolbox программного средства MATLAB. Выполнение нечеткого вывода реализовано по алгоритму Мамдани.

*Нечеткая продукционная модель сценария развития метеоусловий.* Для определения сценария развития метеоусловий в качестве входной лингвистической переменной ( $x_3$ ) используется лингвистическая переменная – «скорость ветра» на терм-множестве:  $T4 = \{\text{«слабая»}, \text{«средняя»}, \text{«сильная»}\}$ . Терм «слабая» соответствует скорости ветра от 0 до 4 метров в секунду, «средняя» – от 4 до 10, «сильная» – от 10 и выше. Следующая лингвистическая переменная ( $x_4$ ) – это «изменение температуры», терм-множество которой:  $T5 = \{\text{«слабое»}, \text{«среднее»}, \text{«сильное»}, \text{«очень сильное»}\}$ . Терм «слабое» соответствует изменению температуры 0-8 °C за 6-12 часов, «среднее» – на 8-12 °C, «сильное» – на 10-20 °C, «очень сильное» – на 15 и более градусов Цельсия за 6-12 часов. Входная лингвистическая переменная ( $x_5$ ) – это «изменение относительной влажности», терм-

множество которой:  $T_6 = \{\text{«слабое»}, \text{«среднее»}, \text{«сильное»}, \text{«очень сильное»}\}$ . Терм «слабое» соответствует изменению относительной влажности на 0-10 % за 6-12 часов, «среднее» - на 8-20 %, «сильное» - на 20-40 %, «очень сильное» - на 30 % и более. Входная лингвистическая переменная ( $x_6$ ) – это «изменение давления», терм-множество которой есть:  $T_7 = \{\text{«слабое»}, \text{«среднее»}, \text{«сильное»}, \text{«очень сильное»}\}$ . Терм «слабое» соответствует изменению давления на 0 - 1 Мбар за 3 часа, «среднее» - на 1 - 3 Мбар, «сильное» - на 3 - 4 Мбар, «очень сильное» - на 3,5 и более Мбар.

Выходной переменной ( $y_2$ ) является лингвистическая переменная «сценарий развития метеоусловий», которая имеет терм-множество:  $T_8 = \{\text{«устойчивая ясная погода»}, \text{«неустойчивая ясная погода»}, \text{«устойчивая ненастная погода»}, \text{«неустойчивая ненастная погода»}\}$ .

Функции принадлежности нечетких терм-множеств  $T_4 = \{\text{«слабая»}, \text{«средняя»}, \text{«сильная»}\}$ , лингвистической переменной «скорость ветра» будут иметь следующий вид:  $\mu_{СЛ}(x; 0; 0; 3,5; 4,5)$ ,  $\mu_{СР}(x; 3; 4,5; 9; 10,5)$ ,  $\mu_{СИЛ}(x; 9; 11; 20; 20)$ . Для лингвистической переменной «изменение температуры» терм-множество:  $T_5 = \{\text{«слабое»}, \text{«среднее»}, \text{«сильное»}, \text{«очень сильное»}\}$ , функции принадлежности:  $\mu_{СЛ}(x; 0; 0; 7; 9)$ ,  $\mu_{СР}(x; 7; 9; 10,5; 13)$ ,  $\mu_{СИЛ}(x; 9,5; 11; 19; 21)$ ,  $\mu_{ОСИЛ}(x; 15; 22; 30; 30)$ . Для переменной «изменение относительной влажности» терм-множество:  $T_6 = \{\text{«слабое»}, \text{«среднее»}, \text{«сильное»}, \text{«очень сильное»}\}$ , функции принадлежности:  $\mu_{СЛ}(x; 0; 0; 9; 11)$ ,  $\mu_{СР}(x; 7; 9; 19; 21)$ ,  $\mu_{СИЛ}(x; 19; 21; 39; 41)$ ,  $\mu_{ОСИЛ}(x; 30; 45; 50; 50)$ . Для переменной «изменение давления» терм-множество:  $T_7 = \{\text{«слабое»}, \text{«среднее»}, \text{«сильное»}, \text{«очень сильное»}\}$ , функции принадлежности:  $\mu_{СЛ}(x; 0; 0; 0,5; 1,5)$ ,  $\mu_{СР}(x; 0,5; 1,5; 2,5; 3,5)$ ,  $\mu_{СИЛ}(x; 2,5; 3,5; 3,5; 4,5)$ ,  $\mu_{ОСИЛ}(x; 3,5; 4; 8; 8)$ .

Для выходной переменной «сценарий развития метеоусловий» терм-множество:  $T_8 = \{\text{«устойчивая ясная погода»}, \text{«неустойчивая ясная погода»}, \text{«устойчивая ненастная погода»}, \text{«неустойчивая ненастная погода»}\}$ , функции принадлежности:  $\mu_{УЯ}(x; 0; 0; 0,3)$ ,  $\mu_{НУЯ}(x; 0,2; 0,4; 0,6)$ ,  $\mu_{УН}(x; 0,4; 0,6; 0,8)$ ,  $\mu_{НУН}(x; 0,7; 1; 1)$ .

Сформированы нечеткие продукционные правила. Выполнение нечеткого вывода реализовано на основе алгоритма Мамдани.

*Нечеткая продукционная модель выбора модели прогноза.* Для формирования правила выбора модели прогноза в качестве входных лингвистических переменных используются выходные переменные продукционных правил определения уровня загрязнения и определения сценария развития метеоусловий.

Выходной переменной ( $y_3$ ) является лингвистическая переменная «модель прогноза загрязнения», которая имеет терм-множество:  $T_9 = \{\text{«модель1»}, \text{«модель2»}, \text{«модель3»}, \text{«модель4»}\}$ . Для выходной переменной «модель прогноза загрязнения» терм-множество:  $T_9 = \{\text{«модель1»}, \text{«модель2»}, \text{«модель3»}, \text{«модель4»}\}$ . Функции принадлежности:  $\mu_{M1}(x; 0; 0; 0,3)$ ,  $\mu_{M2}(x; 0,2; 0,4; 0,6)$ ,  $\mu_{M3}(x; 0,4; 0,6; 0,8)$ ,  $\mu_{M4}(x; 0,7; 1; 1)$ .

Обобщенная схема нечеткого выбора модели прогноза загрязнения представлена на рис. 2.

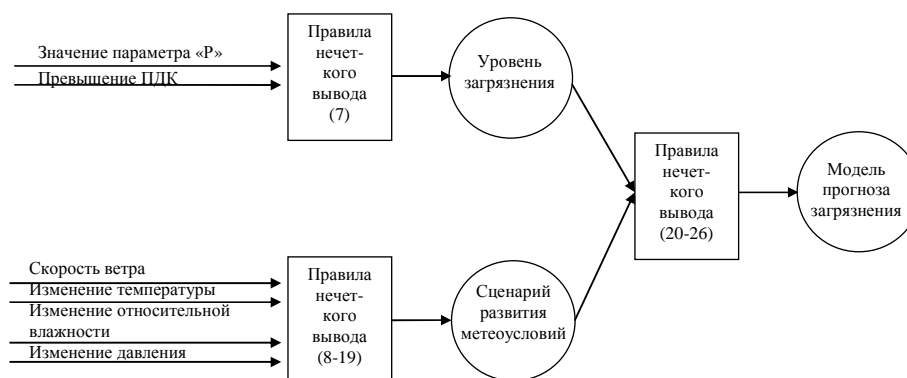


Рисунок 2 – Схема нечеткого выбора модели прогноза загрязнения

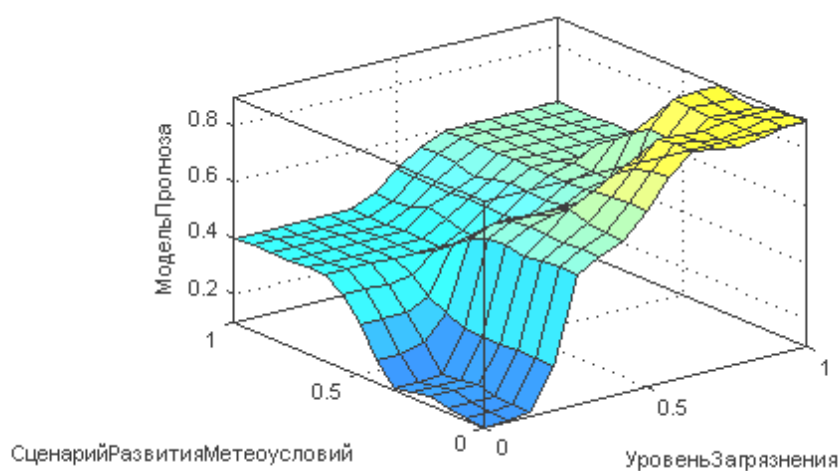


Рисунок 3 – Поверхность нечеткой модели для базы правил

Для выбора модели прогноза загрязнения сформированы нечеткие продукционные правила (табл. 2).

Таблица 2

*Нечеткие продукционные правила*

Номер	Условие / следствие	Антеcedент / Консеквент
1	2	3
П1	ЕСЛИ	Погода устойчивая ясная ИЛИ неустойчивая ясная И нет загрязнения
	ТО	Модель 1
П2	ЕСЛИ	Погода устойчивая ненастная ИЛИ неустойчивая ненастная И нет загрязнения
	ТО	Модель 2
П3	ЕСЛИ	Погода устойчивая ясная ИЛИ неустойчивая ясная И уровень загрязне-

		ния низкий
	ТО	Модель 3
П4	ЕСЛИ	Погода устойчивая ненастная ИЛИ неустойчивая ненастная И уровень загрязнения низкий
	ТО	Модель 2
П5	ЕСЛИ	Погода устойчивая ясная И уровень загрязнения средний ИЛИ высокий
	ТО	Модель 4
П6	ЕСЛИ	Погода неустойчивая ясная И уровень загрязнения средний
	ТО	Модель 3
П7	ЕСЛИ	Погода неустойчивая ясная И уровень загрязнения высокий
	ТО	Модель 4
П8	ЕСЛИ	Погода устойчивая ненастная ИЛИ неустойчивая ненастная И уровень загрязнения высокий
	ТО	Модель 3

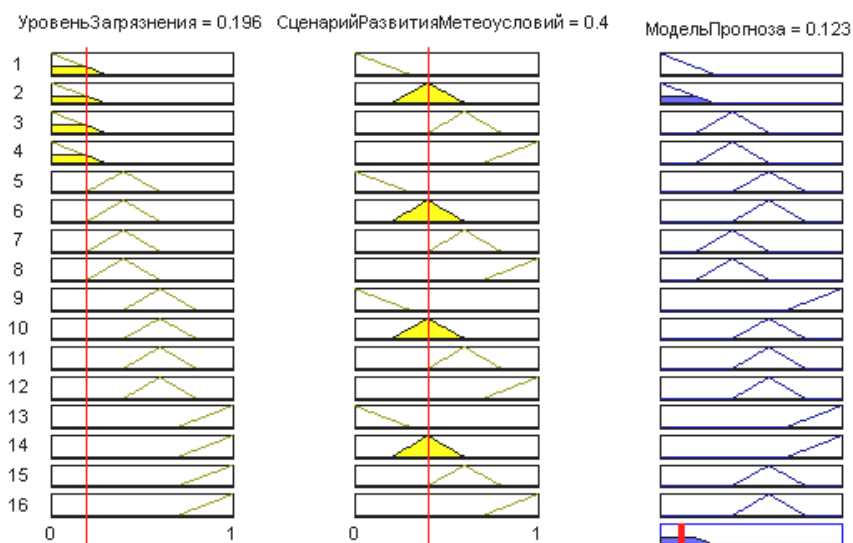


Рисунок 4 – Реализация правил нечеткого вывода

Значение переменной  $y_1$  соответствует значению 0,196, что определяет значение переменной  $y_1$  – «Уровень загрязнения», равное «Нет загрязнения» с уровнем уверенности  $\mu_H=0,33$ , значение  $y_2$  соответствует значению 0,4, что определяет значение переменной  $y_2$  – «Сценарий развития метеоусловий», равное «Неустойчивая ясная погода» с уровнем уверенности  $\mu_{HUYA}=1$ , выходная переменная  $y_2$  имеет значение 0,123 с уровнем уверенности  $\mu_{M1}=0,59$ .

Таким образом, разработана нечеткая продукционная модель определения уровня загрязнения и нечеткая продукционная модель определения сценария развития метеоусловий. На основе разработанных моделей построена нечеткая продукционная модель выбора модели прогноза загрязнения, где в качестве входных переменных выступают выходные переменные первых двух моделей, характеризующие уровень загрязнения и сценарий развития метеоусловий, выходная переменная определяет модель прогноза загрязнения.



Список литературы

1. Рахметуллина С.Ж. Математическое обеспечение подсистемы прогноза информационной системы мониторинга атмосферного загрязнения // Региональный вестник Востока. – 2010. – №1(45).
2. Рахметуллина С.Ж. Численное решение задачи распространения примеси с учетом фотохимических / С.Ж. Рахметуллина, Е.М. Турганбаев, А. Куанышева // Вестник ВКГТУ. – 2009. – №3. – Усть-Каменогорск: ВКГТУ, 2009.
3. Пененко В.В. Модели и методы для задач охраны окружающей среды / В.В. Пененко, А.Е. Алоян. – Наука, 1985.
4. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. – М.: Наука, 1982.
5. Берлянд М.Е. Прогноз и регулирование загрязнения атмосферы. – Л.: Гидрометеиздат, 1985. – 272 с.
6. Григорьев И.И. Природа и здоровье. – М.: Авиценна, Юнити, 1996. – 96 с.
7. Леоненков А.В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH. – СПб.: БХВ Петербург, 2005. – 736 с.

Получено 14.05.10

УДК 62.5

**Г.М. Мутанов, Г.К. Шадрин, Н.В. Аринова**  
ВКГТУ им. Д. Серикбаева, г. Усть-Каменогорск

**СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ РАЗРАБОТКИ СИСТЕМ  
АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ**

В современной теории автоматического управления существуют два основных подхода к синтезу систем автоматического регулирования (САР) – параметрический и структурный. И в том и в другом подходе имеется несколько методов расчета систем регулирования, причем не очевидно какой из них лучше.

*При параметрическом синтезе заданы объект управления и структура уравнений управляющего устройства, в том числе передаточная функция  $W_p(s)$  регулятора. Требуется определить параметры (коэффициенты) передаточной функции регулятора, обеспечивающие заданное качество регулирования.* В задаче параметрического синтеза часто структура управляющего устройства выбирается из небольшого набора известных структур, затем решается задача поиска коэффициентов. При плохом решении берется другая структура, и процесс повторяется до удовлетворительного решения.

*При структурном синтезе САР задан только объект управления. Требуется определить структуру и параметры управляющего устройства, обеспечивающие заданное качество.* При решении задачи структурного синтеза необходимо определить алгоритмическую и функциональную структуры системы.

Алгоритмическую структуру системы находят при помощи математических методов на основании требований, записанных в математической форме. В связи с этим процедуру отыскания алгоритмической структуры называют теоретическим синтезом или аналитическим конструированием системы управления.

Синтез функциональной структуры заключается в выборе конкретных элементов системы и согласовании их характеристик. Этот этап проектирования не имеет пока строгой математической основы и относится к области инженерного искусства. Последователь-

ность решения задач полного синтеза может быть различной.

Качество функционирования системы управления при любом синтезе задается показателем, называемым критерием качества.

Стоит задача сравнительного анализа методов синтеза САР с целью выявления наиболее полно удовлетворяющего критерию качества регулирования.

В качестве критерия качества регулирования используем прямые оценки качества регулирования: *статическая ошибка*  $\Delta = \pm \frac{h_z - h_\infty}{h_z} \cdot 100\%$ ; *динамическая ошибка*

$\sigma_{дин} = \frac{h_{max} - h_\infty}{h_\infty} \cdot 100\%$ ; *время регулирования*  $t_p$ . Прямые оценки качества регулирования

находят из графика переходной функции замкнутой САР, полученного при подаче на вход системы единичного ступенчатого воздействия  $h_z$  при заранее установленной точности достижения регулируемой величины нового установившегося значения  $\Delta = \pm 0,05 \cdot h_\infty$ .

Для сравнения по качеству регулирования рассчитывается САР канала расхода вяжущего в смеситель известными методами: методом эмпирических формул, расширенных частотных характеристик и новым малоизвестным методом компенсации динамики объекта и возмущений.

Объектом управления при расчетах САР вышеуказанными методами выбран участок реального технологического процесса – канал подачи вяжущего в смеситель непрерывного смесеприготовительного отделения ТОО «Силикат» г. Семей [1]. Подача вяжущего в смеситель осуществляется методом весового дозирования. Задача разрабатываемой САР канала подачи вяжущего состоит в стабилизации расхода вяжущего. Объект управления характеризуется как устойчивый и линейный объект с запаздыванием. Отдельно от всего процесса приготовления силикатной смеси канал расхода вяжущего представлен на рис. 1.

Объектом регулирования является цепь последовательно включенных звеньев (рис. 1): первое звено – частотный преобразователь поз.1в, второе звено – асинхронный двигатель М, третье звено – секторный питатель, четвертое звено – винтовой питатель, пятое звено – ленточный питатель, шестое звено – конвейерные весы (система приборов поз.1-1а, поз.1-2а, поз.1б).

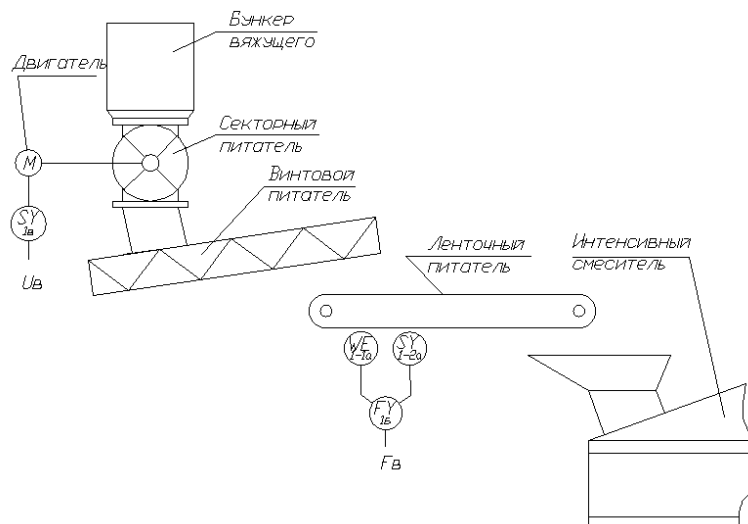


Рисунок 1 – Функциональная схема канала подачи вяжущего в смеситель как объекта регулирования

На рис. 2 представлена структурная схема участка подачи вяжущего в интенсивный смеситель с учетом объединения 2-го и 3-го звеньев [1].

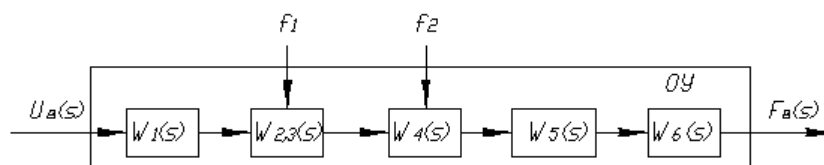


Рисунок 2 – Структурная схема канала расхода вяжущего:  $W_i$  – передаточная функция  $i$ -го звена;  $f_1, f_2$  – возмущения;  $U_B(s)$  – управляющее воздействие на частотный преобразователь;  $F_B(s)$  – расход вяжущего

Участок подачи вяжущего как объект управления может быть представлен выражением [1]

$$F_B(s) = \frac{K'_1 K'_{2,3} \cdot e^{-\tau_4 s} \cdot e^{-\tau_5 s} \cdot K'_6}{(T'_1 s + 1)(T'_{2,3} s + 1)(a_6 s^2 + a'_6 s + 1)} U_B(s), \quad (1)$$

где  $F_B(s)$  – текущий расход вяжущего;

$U_B(s)$  – управляющий сигнал на частотный преобразователь 10;

$K'_i$  – коэффициент передачи  $i$ -го звена,  $i=1,2,3,6$ ;

$T'_i$  – постоянная времени  $i$ -го звена,  $i=1,2,3$ ;

$a_6, a'_6$  – коэффициенты звена второго порядка;

$\tau_4, \tau_5$  – время запаздывания винтового питателя и транспортера.

Передаточные функции всех звеньев получены методом математического моделирования, путем анализа состава и функционирования технологического оборудования и

технических средств автоматики [1]. Таким образом, передаточная функция по каналу расхода вяжущего имеет вид

$$W_B(s) = \frac{K_1 \cdot K_{2,3} \cdot e^{-s\tau_4} \cdot e^{-s\tau_5} \cdot K_6}{(T_1 s + 1)(T_{2,3}s + 1)(a_2 s^2 + a_1 s + 1)} = \frac{0,5 \cdot 0,5 \cdot e^{-3,9s} \cdot e^{-1,5s} \cdot 1}{(2s + 1)(0,3s + 1)(0,09s^2 + 0,6s + 1)} =$$
$$= \frac{0,25 \cdot e^{-5,4s}}{(2s + 1)(0,3s + 1)(0,09s^2 + 0,6s + 1)}.$$

По передаточной функции объекта регулирования получена кривая разгона канала расхода вяжущего путем моделирования в программе Vissim (рис. 3).

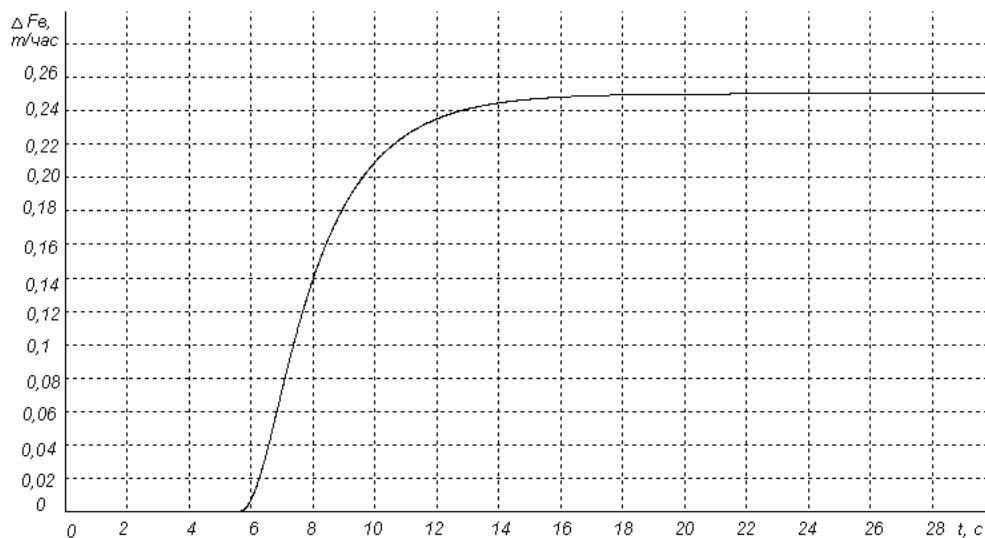


Рисунок 3 – Кривая разгона канала расхода вяжущего

Структурная схема САР канала расхода вяжущего в расчетах методами параметрического синтеза представлена на рис. 4.

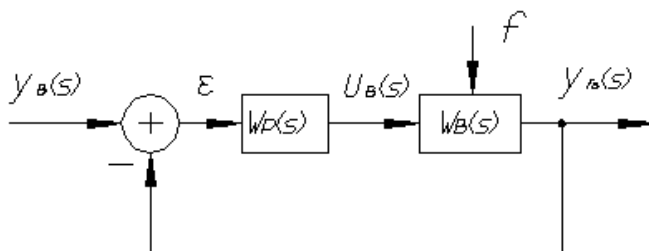


Рисунок 4 – Структурная схема системы регулирования расхода вяжущего:  $y_в$  - задание на расход вяжущего;  $y_{Fв}$  - фактический расход вяжущего;  $W_p(s)$  - передаточная функция регулятора;  $W_B(s)$  - передаточная функция объекта регулирования;  $\varepsilon$  - отклонение,  $f$  - возмущения

Для расчета САР расхода вяжущего выбираем ПИ-регулятор. Как известно, в САР с ПИ-регулятором статическая ошибка регулирования равна нулю.

Методики расчета САР методом эмпирических формул и методом расширенных частотных характеристик широко известны [2, 3] и применяются на практике.

В результате расчетов были найдены оптимальные настройки регуляторов для двух методов (см. табл.). В программе Vissim моделируем полученные САР (рис. 5, 6) и определяем качество регулирования (табл.).

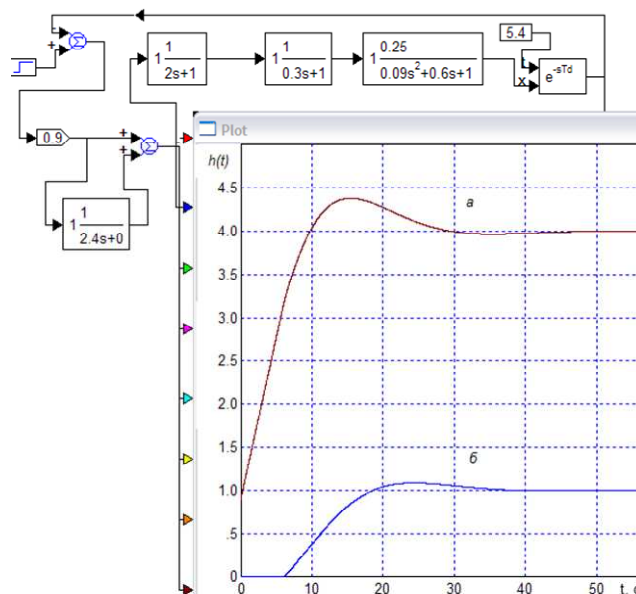


Рисунок 5 – Переходная характеристика системы с ПИ-регулятором, рассчитанным по эмпирическим формулам: *a* – управляющий сигнал, *б* – выходной сигнал

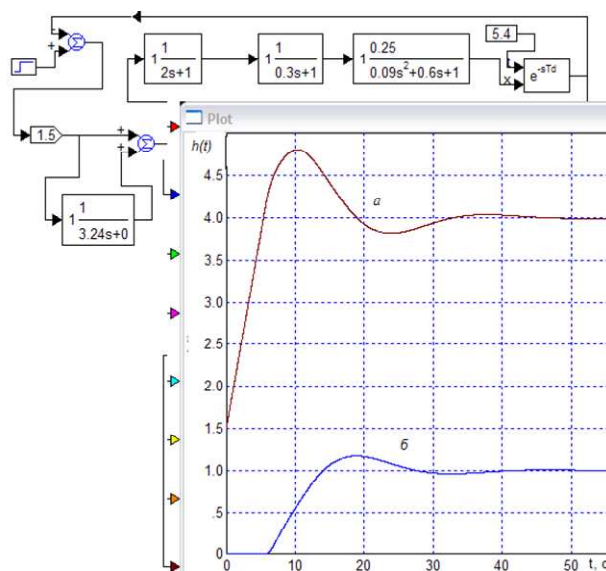


Рисунок 6 – Переходная характеристика замкнутой САР канала расхода вяжущего с ПИ-регулятором, рассчитанным по расширенным частотным характеристикам: *a* – управляющий сигнал, *б* – выходной сигнал

Метод компенсации динамики объекта и возмущений – малоизвестный новый метод расчета САР [4], относится к методам структурного синтеза (рис. 7).

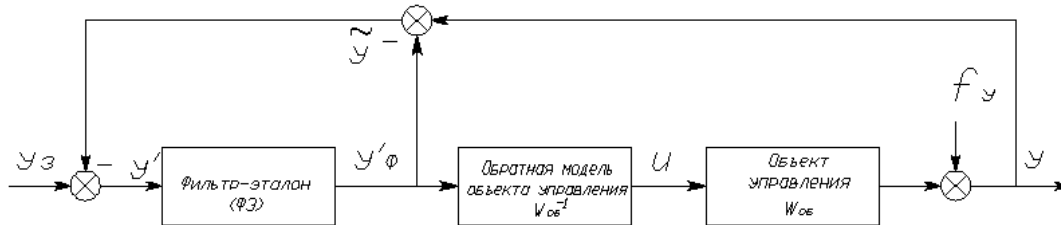


Рисунок 7 – Структура системы управления по методу компенсации динамики объекта и возмущений

Стояла задача, заключающаяся в разработке методом компенсации динамики объекта и возмущений методики расчета САР для объекта второго порядка с запаздыванием и исследованием качества регулирования САР с компенсационным регулятором.

В итоге, получена передаточная функция компенсационного регулятора, передаточная функция замкнутой САР по каналу «задающее воздействие – выходной сигнал» и по каналу «задающее воздействие – управляющий сигнал», а также разработана методика расчета настроек компенсационного регулятора.

Моделирование в Vissim представлено на рис. 8, качество регулирования – в таблице.

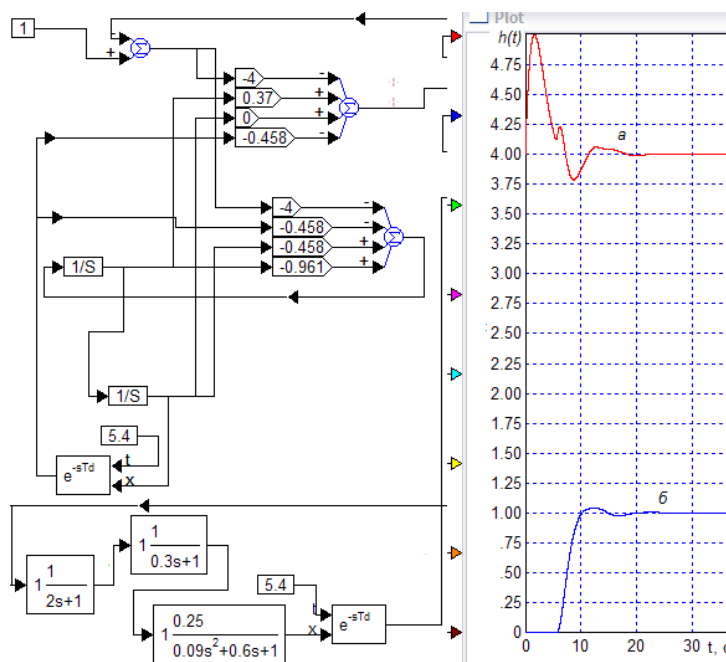


Рисунок 8 – САР канала расхода вяжущего, рассчитанная методом компенсации динамики объекта и возмущений:  $a$  – управляющее воздействие,  $b$  – выходной сигнал

Наглядное сравнение расчета САР тремя методами представлено на рис. 9.

Из таблицы и рис. 9 можно видеть, что качество регулирования САР с компенсационным регулятором значительно лучше, чем в системах, рассчитанных двумя другими методами.

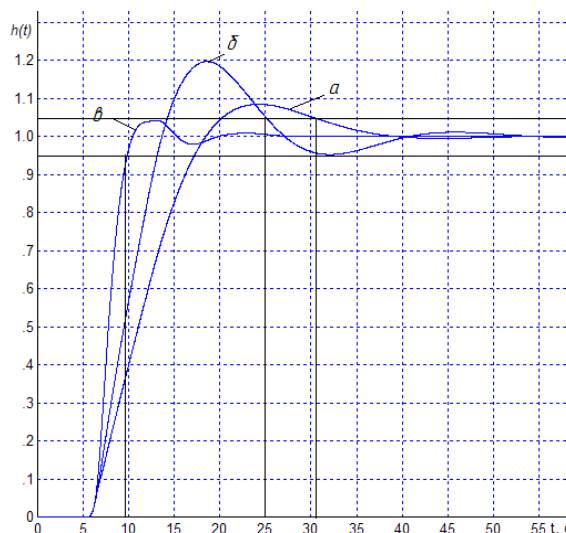


Рисунок 9 – Переходные характеристики САР, рассчитанные:  $a$  – методом эмпирических формул,  $b$  – методом расширенных частотных характеристик,  $c$  – методом компенсации динамики объекта и возмущений

Результаты расчета САР канала вяжущего тремя методами

Метод расчета САР	Передаточная функция аппроксимированного объекта регулирования	Передаточная функция регулятора	Время регулирования $t_p$ , с	Чистое время регулирования $t_p - \tau_{\sigma}$ , с	Пере-регулирование $\sigma$ , %
Метод эмпирических формул	$W_o(s) = \frac{0,25}{3,4s + 1} \cdot e^{-5,4s}$	$W_p(s) = 0,9 \cdot (1 + \frac{1}{2,4s})$	31	25,6	8
Метод расширенных частотных характеристик	$W_o(s) = \frac{0,25 \cdot e^{-5,4s}}{2,183s^2 + 2,906s + 1}$	$W_p(s) = 1,5 \cdot (1 + \frac{1}{3,24s})$	25	19,6	19
Метод компенсации динамики объекта и воз-	$W_o(s) = \frac{0,25 \cdot e^{-5,4s}}{2,183s^2 + 2,906s + 1}$	$W_p(s) = 4,24 \left( \frac{s^2 + 1,33s + 0,458}{s^2 + 0,961s + 0,458(1 - e^{-5,4s})} \right)$	9,5	4,1	4,5

мущений					
---------	--	--	--	--	--

Преимущества метода компенсации динамики объекта и возмущений: легкость задания исходных данных, в том числе и для многоканальных систем; наличие интегральной составляющей. Легкость задания исходных данных заключается в физической наглядности этих данных, так как оно сводится к выбору полосы пропускания фильтра-эталона и формы его частотной характеристики. Практика применения алгоритмов показала легкость настройки систем регулирования с компенсационным регулятором, их нечувствительность к изменению параметров объекта регулирования, подтвердила приведенные выше преимущества.

#### Список литературы

1. Аринова Н.В. Математическая модель процесса дозирования компонентов силикатной смеси / Н.В. Аринова, Г.К. Шадрин // Вестник ВКГТУ. – 2009. – №1. – Усть-Каменогорск, 2009. – С. 94-100.
2. Каганов В.Ю. Автоматизация управления металлургическими процессами. – М.: Металлургия, 1974. – 354 с.
3. Стефани Е.П. Основы расчета настройки регуляторов теплоэнергетических процессов. – М.: Госэнергоиздат, 1960.
4. Абдеев Ю.М. Разработка систем автоматизации технологических процессов в производстве свинца цинка на основе помехозащищенных алгоритмов / Ю.М. Абдеев, В.В. Терехин, Г.К. Шадрин // Цветные металлы. – 1990. – № 12. – М., 1990. – С. 36-38.

Получено 22.02.10

УДК 681.5

**Г.М. Мутанов, Г.К. Шадрин, А.Е. Еруланова**  
ВКГТУ, г. Усть-Каменогорск

#### СИНТЕЗ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ РАСХОДОМ СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ МЕТОДОМ РАСШИРЕННЫХ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

В настоящее время разработаны машинные способы синтеза систем управления методом пространства состояния. Однако наряду с новыми по-прежнему применяются и старые хорошо разработанные и многократно апробированные методы, основанные на частотных характеристиках [1].

В данной статье рассмотрено применение метода расширенных частотных характеристик (РЧХ) для синтеза системы управления расходом сыпучих материалов.

Требования, которым должен удовлетворять оптимальный процесс регулирования по РЧХ, следующие:

1. Затухание переходного процесса должно быть интенсивным.
2. Динамическая ошибка регулирования должна быть минимальной.



3. Продолжительность переходного процесса должна быть минимальной.

Однако указанные требования плохо поддаются формализации и, следовательно, их трудно использовать в аналитических методах синтеза систем управления, в частности в методе РЧХ.

На практике наибольшее применение нашли интегральные оценки, в частности квадратичные интегральные оценки. Простейшей является линейная квадратичная оценка

$$I = \int_0^{\infty} \sigma^2(t) dt. \quad (1)$$

Выбор параметров системы по (1) приводит к большому перерегулированию в системе с соответствующим уменьшением запаса устойчивости. Но если ограничить степень колебательности, то минимизация интегрального критерия дает хороший результат [2].

Использование линейного квадратичного критерия качества (1) в совокупности с изложенными выше требованиями к переходному процессу даёт возможность определить необходимые параметры настройки автоматического регулятора.

В методе РЧХ задача настройки состоит в том, чтобы в заданной системе регулирования выбрать и установить настроечные параметры регулятора, обеспечивающие минимум интегрального критерия качества (1) при заданной степени колебательности.

Первым требованием, которому должен удовлетворять оптимальный процесс регулирования, как было установлено выше, является интенсивность затухания переходного режима. Однако это лишь качественная характеристика затухающего процесса. Конкретизируем меру интенсивности затухания, введя понятие степени затухания процесса регулирования.

Решение линейного дифференциального уравнения системы автоматического регулирования имеет вид:

$$x = \sum_{k=1}^n A_k e^{p_k t}, \quad (2)$$

и характер колебаний системы зависит от корней  $p_k$  характеристического уравнения.

Наложим на корни  $p_k$  ограничение следующего вида:

$$p_k = -m\omega + j\omega, \quad (3)$$

где  $m$  - степень колебательности.

Этим корням соответствуют колебательные составляющие переходного процесса вида:

$$x_k = A_k e^{-m\omega t} \cos \omega t, \quad (4)$$

где  $\omega$  - частота колебаний.

Наложенные на корни  $p_k$  ограничения геометрически интерпретируются так (рис. 1): на плоскости корней выделяют область, в которой располагаются все корни характеристического уравнения системы. Эта область характеризуется двумя показателями:

1. Степенью устойчивости  $\eta$ , соответствующей расстоянию от мнимой оси до ближайшего корня или пары сопряженных комплексных корней. Степень устойчивости характеризует предельное быстродействие системы, т.к. величина  $\eta$  принадлежит той составляющей переходного процесса, которая затухает медленнее всех остальных. Время регулирования  $t_p = 3/\eta$ , если ближайшим к мнимой оси является вещественный корень, и

не превосходит этого значения, если ближайшей к мнимой оси является пара сопряженных комплексных корней.

2. Степенью колебательности  $m$ , определяемой котангенсом угла  $\varphi$ , образованного отрицательной вещественной полуосью и лучом, проведенным из начала координат к корню, образующему наибольший такой угол, т.е.  $m = \operatorname{ctg} \varphi = \alpha/w$ , где  $\alpha$  - вещественная, а  $w$  - мнимая части комплексного корня.

Чтобы система обеспечивала заданные значения быстродействия и колебательности, необходимо, чтобы все корни характеристического уравнения системы вписывались в угол  $2\varphi$  и находились на расстоянии не ближе  $\eta$  к мнимой оси [3].

Тогда совокупность настроечных параметров регулятора образует в плоскости (объеме) параметров настройки автоматического регулятора линию, равную заданной степени колебательности.

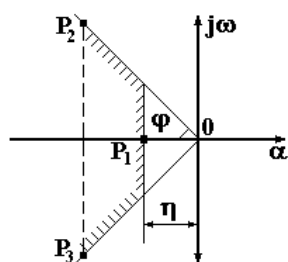


Рисунок 1

Для расчета системы регулирования на заданную степень колебательности необходимо располагать расширенными амплитудно-фазовыми характеристиками (АФХ) объекта и регулятора, вычисление которых производится в следующей последовательности.

Исходное уравнение для расчета настройки замкнутой линейной системы автоматического регулирования, находящейся на границе заданной степени затухания имеет вид

$$W_o(m, j\omega) \cdot W_p(m, j\omega) = 1 \quad (5)$$

или

$$W_p(m, j\omega) = W_o^*(m, j\omega), \quad (6)$$

где  $W_p(m, j\omega)$  – расширенная АФХ регулятора;

$$W_o^*(m, j\omega) = \frac{1}{W_o(m, j\omega)} - \text{обратная (инверсная) расширенная АФХ объекта.}$$

Уравнение (6) можно представить в алгебраической форме записи

$$\begin{cases} R_p(m, w) = R_o^*(m, w), \\ I_p(m, w) = I_o^*(m, w), \end{cases} \quad (7)$$

где  $R_o^*(m, w)$  и  $I_o^*(m, w)$  – соответствующие обратные (инверсные) расширенные вещественная и мнимая характеристики объекта (т.е. вещественная и мнимая части обратной расширенной АФХ), а  $R_p(m, w)$  и  $I_p(m, w)$  – расширенные вещественная и мнимая характеристики регулятора.

Изложим порядок расчета системы управления. Объектом исследования является ленточный питатель с весоизмерителем, определяющим вес сыпучего материала по всей ленте. Динамические характеристики этого объекта были исследованы, а результаты опубликованы в [4].

Передаточная функция объекта имеет вид

$$W_{об.}(p) = \frac{29}{16p^2 + 12p + 3}. \quad (8)$$

Находим расширенную АФХ объекта

$$W_{oo}(m, j\omega) = \frac{29}{16(j\omega - m\omega)^2 + 12(jm - m\omega) + 3} = \frac{9,7}{5,33 \cdot (-\omega^2 - j2m\omega^2 + m^2\omega^2) + j4\omega - 4m\omega + 1} =$$

$$= \frac{9,7}{-5,33\omega^2 - j10,66m\omega^2 + 5,33m^2\omega^2 + j4\omega - 4m\omega + 1} = \frac{9,7}{(1 - 5,33\omega^2 + 5,33m^2\omega^2 - 4mw) + j(4\omega - 10,66m\omega^2)}$$

и инверсную расширенную АФХ объекта, в которой  $p \rightarrow (j - m)w$

$$W_o^*(m, jw) = R_o^*(m, w) + jI_o^*(m, w) = \frac{(1 - 5,33w^2 + 5,33m^2w^2 - 4mw)}{9,7} + j \frac{4w - 10,66mw^2}{9,7}. \quad (9)$$

Для нахождения расширенной АФХ регулятора с двумя параметрами настройки в выражении передаточной функции регулятора (10) заменим  $p \rightarrow (j - m)w$  и получим (11).

$$W_p(p) = -\frac{C_0}{p} - C_1, \quad (10)$$

где  $\tilde{N}_0$  - настроечный параметр интегральной части регулятора;

$\tilde{N}_1$  - настроечный параметр пропорциональной части регулятора.

$$W_p(m, jw) = -\frac{C_0}{(-mw + jw)} - C_1 = \frac{-C_0 - (-C_1mw + jC_1w)}{-mw + jw} =$$

$$= \frac{(-C_0 - (-C_1mw + jC_1w)) \cdot (-mw - jw)}{(-mw + jw) \cdot (-mw - jw)} = \frac{C_0mw - C_1m^2w^2 + jC_0w - jC_1mw^2 + jC_1mw^2 - C_1w^2}{m^2w^2 + w^2} = \quad (11)$$

$$= \frac{C_0mw}{w^2(m^2 + 1)} - \frac{C_1w^2(m^2 + 1)}{w^2(m^2 + 1)} + j \frac{C_0w}{w^2(m^2 + 1)} = \frac{C_0m}{w(m^2 + 1)} - C_1 + j \frac{C_0}{w(m^2 + 1)},$$

$$\text{где } R_p(m, w) = \frac{C_0m}{w(m^2 + 1)} - C_1; \quad I_p(m, w) = \frac{C_0}{w(m^2 + 1)}.$$

Подставим в систему уравнений (7) найденные значения  $R_p(m, w)$  и  $I_p(m, w)$ ,  $R_o^*(m, w)$  и  $I_o^*(m, w)$  и получим систему уравнений (12)

$$\begin{cases} \frac{C_0m}{w(m^2 + 1)} - C_1 = \frac{1 - 5,33w^2 + 5,33m^2w^2 - 4mw}{9,7}, \\ \frac{C_0}{w(m^2 + 1)} = \frac{4w - 10,66mw^2}{9,7}. \end{cases} \quad (12)$$

Из второго уравнения системы (12) выразим  $\tilde{N}_0$ , подставим в первое уравнение и найдем  $\tilde{N}_1$

$$\begin{cases} C_1 = \frac{m(4w - 10,66mw^2)}{9,7} - \frac{(1 - 5,33w^2 + 5,33m^2w^2 - 4mw)}{9,7}, \\ C_0 = \frac{(4w - 10,66mw^2) \cdot w(m^2 + 1)}{9,7}. \end{cases} \quad (13)$$

Для дальнейших расчетов нужно задать степень колебательности  $m$ . В известной литературе рекомендуется задавать  $m = 0,221$  [1]. Однако моделирования системы регулирования расхода показали, что при  $m = 0,221$  переходный процесс получается излишне

колебательный.

Для определения рациональной степени колебательности  $m$  были выполнены исследования системы регулирования с разной степенью колебательности. Исследования заключались в моделировании системы при разных  $m$ . Анализ результатов показал, что значение  $m = 0,530$  даёт хорошие показатели качества.

Задавая степень колебательности  $m = 0,530$  и ряд значений частот, находим численные значения настроечных параметров регулятора и заносим в таблицу.

Далее строим линию, равную степени колебательности переходного процесса. По оси абсцисс откладываем значения  $C_1$ , а по оси ординат –  $C_0$ .

$w$	0,2	0,3	0,35	0,4	0,46	0,5	0,55	0,60	0,65	0,70
$C_0$	0,01	0,03	0,03	0,04	0,04	0,04	0,03	0,03	0,02	0,003
$C_1$	-0,04	0,01	0,04	0,07	0,10	0,12	0,15	0,18	0,21	0,24

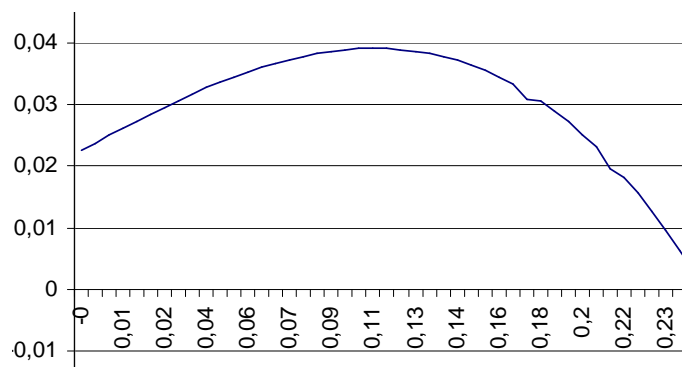


Рисунок 2 – Линия, равная степени колебательности

Анализ процессов, соответствующих различным значениям  $C_0$  и  $C_1$ , лежащим на линии, равной степени колебательности, показывает, что качество переходного процесса при заданной степени затухания существенно зависит от этих параметров.

В [1] рекомендуется выбирать рабочую частоту для расчёта и выбора оптимальных значений  $C_0$  и  $C_1$ . Рабочая частота определяется как  $w_p = 1,2w_{\max} = 1,2 \cdot 0,46 = 0,55$  рад/с. На частоте  $w_p = 0,55$  рад/с оптимальные значения  $C_0 = 0,03$  и  $C_1 = 0,1$ .

С помощью электронного моделирования в программе VisSim (рис. 3) получаем переходную характеристику замкнутой системы управления расходом (рис. 4).

Как видно, рассчитанная система обеспечивает удовлетворительное качество регулирования. Время регулирования  $t_p = 17$  сек, перерегулирование  $\sigma = 13\%$ , степень затухания  $\psi = 92\%$ , число полных колебаний  $n = 2$  (рис. 4).

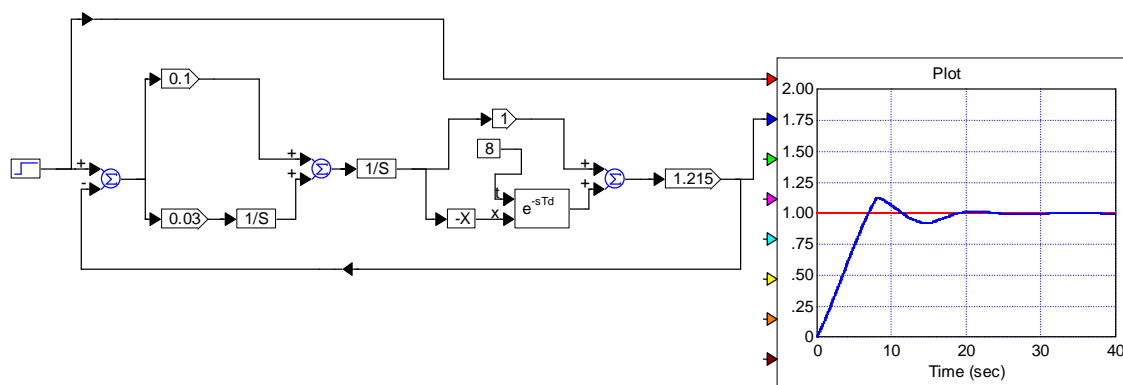


Рисунок 3 – Модель системы управления расходом

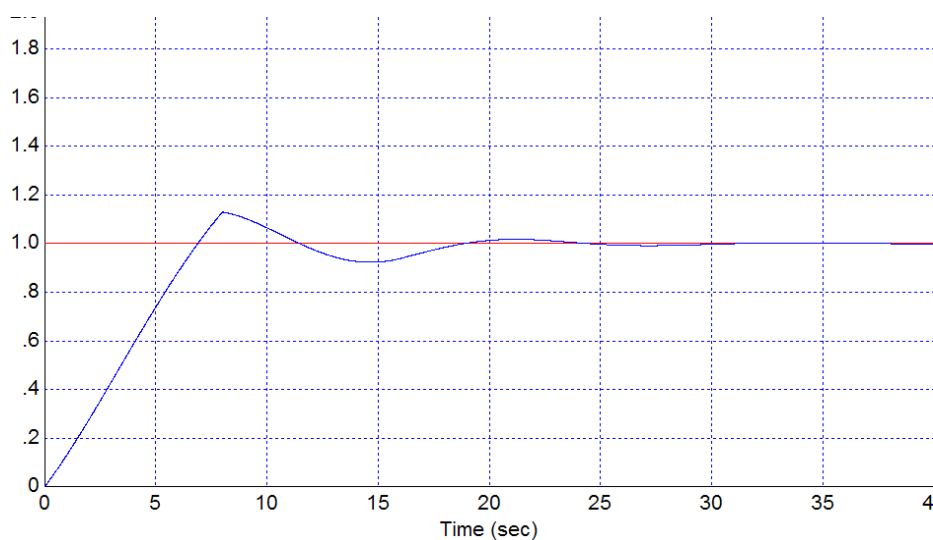
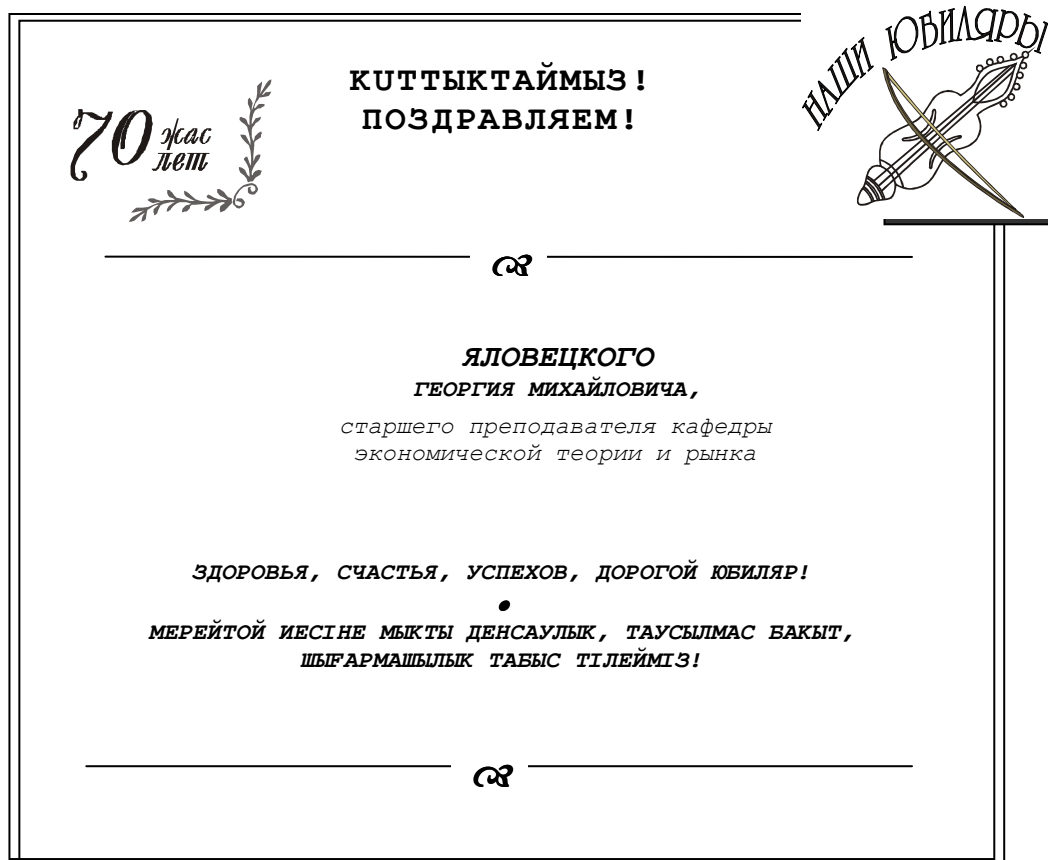


Рисунок 4 – График переходной характеристики

#### Список литературы

1. Автоматическое управление в химической промышленности: Учеб. для вузов / Под ред. Е.Г. Дудникова. – М.: Энергия, 1987.
2. Стефани Е.П. Основы расчета настройки регуляторов теплоэнергетических процессов. – М.: Госэнергоатомиздат, 1960.
3. Макаревич С.П. Лекции по теории автоматического регулирования: Учебное пособие. – Усть-Каменогорск, 2001.
4. Структура модели бункерного дозирующего устройства // Вестник ВКГТУ. – 2010. – № 1. – Усть-Каменогорск: ВКГТУ.
5. Клиначев Н.В. Моделирование систем в программе VisSim. 2001

Получено 22.04.10



УДК 681.269

**Г.М. Мутанов, Г.К. Шадрин, А.Е. Еруланова**  
ВКГТУ, г. Усть-Каменогорск

#### СТРУКТУРА МОДЕЛИ БУНКЕРНОГО ДОЗИРУЮЩЕГО УСТРОЙСТВА

В различных отраслях промышленности широко используются сыпучие материалы. Для их аккумуляирования (складирования), дозирования применяются бункера и бункер-

ные дозирующие устройства (БДУ). Такие устройства состоят из расходного бункера и питателя – дозатора. На выходе питателя или дозатора частицы подаются на транспортирующее устройство (обычно – ленточный конвейер).

Автоматические ленточные весовые дозаторы непрерывного (измерения массы) действия состоят их различного типа питателей, подающих материал; весоизмерителя, состоящего обычно из весового ленточного транспортера – грузоприемной части весов; весового механизма – чувствительного элемента объекта регулирования, непосредственно воспринимающего изменение регулируемого параметра и системы регулирования, воздействующей через исполнительные механизмы на регулирующий орган дозатора (стоящий на выходе регулятора), непосредственно поддерживающий постоянство подачи материала питателем, т.е. регулируемого параметра.

Широкое применение в практике получили дозаторы различных конструкций: ленточные, винтовые, вибрационные, тарельчатые и т.д. Принципиальная схема дозатора с ленточным питателем приведена на рис. 1. Этот дозатор состоит из ленточного питателя 2, с регулируемой производительностью, весоизмерителя 3 и автоматической системы 1, поддерживающей заданную производительность сыпучего материала. Для нормальной работы весоизмерителя важно, чтобы материал на ленте конвейера не двигался. Необходимо учесть способность сыпучего материала образовывать естественную насыпь. Для этого выпускные отверстия бункеров выполняют в виде трапеции.

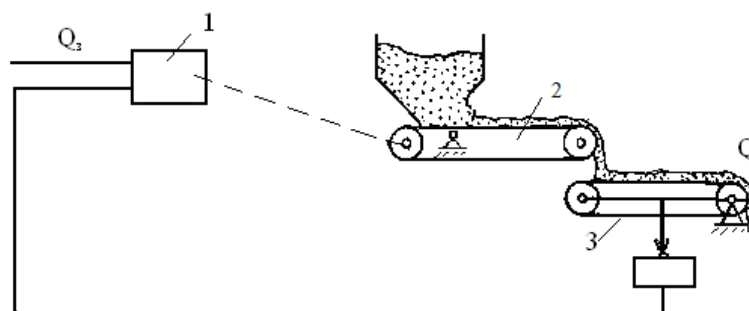


Рисунок 1 – Принципиальная схема весового автоматического дозатора

Структурная схема весового дозатора непрерывного действия (рис. 2) состоит из объекта регулирования – бункера совместно с питателем 1 и автоматического регулятора 4. Объект регулирования включает в себя: весовой ленточный конвейер 2, являющийся чувствительным элементом; усилительно-преобразующие элементы 3 – весовой механизм и датчик, преобразующие изменение массы материала на ленте конвейера в электрический сигнал или сигнал другого вида; частотный преобразователь совместно с асинхронным двигателем 5, воздействующий на регулирующий орган дозатора для поддержания постоянства подачи материала питателем. В реальных схемах дозаторов те или иные функциональные элементы могут отсутствовать или могут быть совмещены в одном узле [1].

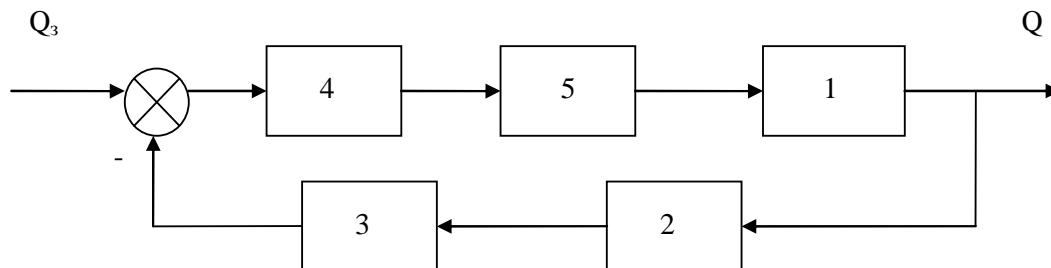


Рисунок 2 – Структурная схема весового автоматического дозатора непрерывного действия

Дозатор представляет из себя систему автоматического регулирования (САР) расхода, работающую по принципу обратной связи (рис. 2).

В этой статье частотными методами исследован объект регулирования САР расхода и найдены его динамические характеристики. Объектом регулирования является бункерный питатель, представляющий собой бункер с ленточным транспортёром, и весоизмеритель.

Для построения структурной схемы БДУ необходимо знать динамические свойства объекта регулирования. Поскольку питатель и весоизмеритель включены последовательно, то их передаточные функции перемножаются

$$W_{об}(p) = W_{num}(p) \cdot W_{вес}(p), \quad (1)$$

где  $W_{об}(p)$  - передаточная функция объекта;

$W_{num}(p)$  - передаточная функция питателя;

$W_{вес}(p)$  - передаточная функция весоизмерителя, равная:

$$W_{вес.}(p) = \frac{v}{L} \cdot \left( \frac{1 - e^{-p\tau}}{p} \right), \quad (2)$$

где  $\tau = \frac{L}{v} = \frac{2\text{ м}}{0,250\text{ м/с}} = 8\text{ с}$  – транспортное запаздывание;

$\frac{v}{l} = 0,125$  – статический коэффициент передачи весоизмерителя.

Передаточная функция собственно питателя есть отношение  $Q$  (т/ч · В) расхода на выходе питателя к напряжению  $U$ , подаваемому на частотный преобразователь питателя. Передаточная функция питателя вычисляется по формуле [2]

$$W_{num}(p) = K_{num.} = \frac{Q}{U}, \quad (3)$$

где  $Q$  – весовой расход сыпучего материала, т/ч;

$U, B$  – входное напряжение, подаваемое на частотный преобразователь.

Весовой расход сыпучего материала  $Q$  находим следующим образом:

$$Q = v S_{mp.} \rho, \quad (4)$$

где  $v$  – скорость движения транспортерной ленты, м/с;

$S_{mp.}$  – площадь выпускного отверстия в виде трапеции, м<sup>2</sup>;

$\rho$  – насыпная плотность сыпучего материала, м/м<sup>3</sup>.



Для определения площади трапеции  $S_{mp.}$  выполним вспомогательные построения рис. 3. Выпускное отверстие, имеющее вид трапеции, как было сказано ранее, обозначено на рис. 2 DEBC.

Заданы:  $b=DC$  – ширина основания трапеции,  $a$  – уменьшение высоты слоя материала при выходе сыпучего материала из отверстия, зависящее от крупности частиц,  $\angle 45^\circ$  – угол естественного откоса,

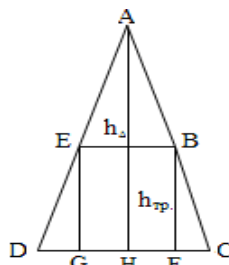


Рисунок 3 – Форма выпускного отверстия

Уменьшение высоты слоя материала можно определить по формуле

$$a = \frac{\delta_{cp.}}{2,3} = 0,87 \text{ мм}, \quad (5)$$

где  $\delta_{cp.}$  – средний размер частиц, равный 2 мм.

Опыт работ показывает, что рациональная высота выпускного отверстия принимается равной

$$h_{mp} = \frac{2}{3} h_{\Delta}, \quad (6)$$

где  $h_{mp.}$  – высота трапеции;

$$h_{\Delta} = \text{tg } 45^\circ, HC = 320 \text{ мм} – \text{высота } \triangle DAC.$$

При слишком маленькой высоте возможно забивание выпускного отверстия крупными включениями, увеличение высоты не дает эффекта, а способствует смещению материала на ленте.

Площадь выпускного отверстия вычисляется, как площадь трапеции

$$S_{mp.} = \frac{DC+EB}{2} \cdot (h_{mp.} - a). \quad (7)$$

Для наиболее распространенной ширины ленты конвейера 800мм примем размер выпускного отверстия равным  $DC=640\text{мм}$ ,  $EB=214 \text{ мм}$ .

Площадь трапеции в численном виде

$$S_{mp} = \frac{640 \text{ мм} + 214 \text{ мм}}{2} \cdot (213 \text{ мм} - 0,87 \text{ мм}) = 427 \cdot 212,13 = 90579 \text{ мм}^2 = 0,09 \text{ м}^2. \quad (8)$$

Определяем передаточную функцию питателя

$$W_{num}(p) = K_{num.} = \frac{Q}{U} = \frac{v S_{mp.} \rho}{U}. \quad (9)$$

Передаточная функция питателя в численном виде имеет вид

$$\begin{aligned} W_{num.} &= \frac{0,2 \text{ м/с} \cdot 0,09 \text{ м}^2 \cdot 1,5 \text{ т/м}^3}{10 \text{ В}} = \frac{0,018 \text{ м}^3/\text{с} \cdot 1,5 \text{ т/м}^3}{10 \text{ В}} = \\ &= \frac{0,0018 \text{ м}^3/\text{с}}{\text{В}} \cdot 1,5 \text{ т/м}^3 = \frac{6,48 \text{ м}^3/\text{ч}}{\text{В}} \cdot 1,5 \text{ т/м}^3 = 9,72 \text{ т/ч} \cdot \text{В}. \end{aligned} \quad (10)$$

Для синтеза системы управления передаточная функция весоизмерителя (2) неудобна, т.к. она содержит звено чистого запаздывания  $e^{-p\tau}$  и интегратор  $\frac{1}{p}$ . Необходимо аппроксимировать эту функцию, используя методы приближения. Наиболее очевидной является аппроксимация Тейлора порядка  $n$ . Согласно этой аппроксимации функция  $e^x$  приближенно заменяется конечной суммой

$$\begin{aligned} e^x &= f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x-x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!}(x-x_0)^3 + \dots + \\ &+ \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n + \dots + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n, \end{aligned} \quad (11)$$

при  $x = -p\tau$ ,  $x_0 = 0$  получим ряд

$$f(-p\tau) = \tau - p\frac{\tau^2}{2} + p^2\frac{\tau^3}{6} - p^3\frac{\tau^4}{24} + \dots \quad (12)$$

Однако аппроксимация путем разложения в ряд Тейлора является полиномом от  $p$ . Такая передаточная функция физически нереализуема во временной области, т.к. включает в себя дифференциаторы. Во многих случаях наиболее предпочтительна более общая аппроксимация Паде. При такой аппроксимации экспонента  $e^{-p\tau}$  представляется рациональной функцией

$$e^{-p\tau} \approx \frac{F_{\mu\nu}(-p\tau)}{G_{\mu\nu}(-p\tau)} \quad (13)$$

с числителем  $F_{\mu\nu}$  степени  $\mu$  и знаменателем  $G_{\mu\nu}$  степени  $\nu$ , определяемыми формулами (14) [3].

$$\begin{aligned} F_{\mu\nu}(-p\tau) &= 1 + \frac{\mu}{(\mu+\nu) \cdot 1!}(-p\tau) + \frac{\mu(\mu-1)}{(\mu+\nu)(\mu+\nu-1) \cdot 2!}(-p\tau)^2 + \dots + \frac{\mu(\mu-1)\dots 2 \cdot 1}{(\mu+\nu)(\mu+\nu-1)\dots(\nu+1) \cdot \mu!}(-p\tau)^\mu; \\ G_{\mu\nu}(-p\tau) &= 1 - \frac{\nu}{(\mu+\nu) \cdot 1!}(-p\tau) + \frac{\nu(\nu-1)}{(\mu+\nu)(\mu+\nu-1) \cdot 2!}(-p\tau)^2 + \dots + \\ &+ (-1)^\nu \frac{\nu(\nu-1)\dots 2 \cdot 1}{(\mu+\nu)(\mu+\nu-1)\dots(\mu+1)\nu!}(-p\tau)^\nu. \end{aligned} \quad (14)$$

Подставляя (14) в (13) и ограничиваясь разложением Паде 2-го порядка, получаем

$$W_2(p) = e^{-p\tau} \approx \frac{p^2 - \frac{6}{\tau}p + \frac{12}{\tau^2}}{p^2 + \frac{6}{\tau}p + \frac{12}{\tau^2}}. \quad (15)$$

Тогда передаточная функция весоизмерителя (2) после подстановки в нее (15) и преобразований получается в виде

$$W_{вес}(p) = \frac{1}{p} \left( 1 - \frac{64p^2 - 48p + 12}{64p^2 + 48p + 12} \right) \cdot 0,125 = \frac{1}{p} \cdot \frac{64p^2 + 48p + 12 - 64p^2 + 48p - 12}{64p^2 + 48p + 12} \cdot 0,125 =$$

$$= \frac{1}{p} \cdot \frac{96p}{64p^2 + 48p + 12} \cdot 0,125 = \frac{96}{64p^2 + 48p + 12} \cdot 0,125 = \frac{24}{16p^2 + 12p + 3} \cdot 0,125 = \frac{3}{16p^2 + 12p + 3} \quad (16)$$

Последующие исследования заключались в моделировании передаточной функции (16) и сопоставлении с исходной передаточной функцией (2). Анализ результатов показал, что значение степени два даёт хорошую аппроксимацию рис. 4.

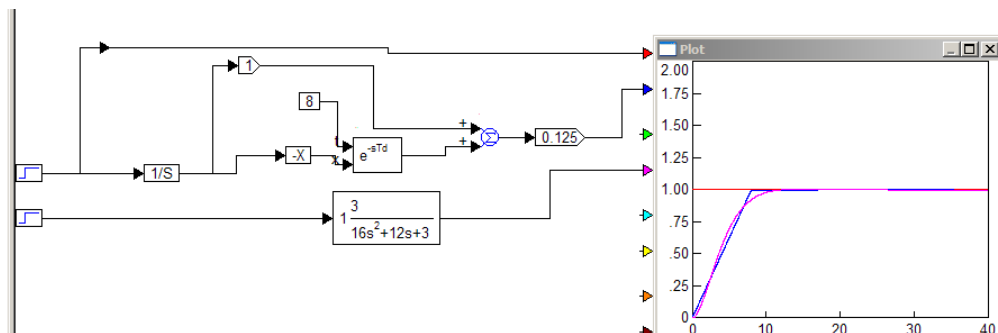


Рисунок 4 – Модель весоизмерителя

Найдем передаточную функцию объекта регулирования подстановкой выражений (16) и (10) в (1).

$$W_{об.}(p) = W_{ум}(p) \cdot W_{вес}(p) = \frac{3}{16p^2 + 12p + 3} \cdot 9,72 = \frac{29}{16p^2 + 12p + 3} = \frac{9,7}{5,33p^2 + 4p + 1} \quad (17)$$

Теперь построим структурную схему модели БДУ рис. 5.

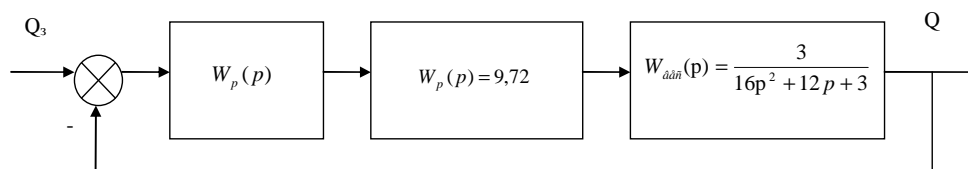


Рисунок 5 – Структурная схема модели БДУ

#### Список литературы

1. Карпин Е.Б. Средства автоматизации для измерения и дозирования массы. Расчет и конструирование. – 2-е изд. – М.: «Машиностроение», 1971.
2. Видинеев Ю.Д. Автоматическое непрерывное дозирование сыпучих материалов – М.: «Энергия», 1974.
3. Андриевский Б.Р. Избранные главы теории автоматического управления с примерами на языке MATLAB / Б.Р. Андриевский, А.Л. Фрадков. – СПб.: Наука, 2009. – 475., ил.86.
4. Клиначев Н.В. Моделирование систем в программе VisSim. – 2001.

Получено 15.04.10

УДК 621.891

**В.И. Романов, Д.Е. Мирошниченко**  
ВКГТУ, г. Усть-Каменогорск

#### О ПОВЫШЕНИИ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ВРАЩАЮЩИХСЯ ЦЕНТРОВ

Большинство деталей с высокими требованиями по прочности и имеющие форму тел вращения или элементы тел вращения обрабатываются в центрах. Точность же вращающегося станочного центра в значительной мере влияет на точность обработки деталей.

Поэтому в данной работе на основании сбора и анализа данных о работе вращающихся центров типовых конструкций, находящихся на АО «Востокмашзавод», выявлены причины неудовлетворительной работы центров и предложен новый вращающийся центр новой усовершенствованной конструкции для работы в условиях цехов АО «Востокмашзавод».

На АО «Востокмашзавод» имеют наибольшее применение станочные вращающиеся центры № 4Н, 4У, 5Н и 5У типа I, выпускаемые заводом «Калибр» и Хмельницким инструментальным заводом.

В указанных типовых конструкциях вращающихся центров используется в качестве передней опоры радиальный шарикоподшипник.

Посадки подшипников в корпус и на шейках центрального валика осуществляются с заданным натягом, указанным в технических условиях на сборку каждого типа вращающегося центра. Подшипники качения смазываются консистентной смазкой УТВ (1-13 жировая) ГОСТ 1631-61. Техническими условиями предусматривается пополнение смазки через 15-20 часов работы и полная замена смазки через 100-150 часов работы.

Техническими условиями на сборку регламентированы радиальные биения по всей длине образующей рабочего конуса центрального валика и конуса хвостовика относительно неподвижного центрального валика. Станочные вращающиеся центры выходят из строя из-за разрушений подшипниковых узлов. На рис. 1 представлен общий вид разрушенного вращающегося центра с вышедшими из строя деталями подшипниковых узлов.

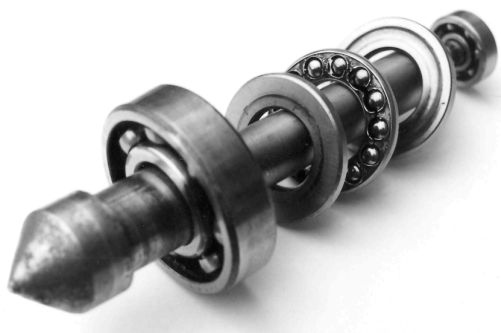


Рисунок 1 – Вращающийся центр

При осмотре вышедших из строя центров установлены следующие виды повреждений деталей центра:

- защемления тел качения переднего радиального подшипника в 95 % осмотренных

центров;

- расколы колец и разрушения сепараторов упорного подшипника (85 %);
- усталостное выкрашивание беговых дорожек колец упорных и радиальных подшипников передней опоры (85 %);
- усталостный излом центрального валика (12 %).

Долговечность станочных вращающихся центров определяется долговечностью подшипниковых узлов. В настоящее время единая утвержденная методика по расчету вращающихся центров отсутствует. Проектная долговечность подшипниковых узлов, определенная при:

$K_g = 2$  – коэффициент динамичности;

$K_t = 1,25$  – температурный коэффициент;

$K_K = 1$  – коэффициент, учитывающий вращение внутреннего кольца,

составляет для вращающихся центров 4Н – 800 часов; 4У – 400 часов; 5Н – 600 часов; 5У – 800 часов.

Фактическая долговечность указанных вращающихся центров в цехах АО «Восток-машзавод» составляет от 200 до 350 часов, что значительно ниже проектной долговечности заводов изготовителей.

Целью данной работы является повышение точности обработки путем уменьшения величины отжатия вращающегося центра за счет уменьшения износа, а следовательно и зазоров в подшипниках скольжения. По сравнению с базовыми конструкциями, отжим в которых обусловлен точностью изготовления центрального валика и корпуса центра, а также зазором в подшипниках качения, который возрастает по мере эксплуатации центра, в новой предложенной конструкции отжим обусловлен в основном только точностью изготовления опор скольжения и гарантирован в течение определенного промежутка времени – долговечности центра. Это достигается реализацией избирательного переноса в паре скольжения сталь-сталь путем введения бронзовых вкладышей и смазки ЦИАТИМ-201.

На рис. 2 представлена конструкция вращающегося центра на опорах скольжения по авторскому свидетельству № 521068. Цель достигается тем, что в радиальные гнезда установлены подпружиненные медесодержащие вставки.

Вращающийся центр содержит корпус 1, гайку 2 и центральный валик 3. На большем диаметре валика выполнены радиальные гнезда, на меньшем – многозаходная винтовая канавка. В гнезда свободно вложены вставки 4 из порошкового железо-медного сплава. С помощью пружин 5 и 6 обеспечивается постоянный контакт с торцевой и цилиндрической поверхностями трения.

Смазка, обеспечивающая избирательный перенос, по каналу «а» и канавкам «б» в корпусе валика 3 поступает в зону трения и омывает как закаленные трущиеся поверхности, так и антифрикционные вставки 4. Многозаходные винтовые канавки «в» на цилиндрической поверхности валика 3 способствуют циркуляции смазки внутри корпуса вращающегося центра.

Новый центр прирабатывается при пониженных нагрузках. Вскоре после начала приработки на трущихся поверхностях образуется тончайший слой меди, который вследствие наличия в смазке поверхностно-активных веществ с восстановительными свойствами непрерывно поддерживается и сохраняется в дальнейшем при работе вращающегося центра.

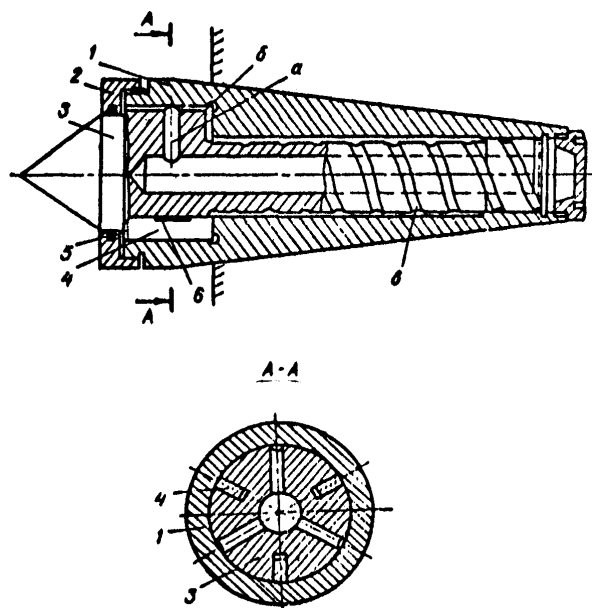


Рисунок 2 – Вращающийся центр по А.С. № 521068

Механизм избирательного (атомарного) переноса связан с восстановительными свойствами глицерина и других веществ в процессе трения. Пленка окисла меди восстанавливается до чистой меди, которая затем схватывается со сталью. Подобный перенос можно обнаружить с неизмеримо меньшей интенсивностью и без трения, поскольку сталь по отношению к бронзе является катодом, а бронза анодом. Как только на стальной поверхности образуется слой меди достаточной толщины, полярность меняется, стальной образец становится анодом и начинается обратный перенос.

В условиях взаимного атомарного переноса поверхности трения формируются в результате образования нового слоя из меди на обеих трущихся поверхностях, заполняющего неровности на стальной и бронзовой поверхностях. Чистота поверхности трения образцов становится высокой (13 - 14-й класс). Коэффициент трения при взаимном атомарном переносе незначителен и снижается до величин, соответствующих жидкостному трению.

Попытка изготовить материалы, которые при трении не разрушались бы, является нереальной. Поскольку при износе всегда имеет место разрушение поверхности и этого избежать нельзя, то создать пару трения, которая не изнашивалась бы вообще, кажется невозможным. Однако описанное выше явление взаимного атомарного переноса металла позволяет создать именно такие пары.

Принцип действия безысходной пары трения сталь-бронза, показанный на рис. 3, состоит в том, что каждая частица металла, оторвавшаяся в результате трения, прилипает (схватывается) к одной из поверхностей, чем и обеспечивается безысходность такой пары.

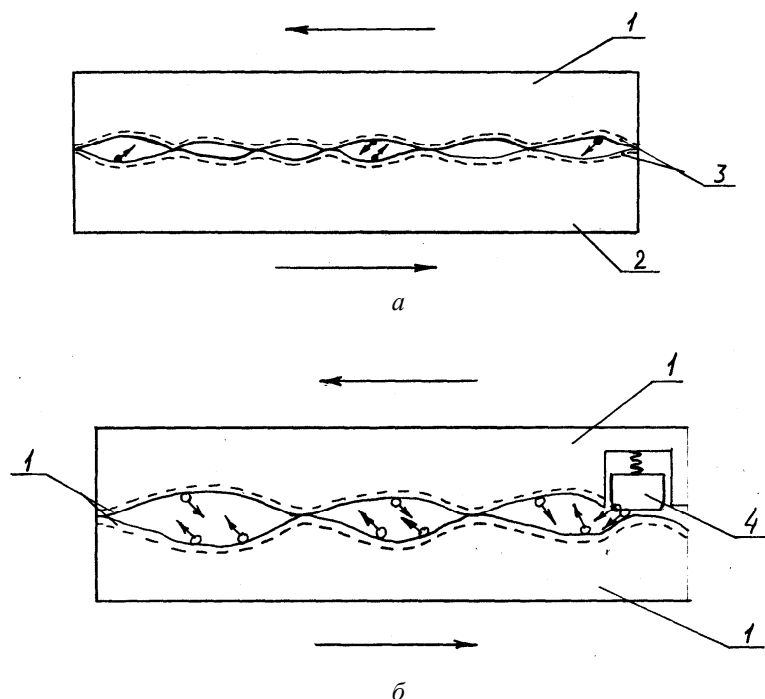


Рисунок 3 – Принцип безыносных пар трения: *а* – пары сталь-бронза; *б* – пары сталь-сталь; 1 – основной металл сталь; 2 – основной металл бронза; 3 – активный слой, обогащенный атомами меди; 4 – вставка из бронзы создающая активный слой

Использование явления взаимного атомарного переноса для уменьшения износа деталей возможно и не только для пары бронза-сталь, но и для пары сталь-сталь. Принцип этого метода показан на рис. 3, *а*. Образец 4 при трении создает на нижнем образце 1 слой меди, дающий взаимный атомарный перенос. При работе образцов 1 медь будет переходить с поверхности верхнего образца на поверхность нижнего и обратно. В случае даже небольшого износа этого слоя образец 4 будет его все равно восстанавливать. Были проведены испытания образцов на износ по схеме, приведенной на рис. 3, *б*. Образец 4 был из бронзы Бр.АЖМц, а образец 1 – сталь 45; при смазке спиртоглицериновой смесью. В результате испытаний было установлено, что нагрузка пары до заедания увеличилась в 3-4 раза.

#### Список литературы

1. Крагельский И.В. Избирательный перенос в узлах трения / И.В. Крагельский, Д.Н. Гаркунов и др. – 1982.
2. Гаркунов Д.Н. Избирательный перенос в тяжело нагруженных узлах трения. – 1982.
3. Справочник технолога-машиностроителя / Под ред. проф. А.Г. Косиловой, Р.К. Мещерякова. – В 2-х томах. – 1980.
4. Анурьев В.И. Справочник конструктора-машиностроителя». – В 3-х томах. – 1980.
5. Егоров М.Е. и др. Технология машиностроения: Учебник. – 1976.

Получено 09.02.10

УДК 519.62:624.131

**Б. Рысбайулы**

КБТУ, г. Алматы

**А.Т. Байманкулов**

КГУ им. А. Байтурсынова, г. Костанай

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЛАГОПРОВОДНОСТИ ПОЧВЫ  
С УЧЕТОМ ИЗМЕНЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ**

*Постановка задачи.* Движение воды в капиллярно-пористых средах, к каковым относятся почвы, может происходить под воздействием самых разнообразных движущих сил, представляющих градиент: давления, потенциала гравитационного поля, потенциала электрического поля, температуры, концентрации растворенных веществ [1-4], [5]. Проведя классификацию механизмов движения воды в дисперсных средах, С.В. Нерпин предполагает, помимо движущихся сил, различать силы по месту их действия в потоке, когда они распределены внутри объема потока, или вызваны поверхностными силами на границе «жидкость-воздух», или обусловлены силами, возникающими вблизи границы жидкости с твердой стенкой. В итоге он заключил, что почвенная влага движется под действием объемных сил, поверхностные и граничные эффекты здесь не играют роли. Поэтому, принимая это обстоятельство во внимание и решая относительно простую задачу, предполагающую:

- отсутствие электрического поля;
- постоянство концентрации рассмотренных веществ;
- движение влаги и температуры в области  $Q = (0, H) \cdot (0, T)$  можно описать уравнением [6]:

$$\gamma_0 c \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} \right), \quad (1)$$

$$\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=H} + \bar{\alpha} (\theta - T_b(t)) \Big|_{z=H} = 0, \quad \theta \Big|_{z=0} = T_1, \quad \theta \Big|_{t=0} = \theta_0(z), \quad (2)$$

где  $\bar{\alpha} = \alpha + \alpha_0 D_n(H)$ .

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K(z) + D \frac{\partial W}{\partial z} + D\mu \frac{\partial \theta}{\partial z} \right), \quad (3)$$

$$\sigma \Big|_{z=H} = A(t), \quad \sigma \Big|_{z=0} = 0, \quad W \Big|_{t=0} = W_0(z), \quad (4)$$

здесь  $\sigma(z, t) = K(z) + D(z) \frac{\partial W}{\partial z} + D(z) \mu \frac{\partial \theta}{\partial z}$ .

Используя изменение температуры грунта и влаги на поверхности земли  $T_g(t)$ ,  $W_g(t)$  требуется определить коэффициент диффузии  $D(z)$ . Методы решения обратных задач досконально изучены в работах [6-9], а в работах [10-14] изучены различные обратные задачи переноса тепла и влаги.

*Итерационный метод.* Задается начальное значение коэффициента диффузии  $D_n(z)$ .



Соответствующее решение системы (1)-(4) обозначим через  $\left( \overset{n}{\theta}(z,t), \overset{n}{W}(z,t) \right)$ . Следующее приближение коэффициента диффузии обозначим через  $D_{n+1}(z)$ , а соответствующее решение системы (1)-(4) будет  $\left( \overset{n+1}{\theta}(z,t), \overset{n+1}{W}(z,t) \right)$ . Тогда для разности

$$\delta\theta(z,t) = \overset{n+1}{\theta}(z,t) - \overset{n}{\theta}(z,t), \quad \delta W = \overset{n+1}{W} - \overset{n}{W}, \quad \delta D = D_{n+1} - D_n$$

получается задача

$$\gamma_0 c \frac{\partial \delta\theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial \delta\theta}{\partial z} \right), \quad (5)$$

$$\lambda \frac{\partial \delta\theta}{\partial z} \Big|_{z=H} + \bar{\alpha} \delta\theta \Big|_{z=H} + \alpha_0 \delta\theta \left( \overset{n+1}{\theta} - T_g \right) = 0, \quad \delta\theta \Big|_{z=0} = 0, \quad \delta\theta \Big|_{t=0}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \delta W}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left( D_n \frac{\partial \delta W}{\partial z} + D_n \mu \frac{\partial \delta\theta}{\partial z} + \delta D \frac{\partial \overset{n+1}{W}}{\partial z} + \mu \delta D \frac{\partial \overset{n+1}{\theta}}{\partial z} \right), \quad (7)$$

$$\delta\sigma \Big|_{z=H} = 0, \quad \delta\sigma \Big|_{z=0} = 0, \quad \delta W \Big|_{t=0}, \quad (8)$$

где

$$\delta\sigma = D_n \frac{\partial \delta W}{\partial z} + D_n \mu \frac{\partial \delta\theta}{\partial z} + \delta D \frac{\partial \overset{n+1}{W}}{\partial z} + \mu \delta D \frac{\partial \overset{n+1}{\theta}}{\partial z}.$$

Умножим (5) на  $\psi(z,t)$  и проинтегрируем по области  $Q$ . Тогда

$$\int_0^H \gamma_0 c \int_0^T \frac{\partial \delta\theta}{\partial t} \psi dt dz = \int_0^T dt \int_0^H \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial \delta\theta}{\partial z} \right) \psi dz.$$

Интегрируя по частям, выводим, что

$$\int_0^H \gamma_0 c \delta\theta \psi \Big|_{t=0}^{t=T} dz - \int_0^H \int_0^T \gamma_0 c \delta\theta \frac{\partial \psi}{\partial t} dt dz = \int_0^T \lambda \frac{\partial \delta\theta}{\partial z} \psi \Big|_{z=0}^{z=H} dt - \int_0^T \int_0^H \lambda \frac{\partial \delta\theta}{\partial z} \frac{\partial \psi}{\partial z} dz dt.$$

Пусть  $\psi(z,T) = 0$ ,  $\psi(0,t)$ . Используя (6), выводим равенство

$$- \int_0^H \int_0^T \delta\theta \gamma_0 c \frac{\partial \psi}{\partial t} dt dz = - \bar{\alpha} \int_0^T (\delta\theta \psi) \Big|_{z=H} dt - \alpha_0 \int_0^T \delta D \left( \overset{n+1}{\theta} - T_g \right) \psi \Big|_{z=H} d\tau - \int_0^T \int_0^H \lambda \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \delta\theta}{\partial z} dz dt.$$

Применим еще раз формулу интегрирования по частям

$$- \int_0^H \int_0^T \delta\theta \gamma_0 c \frac{\partial \psi}{\partial t} dt dz + \bar{\alpha} \int_0^T (\delta\theta \psi) \Big|_{z=H} dt = - \alpha_0 \int_0^T \delta D \left( \overset{n+1}{\theta} - T_g \right) \psi \Big|_{z=H} d\tau - \int_0^T \delta\theta \lambda \frac{\partial \psi}{\partial z} \Big|_{z=0}^{z=H} dt + \int_0^H \int_0^T \delta\theta \left( \lambda \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) dz dt.$$

Используя однородное условие  $\delta\theta \Big|_{z=0} = 0$  и группируя подобные величины, имеем равенство

$$- \int_0^H \int_0^T \delta\theta \left( \gamma_0 c \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) \right) dz dt + \int_0^T \delta\theta \left( \alpha \psi + \lambda \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) \Big|_{z=H} dt = - \alpha_0 \int_0^T \delta D \left( \overset{n+1}{\theta} - T_g \right) \psi \Big|_{z=H} d\tau. \quad (9)$$

Умножим (7) на произвольную функцию  $U(z, t)$ , интегрируем по области  $Q$ . Тогда

$$\int_0^H dz \int_0^T \frac{\partial \delta W}{\partial t} u dt = \int_0^T dt \int_0^H \frac{\partial \delta \sigma}{\partial z} u dz.$$

Интегрируя по частям по  $z$  и  $t$ , имеем

$$\int_0^H dz \delta W u \Big|_{t=0}^{t=T} dz - \int_0^H dz \int_0^T \delta W \frac{\partial u}{\partial t} dt = \int_0^T dt \delta \sigma u \Big|_{z=0}^{z=H} dt - \int_0^T dt \int_0^H \delta \sigma \frac{\partial u}{\partial z} dz dt.$$

Полагая  $u(z, T)$  и учитывая начально-граничные условия (8), выводим

$$\begin{aligned} - \int_0^T dt \int_0^H \delta W \frac{\partial u}{\partial t} dt dz &= - \int_0^T dt \int_0^H \frac{\partial}{\partial z} (\delta W + \mu \delta \theta) D_n(z) \frac{\partial u}{\partial z} dz dt - \\ &- \int_0^T dt \int_0^H \delta D \frac{\partial W}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial z} dt dz - \int_0^T dt \int_0^H \delta D \mu \frac{\partial \theta}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial z} dt dz. \end{aligned}$$

Еще раз применяя формулу интегрирования по частям по переменной  $z$ , имеем

$$\begin{aligned} - \int_0^T dt \int_0^H \delta W \frac{\partial u}{\partial t} dt dz &= - \int_0^T dt \int_0^H (\delta W + \mu \delta \theta) D_n(z) \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=0}^{z=H} dt + \int_0^T dt \int_0^H (\delta W + \mu \delta \theta) \frac{\partial}{\partial z} \left( D_n(z) \frac{\partial u}{\partial z} \right) dz dt - \\ &- \int_0^T dt \int_0^H \delta D \frac{\partial W}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial z} dt dz - \int_0^T dt \int_0^H \mu \delta D \frac{\partial \theta}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial z} dt dz. \end{aligned}$$

Полагая  $\frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0$ , и собирая подобные величины, получаем равенство

$$\begin{aligned} - \int_0^T dt \int_0^H \delta W \left( \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left( D_n(z) \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right) dz dt - \int_0^T dt \int_0^H \delta \theta \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu D_n(z) \frac{\partial u}{\partial z} \right) dz dt + \int_0^T dt \left( \delta \theta \mu D_n(z) \frac{\partial u}{\partial z} \right) \Big|_{z=H} dt + \\ + \int_0^T dt \left( \delta W D_n(z) \frac{\partial u}{\partial z} \right) \Big|_{z=H} dt = - \int_0^T dt \int_0^H \delta D \frac{\partial W}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial z} dt dz - \int_0^T dt \int_0^H \delta D \mu \frac{\partial \theta}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial z} dt dz. \end{aligned}$$

Складывая последнее равенство с соотношением (9), получим

$$\begin{aligned} - \int_0^T dt \int_0^H \delta \theta \left( \gamma_0 c \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu D_n(z) \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right) dz dt - \int_0^T dt \int_0^H \delta W \left( \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left( D_n(z) \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right) dz dt + \\ + \int_0^T dt \left( \alpha \psi + \lambda \frac{\partial \psi}{\partial z} + \mu D_n(z) \frac{\partial u}{\partial z} \right) \Big|_{z=H} dt + \int_0^T dt \left( \delta W D_n(z) \frac{\partial u}{\partial z} \right) \Big|_{z=H} dt = - \int_0^T dt \int_0^H \delta D \frac{\partial W}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial z} dt dz - \\ - \int_0^T dt \int_0^H \delta D \mu \frac{\partial \theta}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial z} dz dt - \alpha_0 \int_0^T dt \left( \theta - T_\varepsilon \right) \psi \Big|_{z=H} dt. \end{aligned}$$

Предполагаем, что имеют место равенства

$$\gamma_0 c \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu D_n(z) \frac{\partial u}{\partial z} \right) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left( D_n(z) \frac{\partial u}{\partial z} \right) = 0,$$

$$\left( \alpha \psi + \lambda \frac{\partial \psi}{\partial z} + \mu D_n(z) \frac{\partial u}{\partial z} \right) \Big|_{z=H} = 2(\theta(H, t) - T_g(t)),$$

$$D_n(z) \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=H} = 2A_0(W(H, t) - W_g(t)).$$

Тогда справедливо соотношение

$$\begin{aligned} & 2 \int_0^T \delta \theta (\theta(H, t) - T_g(t)) \Big|_{z=H} dt + 2A_0 \int_0^T \delta W (W(z, t) - W_g(t)) \Big|_{z=H} dt = \\ & = - \int_0^T \int_0^H \delta D \frac{\partial u}{\partial z} \left( \frac{\partial W}{\partial z} + \mu \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) dz dt - \alpha_0 \int_0^T \delta D (\theta - T_g) \psi \Big|_{z=H} d\tau. \end{aligned} \quad (10)$$

Следующее значение коэффициента диффузии находится из минимизаций функционала

$$J(D) = \int_0^T (\theta(H, t) - T_g(t))^2 dt + A_0 \int_0^T (W(H, t) - W_g(t))^2 dt.$$

В этом случае

$$\begin{aligned} J(D_{n+1}) - J(D_n) = & 2 \int_0^T \delta \theta (\theta(H, t) - T_g(t)) dt + 2A_0 \int_0^T \delta W (W(H, t) - W_g(t)) dt + \\ & + \int_0^T (\delta \theta)^2 \Big|_{z=H} dt + A_0 \int_0^T (\delta W)^2 \Big|_{z=H} dt. \end{aligned}$$

Учитывая (10), перепишем его в виде

$$\begin{aligned} J(D_{n+1}) - J(D_n) = & - \int_0^T \int_0^H \delta D \frac{\partial u}{\partial z} \left( \frac{\partial W}{\partial z} + \mu \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) dz dt - \int_0^T \int_0^H \delta D \frac{\partial u}{\partial z} \left( \frac{\partial \delta W}{\partial z} + \mu \frac{\partial \delta \theta}{\partial z} \right) dz dt + \\ & + A_0 \int_0^T (\delta W)^2 \Big|_{z=H} dt - \alpha_0 \int_0^T \delta D (\theta - T_g) \psi \Big|_{z=H} d\tau - \alpha_0 \int_0^T \delta D \delta \theta \psi \Big|_{z=H} d\tau. \end{aligned}$$

Интуитивно ясно, что знак  $J(D_{n+1}) - J(D_n)$  определяется первым интегралом, стоящим в правой части знака равенства. Поэтому предполагаем, что

$$\delta D = \beta_n(z) \int_0^T \frac{\partial u}{\partial z} \left( \frac{\partial W}{\partial z} + \mu \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) dt + \beta_n(z) \alpha_0 \int_0^T (\theta - T_g) \psi \Big|_{z=H} d\tau, \quad (11)$$

тогда

$$\begin{aligned} J(D_{n+1}) - J(D_n) = & - \int_0^H \beta_n(z) \left( \int_0^T \frac{\partial u}{\partial z} \left( \frac{\partial W}{\partial z} + \mu \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) dt \right)^2 dz - \\ & - \int_0^T \int_0^H \delta D \frac{\partial u}{\partial z} \left( \frac{\partial \delta W}{\partial z} + \mu \frac{\partial \delta \theta}{\partial z} \right) dz dt + \int_0^T (\delta \theta)^2 \Big|_{z=H} dt + A_0 \int_0^T (\delta W)^2 \Big|_{z=H} dt - \int_0^T \alpha_0 \delta D \delta \theta \psi \Big|_{z=H} dt. \end{aligned} \quad (12)$$

В ходе вывода формул (11) и (12) нами получены задачи

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left( D_n(z) \frac{\partial u}{\partial z} \right) = 0, \quad (13)$$

$$D_n(z) \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=H} = 2A_0(W(H,t) - W_g(t)), \quad \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0, \quad u(z,T) = 0, \quad (14)$$

$$\gamma_0 C \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu D_n(z) \frac{\partial u}{\partial z} \right) = 0, \quad (15)$$

$$\left( \alpha \psi + \lambda \frac{\partial \psi}{\partial z} + \mu D_n(z) \frac{\partial u}{\partial z} \right) \Big|_{z=H} = 2(\theta(H,t) - T_g(t)), \quad (16)$$

$$\psi(0,t) = 0, \quad \psi(z,T) = 0. \quad (17)$$

Структурная схема решения поставленной задачи:

1. Задается начальное приближение  $D_n(z)$ .
2. Решается задача (1), (2) и определяются  $\frac{\partial \theta}{\partial z}$  и  $\theta(H,t)$ .
3. Решается задача (3), (4) и определяется  $\frac{\partial W}{\partial z}$  и  $W(H,t)$ .
4. Решается первая сопряженная задача (13), (14) и определяется  $\frac{\partial u}{\partial z}$ .
5. Решается вторая сопряженная задача (15)-(17) и определяется  $\frac{\partial \psi}{\partial z}$ .
6. Из формулы (11) вычисляется  $D_{n+1}(z)$ .
7. Вычисляются функционалы  $J(D_{n+1})$ ,  $J(D_n)$ .
8. Если

$$\left| \frac{J(D_{n+1}) - J(D_n)}{J(D_n)} \right| < \varepsilon,$$

то за истинное значение коэффициента  $D(z)$  берется вычисленное  $D_{n+1}(z)$ .

#### Список литературы

1. Buckingham E. Studies on movement of soil moisture. U.S. Dep. Agric. Bur. of Soils. (Washington), 1907, Bull. 38.
2. Richards L.A. Capillary conduction of liquids through medians. - Physics, 1931, vol. 1, p.318-333.
3. Childs E.D. The transport of water through heavy clay soils. I, III. - j.Ag. Sci., 1936, vol. 26.
4. Полубаринова-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод. - М.: Наука, 1977. - 664 с.
5. Нерпин С.В. О расчете нестационарного движения влаги в почве / С.В. Нерпин, Г.И. Юзефович: Докл. ВАСХНИЛ. - №6. - 1966.
6. Мартынов Г.А. Тепло- и влагоперенос в промерзающих и оттаивающих грунтах. Основы геокриологии (мерзловедения) / Под. ред. Н.А. Цытович. - М., 1959. - Гл. VI. - С. 153-192.
7. Алифанов О.М. Обратные задачи теплообмена. - М.: Машиностроение, 1988. - 280 с.
8. Кабанихин С.И. Итерационные методы решения обратных и некорректных задач с данными на части границы / С.И. Кабанихин, М.А. Бектемисов, А.Т. Нурсейтова. - Алматы: Новосибирск, 2006. - 426 с.
9. Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи. - Новосибирск, 2009. - 457 с.
10. Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи для гиперболических уравнений / С.И. Кабанихин, К.Т. Исаков. - Алматы, 2007. - 331 с.
11. Рысбайулы Б. Идентификация коэффициента теплопроводности распространения тепла в неоднородной среде // Вестник КБТУ. - 2008. - №1. - С. 62-65.

12. Рысбайулы Б. Обратная задача кондуктивного распространения тепла в однородной среде / Б. Рысбайулы, А.Т. Байманкулов, Г.И. Махамбетова // Вестник НАН РК. – 2008. – №1. – С. 11-13.
13. Рысбайулы Б. Разностный метод определения коэффициента теплопроводности грунта в процессе промерзаний / Б. Рысбайулы, А.Т. Байманкулов, А.О. Исмаилов // Вестник НАН РК. – 2008. – №2. – С. 7-9.
14. Байманкулов А.Т. Определение коэффициента диффузии почвенной воды в однородной среде // Вестник НАН РК. – 2008. – №2. – С. 7-9.

Получено 13.04.10

УДК 519.62:624.131

**Б. Рысбайулы**

КБТУ, г. Алматы

**З.Б. Биртаева**

КГУ им. А. Байтурсынова, г. Костанай

#### ВАРИАЦИОННО-РАЗНОСТНЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ МНОГОСЛОЙНОГО ГРУНТА С УЧЕТОМ КОНВЕКЦИИ ВЛАГИ

*Постановка задачи.* Конвективный перенос тепла в грунте осуществляется водой или воздухом. Передвижение влаги в грунте может осуществляться либо в результате фильтрации (т.е. под воздействием гравитационных сил), либо в результате миграции (т.е. под воздействием «внутренних» сил, возникающих в самом грунте на поверхностях раздела вода-минеральный скелет), либо тем и другим путем одновременно. Г.А. Мартынов, А.М. Глобус [1,2] и другие ученые доказали, что механизм движения в обоих случаях совершенно одинаков, хотя силы, вызывающие его, различны. В работах [3-5] изучены математические свойства разностных схем для однородного грунта, а в работах [6, 7] изучен метод определения коэффициента теплопроводности однородного грунта с учетом конвекций влаги. В работах [8-10] изложены современные состояния теории обратных и некорректных задач. В области  $Q = (0, H) \cdot (0, T)$  рассматривается конвективное распространение тепла. Уравнение движения тепла записывается в следующем виде:

$$\gamma_0 c \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} \right). \quad (1)$$

Для уравнения (1) ставятся следующие начально-граничные условия:

$$\theta|_{z=0} = T_1, \quad \lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=H} = -\alpha(\theta|_{z=H} - T_b(t)), \quad \omega|_{t=0} = \omega_0(z). \quad (2)$$

Уравнение движения влаги записывается в следующем виде:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( D \frac{\partial \omega}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( D \mu \frac{\partial \theta}{\partial z} \right). \quad (3)$$

Уравнение влаги (2) решается при следующих условиях:

$$\omega|_{z=0} = \omega_1, \quad \frac{\partial \omega}{\partial z} \Big|_{z=H} = A(t), \quad \omega|_{t=0} = \omega_0(z). \quad (4)$$

Кроме того, при переходе от одного слоя к другому ставятся условия

$$\left[ \lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} \right]_{z=h_k} = 0, \quad \left[ D \frac{\partial \omega}{\partial z} + D\mu \frac{\partial \theta}{\partial z} \right]_{z=h_k} = 0 \quad [\theta]_{z=h_k} = 0, \quad [\omega]_{z=h_k} = 0, \quad k = 1, 2, \dots \quad (5)$$

Здесь  $z = h_k, k = 1, 2, \dots$  координаты точки перехода. Для того чтобы определить коэффициент теплопроводности задаются условия

$$\theta|_{z=0} = T_q(t), \quad \omega|_{z=H} = \omega_q(t). \quad (6)$$

*Разностная задача.*

В сеточной области

$$Q_N^m = \{z_i = i\Delta z, i = 1, 2, \dots, N-1; t_j = j\Delta t, j = 0, 1, \dots, m-1\}.$$

Изучается разностная задача для температуры:

$$\gamma_0 c Y_{i,\bar{t}}^{j+1} = (\lambda_n Y_{i,z}^{j+1})_{\bar{z}}, \quad (7)$$

$$Y_0^{j+1} = 0, \quad \lambda_n Y_{N,\bar{z}}^{j+1} + \alpha Y_N^{j+1} = \alpha T_b^{j+1}, \quad Y_i^0 = \theta_0(z_i), \quad i = 0, 1, \dots, N, \quad (8)$$

А также разностная задача для влажности:

$$W_{i,\bar{t}}^{j+1} = (DW_{i,z}^{j+1} + D\mu Y_{i,z}^{j+1})_{\bar{z}}, \quad (9)$$

$$W_0^{j+1} = 0, \quad W_{N,\bar{z}}^{j+1} = A(t_{j+1}), \quad W_i^0 = \omega_0(z_i). \quad (10)$$

Здесь  $Y_i^{j+1}$  и  $W_i^{j+1}$  – соответственно приближенные значения температуры и влаги в грунте. Параметры грунта, участвующие в системе (7) – (10), определяются в полужелтых точках

$$z_{i-1/2} = z_i - \frac{\Delta z}{2} = \left(i - \frac{1}{2}\right)\Delta z, \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

Считаем, что точки разрыва  $h_1$  и  $h_2$  попадают на целый узел сетки  $Q_N^m$ . В этом случае внутренние граничные условия (5) автоматически учитываются системой (7) и (9). Параметры грунта в системах (7) и (9) являются кусочно-постоянными функциями по  $z$ . Требуется определить коэффициент  $\lambda(z)$ .

*Приближенный метод для определения коэффициента теплопроводности.*

Зададим начальное приближение  $\lambda_n(z)$ , а следующее приближение определим из условия минимизаций функционала:

$$J(\lambda) = \sum_{j=0}^{m-1} (Y_N^{j+1} - T_q^{j+1})^2 \Delta t + A_0 \sum_{j=0}^{m-1} (W_N^{j+1} - \omega_q^{j+1})^2 \Delta t,$$

где заданные значения температуры и влаги на поверхности земли.

Рассмотрим последовательные значения коэффициента теплопроводности  $\lambda_n(z)$  и  $\lambda_{n+1}(z)$ . Решение системы при  $\lambda = \lambda_n$  обозначим через  $(Y_i^{j+1,n}, W_i^{j+1,n})$ , а при  $\lambda = \lambda_{n+1}$  обозначим через  $(Y_i^{j+1,n+1}, W_i^{j+1,n+1})$ . Разность этих величин обозначим через

$$\Delta Y_i^{j+1} = Y_i^{j+1,n+1} - Y_i^{j+1,n}, \quad \Delta W_i^{j+1} = W_i^{j+1,n+1} - W_i^{j+1,n}.$$

В целях упрощения записи иногда будем применять обозначения

$$Y_i^{j+1,n+1} = Y_i^{n+1} \quad \text{и} \quad Y_i^{j+1,n} = Y_i^{j+1}.$$

Тогда для разности  $\Delta Y_i^{j+1}$  и  $\Delta W_i^{j+1}$  получается разностная задача

$$\gamma_0 c \Delta Y_{i,\bar{i}}^{j+1} = (\lambda_n \Delta Y_{i,z}^{j+1} + \Delta \lambda Y_{i,z}^{n+1})_{\bar{z}}; \quad (11)$$

$$\Delta Y_0^{j+1} = 0, \quad \lambda_n \Delta Y_{N,\bar{z}}^{j+1} + \Delta \lambda Y_{N,\bar{z}}^{n+1} = -\alpha \Delta Y_N^{j+1}, \quad \Delta Y_i^0 = 0; \quad (12)$$

$$\Delta W_{i,\bar{i}}^{j+1} = (D \Delta W_{i,z}^{j+1} + D \mu \Delta Y_{i,z}^{j+1})_{\bar{z}}; \quad (13)$$

$$\Delta W_0^{j+1} = 0, \quad \Delta W_{N,\bar{z}}^{j+1} = 0, \quad \Delta W_i^0 = 0. \quad (14)$$

Для краткости изложения в дальнейшем используются обозначения:

$$\sigma_i^{j+1} = \lambda_n \Delta Y_{i,z}^{j+1} + \Delta \lambda Y_{i,z}^{n+1}, \quad \Delta R_i^{j+1} = D \Delta W_{i,z}^{j+1} + D \mu \Delta Y_{i,z}^{j+1}.$$

*Разностная задача с обратным временем.*

Умножим (11) на произвольную функцию  $X_i^j \Delta t \Delta z$  и суммируем по всем внутренним точкам области  $Q_N^m$ . Левую часть знака равенства суммируем по частям, по переменной  $j$ , а правую – переменной  $i$ . Тогда

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{N-1} (\gamma_0 c \Delta Y_i^m X_i^m - \gamma_0 c \Delta Y_i^0 X_i^0) \Delta z - \sum_{i,j} \Delta Y_i^{j+1} \gamma_0 c X_{i,\bar{i}}^j \Delta t \Delta z = \\ & = \sum_j (\sigma_{N-1}^{j+1} X_N^j - \sigma_0^{j+1} X_0^j) \Delta t - \sum_{i,j} \sigma_{i-1}^j X_{i,\bar{z}}^j \Delta t \Delta z. \end{aligned}$$

Предполагаем, что  $X_i^m = 0$ ,  $X_0^j$ ;  $(i, j) \in Q_N^m$ . Тогда, учитывая начально-граничные условия (12), выводим

$$- \sum_{i,j} \Delta Y_i^{j+1} \gamma_0 c X_{i,\bar{i}}^{j+1} \Delta t \Delta z = - \sum_j \alpha \Delta Y_N^{j+1} X_N^j \Delta t - \sum_{i,j} \lambda_n \Delta Y_{i,\bar{z}}^{j+1} X_{i,\bar{z}}^j \Delta t \Delta z - \sum_{i,j} \Delta \lambda Y_{i,\bar{z}}^{n+1} X_{i,\bar{z}}^j \Delta t \Delta z.$$

Вторую сумму в правой части знака равенства суммируем по частям по переменной  $i$ . Собирая подобные величины в левую часть знака равенства, получим:

$$- \sum_{i,j} \Delta Y_i^{j+1} (\gamma_0 c X_{i,\bar{i}}^{j+1} + (\lambda_n X_{i,z}^j)_{\bar{z}}) \Delta t \Delta z - \sum_j \Delta Y_N^{j+1} (\lambda_n X_{N,\bar{z}}^j + \alpha X_N^j) \Delta t = - \sum_{i,j} \Delta \lambda Y_{i,\bar{z}}^{n+1} X_{i,\bar{z}}^j \Delta t \Delta z. \quad (15)$$

Теперь умножим (13) на  $P_i^j \Delta t \Delta z$  и суммируем по всем внутренним узлам сетки  $\theta_N^m$ . Суммируем по частям по переменной  $i$  и  $j$ . Тогда

$$\sum_{i=1}^{N-1} (W_i^m P_i^m - W_i^0 P_i^0) \Delta z - \sum_{i,j} \Delta W_i^{j+1} P_{i,\bar{i}}^{j+1} \Delta t \Delta z = \sum_j (\Delta R_N^{j+1} P_N^j - \Delta R_1^{j+1} P_0^j) \Delta t - \sum_{i,j} \Delta R_{i-1}^{j+1} P_{i,\bar{z}}^j \Delta t \Delta z.$$

Положим, что  $P_i^m = 0$ ,  $P_0^j = 0$ , тогда, учитывая условие  $\Delta W_i^0 = 0$ , имеем равенство

$$- \sum_{i,j} \Delta W_i^{j+1} P_{i,\bar{i}}^{j+1} \Delta t \Delta z = \sum_j (D \Delta W_{N,\bar{z}}^{j+1} P_N^j + D \mu \Delta Y_{N,\bar{z}}^{j+1}) P_N^j \Delta t - \sum_{i,j} (D \Delta W_{\bar{z}}^{j+1} + D \mu \Delta Y_{\bar{z}}^{j+1}) P_{i,\bar{z}}^j \Delta t \Delta z.$$

Учитывая однородное граничное условие  $\Delta W_{N,\bar{z}}^{j+1} = 0$  и применяя формулу (суммирование по частям), выводим

$$\begin{aligned} & - \sum_{i,j} \Delta W_i^{j+1} P_{i,\bar{i}}^{j+1} \Delta t \Delta z - \sum_j D \mu \Delta Y_{N,\bar{z}}^{j+1} P_N^j \Delta t = - \sum_j (D \Delta W_N^{j+1} + D \mu \Delta Y_N^{j+1}) P_{N,\bar{z}}^j \Delta t + \\ & + \sum_j (D \Delta W_0^{j+1} + D \mu \Delta Y_0^{j+1}) P_{1,\bar{z}}^j \Delta t \Delta z + \sum_{i,j} \Delta W_i^{j+1} (D P_{i,z}^j)_{\bar{z}} \Delta t \Delta z + \sum_{i,j} \Delta Y_i^{j+1} (D \mu P_{i,z}^j)_{\bar{z}} \Delta t \Delta z. \end{aligned}$$

Учитывая однородные условия

$$\Delta W_0^{j+1} = 0, \quad \Delta Y_0^{j+1} = 0$$

и перегруппируя слагаемые, записываем предпоследнее равенство в виде

$$\begin{aligned} & - \sum_{i,j} \Delta W_i^{j+1} \left[ P_{i,\bar{i}}^{j+1} + (DP_{i,\bar{i}}^j)_{\bar{z}} \right] \Delta t \Delta z - \sum_{i,j} \Delta Y_i^{j+1} (D\mu P_{i,\bar{i}}^j)_{\bar{z}} \Delta t \Delta z + \sum_j \frac{D\mu\alpha}{\lambda_n} \Delta Y_N^{j+1} P_N^j \Delta t - \\ & - \sum_j \frac{D\mu\Delta\lambda}{\lambda_n} Y_{N,\bar{z}}^{n+1} P_N^j \Delta t + \sum_j \Delta W_N^{j+1} DP_{N,\bar{z}}^{j+1} \Delta t + \sum_j \Delta Y_N^{j+1} D\mu P_{N,\bar{z}}^j \Delta t - \sum_{i,j} \Delta Y_i^{j+1} (D\mu P_{i,\bar{i}}^j)_{\bar{z}} \Delta t \Delta z = 0. \end{aligned}$$

Полученное равенство складываем с равенством (15). Тогда

$$\begin{aligned} & - \sum_{i,j} \Delta Y_i^{j+1} (\gamma_0 c X_{i,\bar{i}}^{j+1} + (\lambda_n X_{i,\bar{i}}^j)_{\bar{z}} + (D\mu P_{i,\bar{i}}^j)_{\bar{z}}) \Delta t \Delta z - \sum_{i,j} \Delta W_i^{j+1} (P_{i,\bar{i}}^{j+1} + (DP_{i,\bar{i}}^j)_{\bar{z}}) \Delta t \Delta z + \\ & + \sum_j \Delta W_N^{j+1} DP_{N,\bar{z}}^j \Delta t + \sum_j \Delta Y_N^{j+1} \left( \lambda_n X_{N,\bar{z}}^j + \alpha X_N^j + \frac{D\mu\alpha}{\lambda_n} P_N^j + D\mu P_{N,\bar{z}}^j \right) \Delta t + \sum_j \frac{D\mu\Delta\lambda}{\lambda_n} Y_{N,\bar{z}}^{n+1} P_N^j \Delta t = \\ & = - \sum_{i,j} \Delta \lambda Y_{i,\bar{z}}^{n+1} X_{i,\bar{z}}^j \Delta t \Delta z. \end{aligned}$$

Предполагаем, что для функции  $X_i^j$  и  $P_i^j$  имеют место равенства

$$\gamma_0 c X_{i,\bar{i}}^{j+1} + (\lambda_n X_{i,\bar{i}}^j)_{\bar{z}} + (D\mu P_{i,\bar{i}}^j)_{\bar{z}} = 0, \quad P_{i,\bar{z}}^{j+1} + (DP_{i,\bar{z}}^j)_{\bar{z}} = 0.$$

Тогда

$$\begin{aligned} & \sum_j \Delta W_N^{j+1} DP_{N,\bar{z}}^j \Delta t + \sum_j \frac{D\mu\Delta\lambda}{\lambda_n} Y_{N,\bar{z}}^{n+1} P_N^j \Delta t + \sum_j \Delta Y_N^{j+1} \left( \lambda_n X_{N,\bar{z}}^j + \alpha X_N^j + \frac{D\mu\alpha}{\lambda_n} P_N^j + D\mu P_{N,\bar{z}}^j \right) \Delta t = \\ & = - \sum_{i,j} \Delta \lambda Y_{i,\bar{z}}^{n+1} X_{i,\bar{z}}^j \Delta t \Delta z. \end{aligned}$$

Пусть имеют место равенства

$$\begin{aligned} DP_{N,\bar{z}}^j &= 2(W_N^{j+1} - \omega_q^{j+1})A_0, \\ \lambda_n X_{N,\bar{z}}^j + \alpha X_N^j + \frac{D\mu\alpha}{\lambda_n} P_N^j + D\mu P_{N,\bar{z}}^j &= 2(Y_N^{j+1} - T_q^{j+1}). \end{aligned}$$

На основе этих равенств получается соотношение

$$\begin{aligned} & 2A_0 \sum_j \Delta W_N^{j+1} (W_N^{j+1} - \omega_q^{j+1}) \Delta t + 2 \sum_j \Delta Y_N^{j+1} (Y_N^{j+1} - T_q^{j+1}) \Delta t = \\ & = - \sum_j \frac{D\mu\Delta\lambda}{\lambda_n} Y_{N,\bar{z}}^{n+1} P_N^j \Delta t - \sum_{i,j} \Delta \lambda Y_{i,\bar{z}}^{n+1} P_{i,\bar{z}}^j \Delta t \Delta z. \end{aligned}$$

Подставляя граничное условие из (8) при  $i = N$ , получим

$$\begin{aligned} & 2A_0 \sum_j \Delta W_N^{j+1} (W_N^{j+1} - \omega_q^{j+1}) \Delta t + 2 \sum_j \Delta Y_N^{j+1} (Y_N^{j+1} - T_q^{j+1}) \Delta t = \\ & = \sum_j \frac{D\mu\alpha}{\lambda_n^2} \Delta \lambda (Y_N^{j+1} - T_q^{j+1}) P_N^j \Delta t - \sum_{i,j} \Delta \lambda Y_{i,\bar{z}}^{n+1} X_{i,\bar{z}}^j \Delta t \Delta z. \end{aligned} \tag{16}$$

Собирая поставленные условия для функции  $X_i^j$  и  $P_i^j$ , получаем задачу

$$\begin{aligned} & P_{i,\bar{i}}^{j+1} + (DP_{i,\bar{i}}^j)_{\bar{z}} = 0; \\ & P_i^m = 0, \quad DP_{N,\bar{z}}^j = 2(W_N^{j+1} - \omega_q^{j+1}), \quad P_0^j = 0; \\ & \gamma_0 c X_{i,\bar{i}}^{j+1} + (\lambda_n X_{i,\bar{i}}^j)_{\bar{z}} + (D\mu P_{i,\bar{i}}^j)_{\bar{z}} = 0; \end{aligned}$$



$$X_i^m = 0, \quad X_0^j = 0;$$

$$\lambda_n X_{N,\bar{z}}^j + \alpha X_N^j + \frac{D\mu\alpha}{\lambda_n} P_N^j + D\mu P_{N,\bar{z}}^j = 2(Y_N^{j+1} - T_q^{j+1}).$$

*Приближенный метод для определения коэффициента теплопроводности.*

Вычисляем разность функционала  $J(\lambda)$  в последовательных точках  $\lambda_n(z)$  и  $\lambda_{n+1}(z)$ .

То есть

$$J(\lambda_{n+1}) - J(\lambda_n) = 2 \sum_j Y_N^{j+1} (Y_N^{j+1} - T_q^{j+1}) \Delta t + \sum_j (\Delta Y_N^{j+1})^2 \Delta t +$$

$$+ 2A_0 \sum_j (W_N^{j+1} - \omega_q^{j+1}) \Delta W_N^{j+1} \Delta t + \sum_j (\Delta W_N^{j+1})^2 \Delta t.$$

Учитывая ранее полученное равенство (16), выводим, что

$$J(\lambda_{n+1}) - J(\lambda_n) = \sum_j \frac{D\mu\alpha}{\lambda_n^2} \Delta \lambda (Y_N^{j+1} - T_q^{j+1}) P_N^j \Delta t - \sum_{i,j} \Delta \lambda Y_{i,\bar{z}}^{j+1} P_{i,\bar{z}}^j \Delta t \Delta z + \sum_j \frac{D\mu\alpha}{\lambda_n^2} \Delta \lambda \Delta Y_N^{j+1} P_N^j \Delta t -$$

$$- \sum_{i,j} \Delta \lambda \Delta Y_{i,\bar{z}}^{j+1} P_{i,\bar{z}}^j \Delta t \Delta z + \sum_j (\Delta Y_N^{j+1})^2 \Delta t + A_0 \sum_j (\Delta W_N^{j+1})^2 \Delta t.$$

Если

$$\Delta \lambda(z) = -\beta_n(z) \left( \sum_j \frac{D\mu\alpha}{H\lambda_n^2} (Y_N^{j+1} - T_q^{j+1}) P_N^j \Delta t - \sum_{j=0}^{m-1} Y_{i,\bar{z}}^{j+1} X_{i,\bar{z}}^j \Delta t \right) = -\beta_n(z_i) B_n(z_i), \quad (17)$$

то

$$J(\lambda_{n+1}) - J(\lambda_n) = - \sum_{i=1}^N \beta_n(z_i) B_n^2(z_i) \Delta z + \sum_j \frac{D\mu\alpha}{\lambda_n^2} \Delta \lambda \Delta Y_N^{j+1} P_N^j \Delta t -$$

$$- \sum_{i,j} \Delta \lambda \Delta Y_{i,\bar{z}}^{j+1} X_{i,\bar{z}}^j \Delta t \Delta z + \sum_j (\Delta Y_N^{j+1})^2 \Delta t + A_0 \sum_j (\Delta W_N^{j+1})^2 \Delta t.$$

Из равенства  $\Delta \lambda = -\beta_n(z) B_n(z)$  суммируя по всем узлам сетки от  $h_k$  до  $h_{k+1}$ , получим

$$\sum_i \lambda_{n+1}(z_i) \Delta z - \sum_i \lambda_n(z_i) \Delta z = - \sum_i \beta_n(z_i) B_n(z_i) \Delta z.$$

Учитывая кусочно-постоянность функции  $\lambda(z)$ , положим, что  $\lambda(z_i) = \lambda(h_k)$ ,  $k = 0, 1, 2$ .

Поэтому

$$\lambda_{n+1}(h_k) - \lambda_n(h_k) = - \frac{\beta_n(h_k)}{h_{k+1} - h_k} \sum_i B_n(z_i) \Delta z.$$

Из этого равенства определяется следующее приближение коэффициента теплопроводности грунта.

#### Список литературы

1. Мартынов Г.А. Тепло- и влагоперенос в промерзающих и оттаивающих грунтах. Основы геокриологии (мерзлотоведения) / Под. ред. Н.А. Цытович. - М.: 1959. - Гл. VI. - С. 153-192.
2. Глобус А.М. Физика неизотермического внутрипочвенного влагообмена. - Л.: Гидрометиздат, 1983. - 279 с.
3. Рысбайулы Б. Обратная задача кондуктивного распространения тепла в однородной среде / Б. Рысбайулы, А.Т. Байманкулов, Г.И. Маханбетова // Вестник НАН РК. - 2008. - № 1. - С. 11-13.
4. Рысбайулы Б. Разностный метод определения коэффициента теплопроводности грунта в

- процессе промерзаний / Б. Рысбайулы, А.Т. Байманкулов, А.О. Исмаилов // Вестник НАН РК. – 2008. – №2. – С. 7-9.
5. Жумагулов Б.Т. Сходимость разностной схемы для обобщенной задачи Стефана конвективного распространения влаги / Б.Т. Жумагулов, Б. Рысбайулы, А.А. Адамов // Вестник НАН РК. – 2007. – №5. – С. 30-41.
  6. Рысбайулы Б. Итерационный метод определения коэффициента теплопроводности с учетом конвекции влаги в однородной среде / Б. Рысбайулы, З.Б. Биртаева // Вестник КВТУ. – 2009.
  7. Рысбайулы Б. Сходимость итерационного метода определения коэффициента теплопроводности с учетом конвекции влаги в однородной среде / Б. Рысбайулы, З.Б. Биртаева // Вестник КВТУ. – 2010.
  8. Кабанихин С.И. Итерационные методы решения обратных и некорректных задач с данными на части границы / С.И. Кабанихин, М.А. Бектемисов, А.Т. Нурсейтова. – Алматы: Новосибирск, 2006. – 426 с.
  9. Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи. – Новосибирск, 2009. – 457 с.
  10. Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи для гиперболических уравнений / С.И. Кабанихин, К.Т. Исаков. – Алматы, 2007. – 331 с.
  11. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М: Наука, 1989. – 620 с.

Получено 13.05.10

УДК 621.31:631.3

**К.К. Тулегенов**

ЗКАТУ им. Жангир хана, г. Уральск

#### ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОВОГО РЕЖИМА БЫТОВОГО ЭЛЕКТРОИНКУБАТОРА В ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССАХ

Необходимость изучения тепловых характеристик бытовых электроинкубаторов (БЭИ) в переходных процессах обусловлена, прежде всего, использованием продукции птицеводства в частном секторе. В настоящее время это привело к проблеме, связанной с частными и фермерскими птицеводствами, в которых требуются малогабаритные электроинкубаторы. В связи с этим возникла задача нагрева и охлаждения инкубатора.

Тепловые процессы являются динамическими, связанными с изменением теплосодержания нагреваемых яиц и материалов инкубатора. Температура яиц всегда находится в переходных режимах: охлаждение – нагревание – охлаждение. На эти процессы накладываются факторы регулирования температуры. Наиболее часто на практике используют двухпозиционное регулирование [1,2]. Для обеспечения требуемых по технологии режимов инкубации важно правильно согласовать динамические свойства инкубатора и регулятора.

Процессы охлаждения и нагрева во времени делятся на две стадии: хаотического процесса, которые характеризуются заметным влиянием на температурное поле начального состояния системы, и регулярного режима. С течением времени это влияние ослабевает, и хаотичный процесс переходит в упорядоченную регулярную стадию. В этом режиме закон изменения температурного поля во времени хорошо описывается экспоненциальной формой.

Обе стадии учитываются в специальных теплотехнических исследованиях [3,4]. При изучении электронагревательных установок обычно учитывают стационарный режим. Это вполне оправдано малой продолжительностью хаотичного режима.

Исследование динамических свойств имеет две цели: 1 - изучить влияние параметров инкубатора на точность поддержания заданной температуры; 2 - выявить возможность

использования инерционных свойств инкубатора для поддержания заданной температуры при перерывах в электроснабжении.

Объект изучения может быть представлен расчётной схемой (рис. 1). При этом дополнительно учитывается масса нагреваемых тел  $M_i$  и их теплоёмкость  $c_i$ . Принимаются традиционные допущения: все теплотехнические характеристики не зависят от температуры, масса и теплоёмкость принимаются по усреднённым данным, т.е. на первом этапе рассматривается нагрев однородного тела массой  $M$ , окруженного теплоизоляционной оболочкой с вентиляционными отверстиями.

Уравнение теплового баланса инкубатора за малый промежуток времени  $d\tau$  имеет вид:

$$dW_H = dW_c + dW_o + dW_e, \quad (1)$$

где  $dW_H, dW_c, dW_o, dW_e$  – количество теплоты, подводимой от электронагревателя, идущей на изменение теплосодержания тела, связанного с потерями через ограждения и вентилируемый воздух.

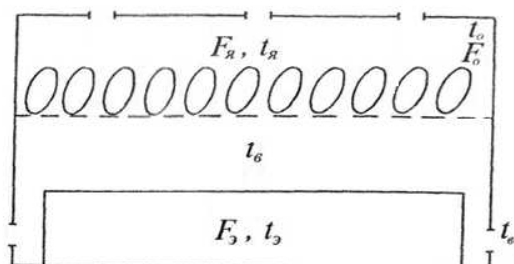


Рисунок 1 – Расчётная схема БЭИ

Распишем составляющие теплового баланса в развёрнутом виде:

$$\left. \begin{aligned} dW_H &= P_H d\tau, \\ dW_c &= cM dt, \\ dW_o &= k_0 F_0 (t_в - t_{вo}) d\tau, \\ dW_e &= Q q_в (t_в - t_{вo}) d\tau, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $P_H$  – мощность нагревателя, Вт;  $M$  – удельная теплоёмкость, Дж/кг °С;  $c$  – масса, кг;  $k_0, F_0$  – коэффициент теплоотдачи, Вт/м °С, и площадь ограждения, м²;  $Q$  – расход воздуха, кг/с;  $q_в$  – удельные потери с воздухом, Вт / °С;  $t_{вo}$  – температура наружного воздуха, °С;  $t_в = t_p$  – температура воздуха в внутри объема, °С.

Подставим (2) в (1) и получим:

$$P_H d\tau = cM dt + (k_0 F_0 + Q q_в)(t_в - t_{вo}) d\tau. \quad (3)$$

Преобразуем (3) в однородное дифференциальное уравнение

$$[cM / (k_0 F_0 + Q q_в)] \cdot dt_в / d\tau + t_в - [t_{вo} + P_H / (k_0 F_0 + Q q_в)] = 0.$$

Введём обозначения:  $T_H$  – постоянная времени нагрева инкубатора;  $t_y$  – установившаяся температура тела (воздуха).

$$T_H = cM / (k_0 F_0 + Q q_в), \quad (4)$$

$$t_y = t_{вo} + P_H / (k_0 F_0 + Q q_в). \quad (5)$$

Окончательно уравнение теплового баланса примет вид

$$T_H dt_e / d\tau + t_e - t_y = 0. \quad (6)$$

Дифференциальное уравнение первого порядка имеет известное решение для случая нагревания инкубатора [5-8]:

$$t_e = t_{eo} \cdot e^{-\tau/T_H} + t_y (1 - e^{-\tau/T_H}). \quad (7a)$$

При изучении процесса охлаждения инкубатора в уравнении теплового баланса принимаем  $P_H = 0$ . Все остальные факторы оставляем неизменными, и уравнение охлаждения можно записать в следующем виде:

$$t_b = t_y \cdot e^{-\tau/T_H} + t_{bo} (1 - e^{-\tau/T_H}). \quad (7b)$$

Внешне это уравнение совпадает с известными исследованиями нагрева (охлаждения) однородного тела [9-12]. Но по существу имеет заметное отличие, которое обусловлено вентиляцией инкубатора.

При нагревании и охлаждении инкубатора температура яиц изменяется по экспоненциальному закону. Изменение температурного градиента зависит от продолжительности переходного периода:

$$dt/d\tau = [(t_y - t_{eo})/T_H] \cdot e^{\tau/T_H}. \quad (8)$$

Интенсивность нагрева или охлаждения снижается по мере увеличения или уменьшения температуры. Наибольшее изменение температурного градиента соответствует начальному моменту, т. е. при  $\tau = 0$

$$dt/d\tau|_{\tau=0} = [(t_y - t_{eo})/T_H]. \quad (9)$$

Этот фактор имеет значительное влияние на стабильность температуры при перерывах в электроснабжении. В таких случаях желательно иметь наименьшую скорость, чтобы в период отключения инкубатора его температура не снизилась ниже допустимого предела. Заметим, что максимально допустимое значение температуры зависит от продолжительности такого режима. Ранее было показано, что при продолжительном отклонении от оптимального режима выводимость подчиняется закону Х.Ж. Баротта. При кратковременном снижении температуры эта закономерность не соблюдается [5]. Например, можно считать, что без заметного снижения выводимости можно отступать от оптимального режима на 1,0-1,5 °C на 2-4 ч. Поэтому в дальнейшем примем возможность снижения температуры яиц на 1 ос. в течение 3 ч. Другими словами скорость снижения температуры не должна быть выше 0,35 °C/ч.

На основании изложенного по уравнению (9) можно найти требуемую постоянную времени нагрева инкубатора. Ранее отмечено:

$$t_y = 40^\circ \text{C}, t_{eo} = 20^\circ \text{C}.$$

Тогда получим:

$$0,35 = (t_y - t_{eo})/T_H = (40 - 20)/T_H.$$

Отсюда находим:

$$T_H = (t_y - t_{eo})/0,35 = 20/0,35 = 57 \text{ ч}. \quad (10)$$

Полученный результат имеет важное значение для разработки БЭИ. Однако его использование ограничено из-за недостаточной точности расчёта, поскольку уравнение (9) предполагает постоянную скорости охлаждения. Такое допущение оправдано при  $\Delta\tau \rightarrow 0$ .

Возможная продолжительность перерыва в электроснабжении достигает 3-4 ч, для этого периода нельзя считать, что  $dt/d\tau = const$ , а следует учитывать экспоненциальное затухание скорости. Поэтому, необходимо подробнее рассмотреть процесс охлаждения инкубатора. Из уравнения (7) видно, что основное влияние на скорость охлаждения инкубатора оказывает постоянная времени нагрева (охлаждения)  $T_H$  (в дальнейшем будем называть - постоянной инкубатора). Важность этого параметра в динамических свойствах теплотехнических процессов поддерживает то, что в классической теории теплопередачи (Г.М. Кондратьев, Г.Н. Дульнев и др.) он называется темп охлаждения (нагрева).

Рассмотрим подробнее уравнение постоянной времени нагрева инкубатора (4). Для этого запишем коэффициент теплопередачи по известному выражению [5,13] и подставим в (4). В результате чего получим:

$$T_H = cM / [F_0 / (1/\alpha_\delta + \lambda/\delta + 1/\alpha_H) + Qq_\delta]. \quad (11)$$

Поскольку градиент температур в стенке инкубатора значительно больше, чем градиент от среды к стенке, то выражение (9) можно упростить:

$$T_H = cM / (F \lambda/\delta + Qq_\delta). \quad (12)$$

Ранее было показано (10), что желательно иметь в БЭИ большую постоянную инкубатора. Оценим, какое предельное значение может иметь  $T_H$  по (12). Получаем, что в инкубаторе использована идеальная теплоизоляция:  $\lambda \rightarrow 0$  (это можно выполнить при изготовлении стенок из пенопласта толщиной около 80 мм). Из (12) находим максимальное  $T_H$  (при  $\lambda \rightarrow 0$ )

$$T_{H\max} = cM / Qq_\delta. \quad (13)$$

В результате чего получаем, что в инкубаторе максимальное значение постоянной нагрева (охлаждения) всегда ограничено потерями теплоты на вентиляцию. Ни улучшение теплоизоляции, ни увеличение теплоемкости инкубатора не позволяют кардинально увеличить постоянную охлаждения.

Для анализа особенностей динамических свойств инкубатора сравним его постоянную охлаждения с аналогичным объектом по теплоемкости и теплоизоляции но без вентиляции.

$$T_H^* = T_H / T = \{C_H M_H / (q_{on} + Qq_\delta)\} \cdot \{q_{on} / C_H M_H\} = 1 / (1 + q_\delta^*), \quad (14)$$

где  $q_{on}$  – теплотери через ограждение;  $q_\delta^* = Qq_\delta / q_{on}$  – относительные потери через вентиляцию.

На основании расчетов по (14) построена зависимость постоянной инкубатора от интенсивности вентиляции (рис. 2). Отсюда видно, что кардинальным способом увеличения тепловой инерционности является прекращение вентиляции. Частичное ограничение расхода воздуха мало увеличивает постоянную инкубатора.

Полученные результаты позволяют сделать важный вывод: для увеличения продолжительности периода стабильной температуры инкубатора при его отключении от источника электроснабжения необходимо отключать вентиляцию. Эти меры могут дополняться увеличением теплоемкости инкубатора за счет применения теплоемких электронагревателей.

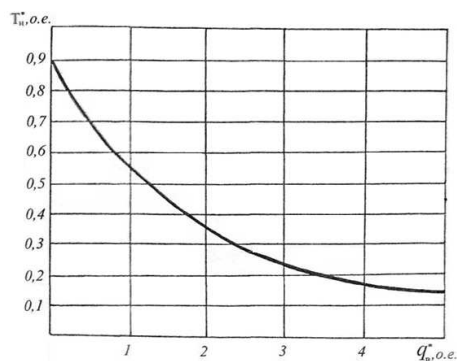


Рисунок 2 – Влияние интенсивности охлаждения на постоянную температуру инкубатора

## Список литературы

1. Попов Е.М. Автоматическое регулирование и управление. – М.: Наука, 1966. – 388 с.
2. Славин Р.М. Комплексная механизация и автоматизация промышленного птицеводства. – М., 1978. – 320 с.
3. Григорьев В.А. Тепломассообмен. Теплотехнический эксперимент: Справочник. – М.: Энергоиздат, 1982. – 512 с.
4. Преображенский В.И. Теплотехнические измерения и приборы. – М.: Энергия, 1978. – 702 с.
5. Лев М.А. Основы теории и расчёта инкубаторов. – М.: Машиностроение, 1972. – 240 с.
6. Дульнев Г.Н. Теплообмен в радиоэлектронных аппаратах / Г.Н. Дульнев, Э.М. Семяшкин. – Л.: Энергия, 1968. – 360 с.
7. Русланов Г.В. и др. Отопление и вентиляция жилых и гражданских зданий. Проектирование. – Киев: Будивельник, 1983. – 272 с.
8. Юренев В.Н. Теплотехнический справочник. – М.: Энергия, 1976. – 896 с.
9. Колесникова Т.К. Отопление, вентиляция, сушка. – М.: Лёгкая индустрия, 1972. – 240 с.
10. Кирюшатов А.И. Тепломассообмен в технологических процессах сельскохозяйственного производства. – Саратов: Саратов. СХИ, 1980. – 148 с.
11. Краус А.Д. Охлаждение электронного оборудования. – М.: Энергия, 1971. – 247 с.
12. Панин В.Г. Основы теплотехники, отопление, сушка и охлаждение. – М.: Лёгкая индустрия, 1980. – 384 с.
13. Михеев М.А. Основы теплопередачи. – М.; Л.: Энергия, 1947. – 415 с.

Получено 4.05.10

УДК 637.5.07

**Ж.З. Уразбаев**

СГУ им. Шакарима, г. Семей

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КРОВИ НА ПИЩЕВЫЕ ЦЕЛИ**

Высокое содержание белка минеральных солей, а также наличие углеводов, витаминов и хорошие функциональные свойства крови определяют использование ее в производстве различных продуктов питания. Направления переработки и использования пищевой крови для производства мясопродуктов достаточно широки. Многочисленными исследованиями показано, что цельную кровь применяют при выработке кровяных колбас, паштетов, зельцев, консервов, мясных, хлебных и других фаршевых мясопродуктов.

В различных странах наблюдаются отличительные особенности в направлении использования крови [1].

В Англии пищевая кровь в количестве 5 % применяется при выработке паштетов, пудингов, студней, кровяных хлебов и колбас.

В США определенное количество крови направляется на производство технических (альбумин) и фармацевтических (сыворотка) препаратов, часть ее идет в пищевую промышленность. Но основную массу крови используют для получения кормовой муки.

Во Франции кровь расходуется для технических целей и очень небольшая часть ее идет на выработку кровяных колбас [2].

Фирма «Trappe – Mantic» выпускает линию, производительностью 7 тонн в смену, с помощью которой собирают и перерабатывают кровь вплоть до замораживания и фасовки замороженных продуктов в картонные коробки.

В Финляндии около 30 % пищевой крови животных используется для изготовления готовых продуктов, в частности блинов для питания детей школьного возраста. Значительное количество крови охлаждают, упаковывают в пакеты и реализуют в охлажденном виде.

В Германии цельная кровь является основным компонентом рецептуры (до 50 % к массе фарша) кровяных колбас, зельцев, консервов.

В Венгрии кровь частично используется для производства медицинских препаратов (гематогена, фибринных пленок, тромбина), а также для выработки колбас и консервов.

На предприятиях Румынии собирают систематически лишь кровь крупного рогатого скота, используя ее главным образом в вареном виде для кормления скота и птицы. Незначительное количество крови направляют на колбасные фабрики для приготовления кровяного тельца и на заводы химической промышленности для производства жидкого гематогена и технического альбумина.

В Польше около 20 % собираемой крови расходуется для производства кровяных колбас и зельцев [3].

Наряду с использованием цельной крови возросло потребление и ее фракций – форменных элементов и сыворотки (плазмы).

Авторы В.А. Алексахина и М.Л. Файвишевский считают, что если пищевые достоинства 1 кг говядины второго сорта принять за 100 %, то этот показатель для говядины третьего сорта составит 81,2 %, свинины второго сорта – 92,4 %, сухой плазмы – 46,2 %, замороженной плазмы – 37,6 %, обезжиренного сухого молока – 25,8 %, казеината натрия – 16,1 %. Среди всех вышеуказанных добавок наиболее дешевой является плазма крови. Поэтому, учитывая ее относительно низкую стоимость и достаточно высокую пищевую ценность, плазма крови является наиболее оправданным продуктом в качестве заменителя мясного сырья.

Плазму крови используют для выработки паштетных консервов, а также пельменей и котлет [4], с целью повышения качества хлеба и других мучных изделий.

Установлено, что плазма или сыворотка крови является полноценным заменителем яичного белка в кондитерской промышленности: 1 литр плазмы заменяет белок от 15 яиц.

Исследованиями многих авторов доказано, что при введении в фарш до 20 % плазмы улучшается аминокислотный баланс белковой части готового продукта, увеличивается выход изделий, параллельно уменьшаются все реологические показатели фарша и повышается его ценность.

В Германии, Дании, Венгрии, Норвегии и Польше до 10 % плазмы пищевой крови добавляют к колбасному фаршу для производства колбасных изделий [5].

Подсчитано, что каждые три тонны светлой пищевой плазмы (сыворотки) позволяет экономить 1 т мяса при производстве колбасных изделий.

В Канаде плазму крови добавляют в количестве 4-10 % в рецептуру различных варе-

ных, копченых и сырокопченых колбас.

3 % плазмы вносят в венские сосиски, булонскую колбасу, бифштексы и мясные хлебы для лучшей водосвязывающей и эмульгирующей способности, а также для получения готового изделия.

В Швеции выпускают сухую плазму крови, используемую в качестве заменителя белков мяса при выработке мясных изделий. В Японии предложен способ получения заменителя мяса с помощью реакции протеина плазмы крови и яичного альбумина с рибозой, фруктозой или фосфатами в присутствии воды при повышенной температуре и с последующими добавлениями аминокислот или органических кислот. Продукт применяют для изготовления сыров.

С точки зрения количественного содержания белков и органического железа, входящего в состав гемоглобина, наибольшую ценность представляют форменные элементы.

Вопросу использования крови при производстве мясопродуктов в виде форменных элементов или составных частей глобина посвящены работы советских и зарубежных авторов: Н.Е. Смирницкая и др. (1973); Т.П. Перкель (1981); Kaspe W. (1977); Wensel Siegfried Becghan (1979), recommending применение их для стабилизации цвета мясных продуктов с белковыми добавками, в производстве вареных колбас, мясных хлебов, сарделек, пудингов, пирожков с мясной начинкой и в рубленых шницелях.

Ряд исследователей считают наиболее перспективным направлением использования белков крови получение из нее белковых продуктов, обладающих высокой растворимостью, хорошими эмульгирующими и вспенивающими свойствами. Этот прием открывает широкие возможности более полного использования крови на пищевые цели, позволяет заменить 10-30 % мясного сырья, повысить пищевую ценность готовых продуктов, увеличить выход.

Кровь и ее фракции применяют в качестве сырья для производства белковых гидролизатов, выпускаемых в виде коагулятов или в высушенном виде.

В работах А.А. Покровского, П.И. Левант (1971), Н.Е. Смирницкой и др. (1975), В.Е. Мицик (1980) показана целесообразность использования крови как белкового обогапителя в смеси с сухим обезжиренным молоком. Сочетание белков молока и цельной крови взаимно обогащает аминокислотный и минеральный состав комплексного продукта, который используется для лечебного и диетического питания.

Важное значение представляют работы, направленные на получение белковых концентратов из крови, которые могут использоваться в пище человека.

Во Франции получен белковый стерильный концентрат из крови путем разрушения ее форменных элементов и частичного гидролиза белков. Концентрат можно длительное время хранить и использовать в пищу человека.

Ученые Германии Murgmann, Wenzee (1981) часть мясного сырья заменили концентратом плазмы, полученным способом ультрафильтрации и содержащим 19,5 % белка. Авторы сделали вывод, что концентрат плазмы крови улучшает влагосвязывание фарша, уменьшает образование отеков в готовом продукте.

Исследователями в Великобритании разработан метод получения белка из плазмы крови путем осаждения его полиуритами, обладающими способностью образовывать термостабильные гели и возможностью использования в производстве аналогов мяса.

В связи с загрязнением окружающей среды, в последнее время резко возросло количество людей, страдающих железодефицитными химиями, заболеваниями органов дыхания, пищеварения, нервной системы.



Кровь из всех существующих в природе соединений является одним из богатейших источников легкоусвояемого железа, поэтому исследования науки направлены на увеличение производства новых видов профилактических и лечебных продуктов питания из крови и ее фракций.

Таким образом, кровь является исключительным сырьем для производства пищевых продуктов и в силу ее уникальных пищевых достоинств может использоваться также в диетическом и лечебном питании.

Список литературы

1. Стекольников Л.И. и др. Современные способы удлинения сроков хранения мяса с помощью химических консервантов. – М.: ЦНИИТЭИмясомолпром СССР. 1984. – 36 с.
2. Scheveisheimer W. Chemische Konservierungsmittel spielen nach wie vor eine grosse Rolle // Praktische Chemie, II, 1960. – S. 405.
3. Файвишевский М.Л. Переработка крови убойных животных. – М.: Агропромиздат, 1988. – 224 с.
4. Шевченко М.Г. Добавки к пищевым продуктам. – М.: Медгиз, 1969. – 112 с.
5. Журавская Б.К. Исследование и контроль качества мяса и мясопродуктов / Б.К. Журавская, Л.Г. Алехина, Л.М. Отряшенкова. – М.: Агропромиздат, 1985. – 286 с.

Получено 15.06.10

УДК 637.5.07

**Ж.З. Уразбаев**

СГУ им. Шакарима, г. Семей

**ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ ПИЩЕВОГО БЕЛКА**

Удовлетворение потребности организма человека в белке – одна из основных проблем питания. От количества и качества поступающего в организм белка зависит состояние здоровья людей.

В настоящее время в мире существуют две глобальные проблемы питания: дефицит пресной воды и пищевого белка. Наблюдающийся сейчас дефицит белка в условиях чрезвычайно бурного развития численности населения будет постоянно возрастать. Чтобы ликвидировать нехватку белка в мире, его производство должно быть увеличено в ближайшие 20 – 25 лет в 4 и более раз.

Это прежде всего относится к белкам маслянистых, бобовых культур, белкам молока и сыворотки, вторичным продуктам мясного производства (кость, хрящ, щетина, рога, мездра, кровь, субпродукты II категории и др.), белкам малоценных пород рыб.

Основным требованием к указанным белковым препаратам является то, что они не должны изменять взаимодействие влаги с мышечными белками, обладать высокой устойчивостью к тепловому воздействию, способностью к образованию гелевых структур и повышать влаго- и жиросодержащую способность фарша.

Использование белков растительного происхождения при производстве фаршевых мясных продуктов имеет два основных практических аспекта: расширение сырьевых ресурсов для увеличения объемов производства мясопродуктов; экономия натурального мяса.

Функциональные свойства и пищевая ценность в сочетании с экологической эффективностью выдвигают растительные белки на одно из первых мест в ряду белковых ингредиентов при производстве мясопродуктов. Так, А.И. Юлина в фарш рубленых полуфабрикатах

тов рекомендует вводить 6-7 % изолированного соевого белка взамен 10 % мясного сырья. Р.М. Салаватулина и др. установили возможность применения 2 % изолированного соевого белка взамен 10 % мяса, 2 или 2,5 % концентрата белка взамен 8 % или 10 % мяса соответственно, или 2 % соевой муки взамен 6 % мяса при выработке вареных колбас I и II сортов. В.А. Золотарева исследовала такой же уровень замены мяса комбинацией из 7,5 % гидратированного соевого белка и 2,5 % молочно-белкового концентрата.

Применение соевых белков в колбасном и консервном производстве и форма подготовки их для использования в качестве добавок в пищевые продукты постоянно совершенствуется: от соевой муки до текстурированных и гранулированных белков, соевых концентратов и соевых изолятов белков. Выделенный соевый белок с успехом может быть использован в производстве мясных фаршевых консервов, так как высокая температура не оказывает на него неблагоприятного воздействия. По данным исследований, соевый белок оказывает защитное действие на белки мяса от высоких температур [1].

Наиболее перспективным представляется применение белков в текстурированной форме, т.е. обладающих структурой в надмолекулярной формации, что позволит обеспечить при производстве комбинированных мясных изделий идентичность и качественность характеристик и биологическую ценность продуктам, изготовленным из натурального мяса. Крупнотоннажное производство текстурированных белков налажено во многих странах мира.

Благодаря высоким функциональным свойствам текстурированных белков стало возможным создание качественных, сбалансированных по аминокислотному составу, комбинированных мясных изделий, например, фаршей, в рецептуре которых содержится 50 % мясного сырья и 50 % текстурата. По своей пищевой ценности комбинированные мясные изделия не только не уступают аналогам из натурального мяса, но даже нередко превосходят их.

Осуществляется производство и применение белковых препаратов, полученных из гороха и других бобовых культур. Предложена технология получения белкового концентрата и изолята белка гороха, содержащих соответственно от 50 до 90 % белка. Включение в рецептуру фаршевых мясопродуктов белков гороховой муки в количестве 5-15 % улучшает консистенцию мясопродуктов, повышает влагоудерживающую способность, не снижает органолептические свойства. При этом экспериментально обоснована достигаемая взаимная аминокислотная сбалансированность суммарных протеинов новых композиций, а также взаимодополняемость макро- и микронутриентами.

Харьковский филиал ВНИИЖ производит изолят белка шрота подсолнечника. Однако работы по расширению объемов производства и изысканию рациональных путей применения белка шрота подсолнечника как ценного и перспективного источника белка ведутся неоправданно медленными темпами.

Источником полноценного пищевого белка может явиться жмых – отходы кукурузного производства, содержащего 25-28 % протеина. Изучена возможность использования пастообразного белкового концентрата при производстве мясных консервов и других продуктов питания. Оптимальным по комплексу показателей является замещение 10 г говядины и свинины, а также 45 % шпика соответствующим количеством белка. Изучаемые белки рекомендованы к использованию в пищевой промышленности с целью создания комбинированных продуктов для национального и диетического питания [2].

Большим источником белка являются ресурсы мирового океана, использование которых значительно возросло за последние 40 лет [3].

Во многих странах для белкового обогащения пищи применяют такие продукты моря, как хлорелла, зоопланктон, ракообразные; значительное внимание уделяют получению белковых концентратов.

Кроме того, для получения дополнительного количества белка находят широкое применение разнообразные виды мясного сырья, ранее не употреблявшиеся в пищевой промышленности. Так, из сухожилий, обрезков говяжьей и свиной кожи и частей желудка получают гидролизаты для обогащения белком колбасных изделий, из отходов поджелудочной железы крупного рогатого скота и свиней – пищевой продукт, богатый триптофаном. Разработана технология пищевых белков из мякотных субпродуктов убойных животных.

Также в технологии комбинированных продуктов прослеживается тенденция использования растительных белков в сочетании с белками молока и белками крови, которые имеют высокую химическую ценность и функциональные свойства.

В пищевой промышленности широко используются: пищевой казеин, казеинаты, копреципитаты в нерастворимой и растворимой формах, сывороточные и молочно-белковые концентраты. Эти продукты получают при переработке молока и выделении белков из него. В отличие от растительных молочные белки легко расщепляются под действием ферментов желудочно-кишечного тракта и образуют при этом пептиды и аминокислоты, быстро всасывающиеся в кровь.

Перспективы использования молочно-белковых концентратов связывают с их гидролизом протеолитическими препаратами с целью улучшения функциональных свойств и биологической ценности.

Исследованиями ряда ученых установлено, что добавление в мясной фарш молочных белковых добавок повышает его устойчивость к нагреванию.

В некоторых странах при производстве фаршевых мясopодуkтов используется молочная сыворотка. Известно, что молочная сыворотка применяется с большой эффективностью для создания симбиоза или исследовательского биоценоза отдельных групп молочнокислых бактерий, дрожжей и микроскопических грибов.

Важным и перспективным сырьем для производства белковых продуктов являются различные микроорганизмы (дрожжи, бактерии, грибки, биомасса которых содержит большое количество белков и других пищевых веществ).

Во ВНИИ новых пищевых продуктов и добавок г. Киев в течение 1982-1988 гг. получен новый вид пищевого белкового концентрата из дрожжей-сахаромикетов, который предлагается использовать для производства широкого ассортимента традиционных и новых видов продуктов.

Разработаны технологии выделения белков из листьев люцерны, белого клевера, бермудской травы, сахарной свеклы, зеленого табака, водорослевого сырья, а также семян немасличных культур – зерновых, тыквы, томатов, фасоли и других бобовых.

Анализируя вышесказанное, можно отметить следующее: проблема дефицита белка в питании человека в настоящее время является весьма острой. Обеспечение населения в достаточной мере белковыми продуктами животного происхождения становится все более затруднительным. Одним из перспективных направлений в решении этой задачи является создание комбинированных продуктов питания на основе значительных потенциальных ресурсов пищевого белка, не используемого совершенно или используемого крайне нерационально.

#### Список литературы

1. Гордезиани В.С. Использование сыворотки и белков растительного происхождения /

- В.С. Гордезиани, И.Н. Решетник. – М.: ЦНИИТЭИмясомолпром СССР, 1982. – С. 1-9.
2. Заяс Ю.Ф. Качество мяса и мясопродуктов. – М.: Легкая и пищевая промышленность, 1981. – 480 с.
3. Анисимова Н.И. Белки одноклеточных – новый источник пищи для человека / Н.И. Анисимова, С.Л. Романов. – М.: Наука и техника, 1987. – 71 с.

Получено 15.06.10