



УДК 539.3/.6: 539.32: 621.818: 678.074

Б.М. Абдеев, А.А. Кравцов
ВКГТУ, г. Усть-Каменогорск

**НОВАЯ ТЕОРИЯ РАСЧЕТА НА ПРОЧНОСТЬ И ЖЕСТКОСТЬ РЕЗИНОВЫХ
ЦИЛИНДРОВ-ТРУБ ПРИ ПЛОСКОЙ ТЕРМОУПРУГОЙ ДЕФОРМАЦИИ**

Данная работа по своему аналитическому содержанию и информационной насыщенности связана с решением довольно сложной комплексной фундаментально-прикладной задачи, на базе которой авторами предпринята попытка создания уточненной методики расчета и оценки напряженно-деформированного состояния, наиболее распространенных на практике конструктивных модификаций цилиндра-трубы (длинный трубопровод, втулка, муфта, фланцевая прокладка). При этом учитывались два основных вида физико-механического воздействия:

1) полезная активная нагрузка в виде равномерного избыточного статического давления с его известным соотношением на внутренней и наружной поверхностях цилиндрической оболочки, которая моделировалась по конечному состоянию с использованием логарифмической меры деформации Генки [3,7];

2) стационарное, неравномерное по толщине упругодеформированной трубы, тепловое поле с учетом малых деформаций и перемещений.

По своей структуре статья подразделяется на три смысловые части. Первые две - предполагают подробный вывод расчетных формул и соотношений функциональных зависимостей напряжений, деформаций и перемещений, возникающих соответственно от силового и температурного воздействий. В третьей части обобщаются (суммируются по принципу суперпозиции) параметры, характеризующие напряженно-деформированное состояние цилиндра-трубы.

В основу физико-математической модели исследуемой механической системы принимаем следующие допущения, гипотезы и предпосылки:

- исходный материал - эластомер (синтетическая резина) - однородный, сплошной, изотропный, подчиняется закону Гука, а также обладает свойством несжимаемости, что подтверждено экспериментальными данными [3,14];

- не учитывается собственный вес конструкции;

- силовая часть задачи предполагает линейно-упругие деформации, аппроксимируемые логарифмической мерой Генки и при этом расчет ведется по деформированной схеме с применением Эйлеровой радиальной координаты [3,5,15];

- тепловое воздействие, оказываемое температурным градиентом на силовые, геометрические и теплофизические параметры, может вызывать лишь малые относительные линейные радиальные удлинения, переменной характеристикой которых является координата Лагранжа (геометрически линейная конструкция [4]);

- пренебрегается эффектом связности, то есть не принимается во внимание тепло, выделяемое за счет деформации тела;

- в элементарном объеме эластомера отсутствуют внутренние тепловые источники;
- температурное поле - стационарное;
- торцевые части трубы являются термоизолированными (исключена возможность теплообмена с окружающей средой);
- температура внутренней и наружной поверхностей оболочки предполагается известной и постоянной по всей ее длине, то есть независимой от координаты z ;
- коэффициент линейного теплового расширения и модуль упругости резины являются аппроксимированными функциями температуры, а коэффициент теплопроводности принимается величиной постоянной [10];

В последующих аналитических зависимостях используются приведенные ниже основные буквенные обозначения (рис. 1 и 2):

$\sigma_{rP}, \sigma_{\psi P}, \sigma_{zP}; \varepsilon_{rP}, \varepsilon_{\psi P}, \varepsilon_{zP} = C_P = const$ - радиальное (σ_{rP}), кольцевое ($\sigma_{\psi P}$) и продольное (σ_{zP}) нормальные напряжения и соответствующие относительные линейные деформации силовой модели;

P_B, P_H - внутреннее и наружное давление на стенки цилиндра-трубы;

R_{BP}, R_{HP} - соответственно, внутренний и наружный радиусы деформированного полезной активной нагрузкой цилиндра;

u_{BP}, u_{HP}, u_P - перемещения внутренней (u_{BP}) и наружной (u_{HP}) границ материала конструкции в радиальном направлении, а также переменная функция $u_P = u_P(\rho)$;

N_P - равнодействующая осевого напряжения σ_{zP} (по направлению отсчета координаты z);

C_{1P}, C_{2P} - произвольные постоянные интегрирования для реализации кинематических и статических граничных условий.

$E_{yP} = E_{yP}(E_0, K_{\Phi P})$ - условный модуль упругости, присущий не материалу (резине), а нагружаемой давлением цилиндрической оболочке с учетом краевого эффекта [13,18];

$K_{\Phi P}, \Phi_P$ - коэффициент формы изделия ($K_{\Phi P}$) и фактор его формы (Φ_P) [13,18];

$\sigma_{r\theta}, \sigma_{\psi\theta}, \sigma_{z\theta}; \varepsilon_{r\theta}, \varepsilon_{\psi\theta}, \varepsilon_{z\theta} = C_\theta = const$ - соответственно, нормальные напряжения и линейные деформации (по аналогии с обозначениями силовой части задачи);

$u_{B\theta}, \dots, u_\theta$ - радиальные смещения внутренней $u_{B\theta}$ и наружной $u_{H\theta}$ границ трубы, а также соответствующая функция $u_\theta = u_\theta(r_\theta)$;

N_θ - внутренняя продольная сила (равнодействующая напряжения $\sigma_{z\theta}$);

$C_{1\theta}, C_{2\theta}$ - постоянные интегрирования;

$E_{y\theta} = E_{y\theta}(E, K_{\Phi\theta})$ - условный модуль упругости конкретной детали (по аналогии с E_{yP}), эксплуатируемой при неравномерном тепловом режиме [13,18];

$K_{\Phi\theta}, \Phi_\theta$ - коэффициент формы детали ($K_{\Phi\theta}$) и фактор ее формы (Φ_θ) [13,18];

$\alpha = \alpha(\theta)$ - коэффициент линейного теплового расширения материала;

α_0, α_{cp} - значения α , соответственно, при $\theta = \theta_0 = 20(^{\circ}C)$ и средняя величина параметра α в диапазоне $\theta_c \leq \theta \leq \theta_m$ (θ_c, θ_m - температуры стеклования (θ_c) и максимальная эксплуатационная (θ_m) РТИ [10,12,18,19]);

R_{0B}, R_{0H} - внутренний (R_{0B}) и наружный (R_{0H}) радиусы поперечного сечения обо-

лочки в ее естественном состоянии (конструктивные размеры);

R_B, R_H - внутренний (R_B) и наружный (R_H) радиусы конструкции, деформированной давлением и температурным градиентом;

L_0, L_p, L - длины проектируемого изделия, соответственно исходная (L_0), в результате силового нагружения (L_p) и окончательный продольный размер с учетом воздействия и температуры (L);

μ - коэффициент Пуассона (поперечной деформации резины);

E_m, E_0, E_c - численные значения модуля Юнга для резины $E = E(\theta)$, соответственно при $\theta = \theta_c$, $\theta = \theta_0$ и $\theta = \theta_m$ [10];

$\sigma_{эkv} = \sigma_{IV}$ - эквивалентное напряжение по четвертой энергетической гипотезе прочности Губера-Мизеса-Генки [6];

$[\sigma]$ - допускаемое нормальное напряжение резины [13];

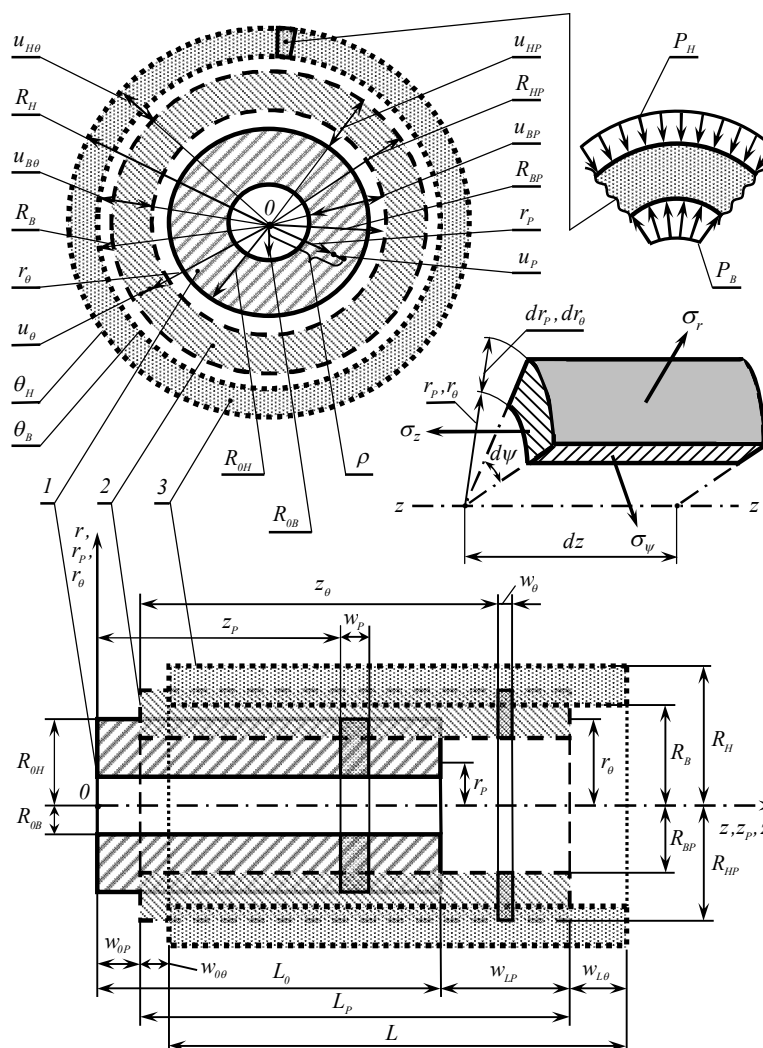


Рис. 1.

Обозначения: 1 - естественное состояние оболочки; 2 - деформированный контур трубы (силовая задача); 3 - конечное состояние цилиндра (воздействие давления и температуры)

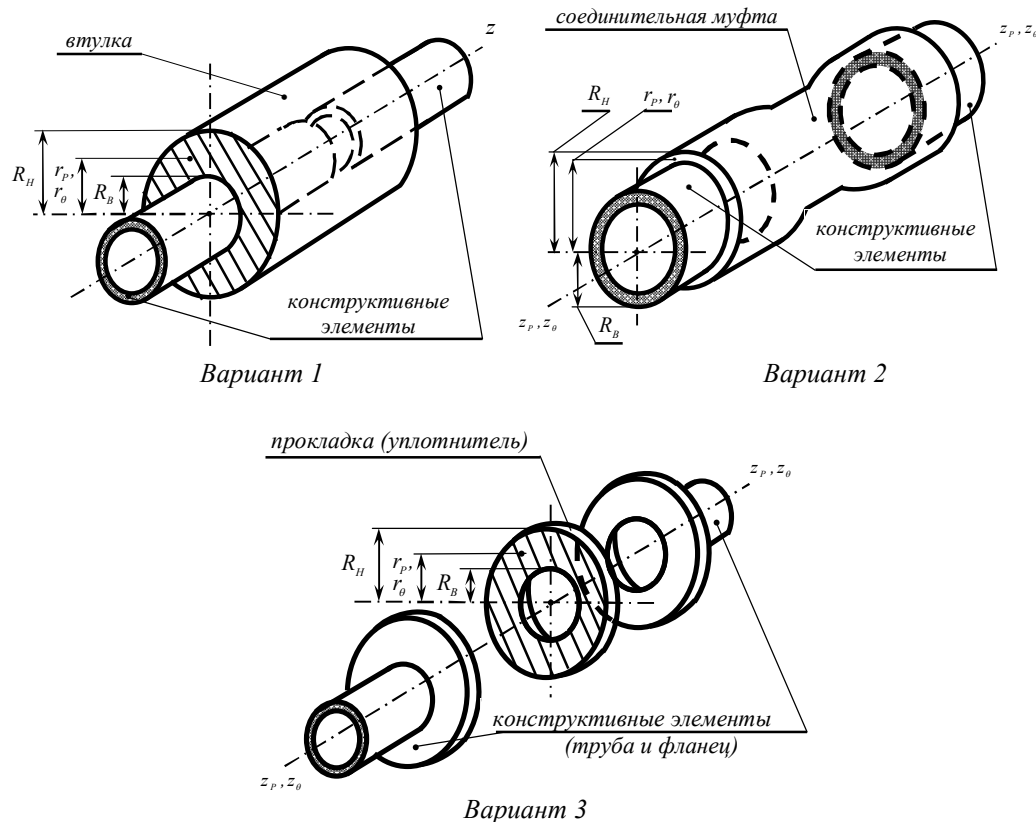


Рис. 2

Рассмотрим математическую модель и решение силовой части задачи (буквенные обозначения содержат индекс «Р»). Для большей обобщенности и универсальности результатов расчета вводим безразмерные параметры величин (рис. 1): переменной Эйлера ρ ; координаты Лагранжа r_p ; исходного радиуса внутренней поверхности оболочки R_{0B} , а также деформированных в результате активного силового воздействия, внутреннего (R_{BP}) и наружного (R_{HP}) радиусов поперечного сечения цилиндра; полезного статического давления, действующего внутри (P_B) и снаружи (P_H) рассматриваемой конструкции; произвольного (u_p), внутреннего (u_{BP}) и наружного (u_{HP}) радиальных смещений точек материала оболочки; линейных перемещений торцов проектируемой детали в продольном направлении w_{0P} ($z_p=0$), w_{LP} ($z_p=L_0$); переменного параметра $w_p=w_p(z_p)$; продольной осевой координаты z_p

$$\left. \begin{aligned} \rho^* &= \frac{\rho}{R_{0H}}, r_P^* = \frac{r_P}{R_{0H}}, R_{0B}^* = \frac{R_{0B}}{R_{0H}}, R_{BP}^* = \frac{R_{BP}}{R_{0H}}, R_{HP}^* = \frac{R_{HP}}{R_{0H}}, P_B^* = \frac{P_B}{E_0}, P_H^* = \frac{P_H}{E_0}, \\ u_P^* &= \frac{u_P}{R_{0H}}, u_{BP}^* = \frac{u_{BP}}{R_{0H}}, u_{HP}^* = \frac{u_{HP}}{R_{0H}}, w_P^* = \frac{w_P}{L_0}, w_{0P}^* = \frac{w_{0P}}{L_0}, w_{LP}^* = \frac{w_{LP}}{L_0}, z_P^* = \frac{z_P}{L_0} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Моделируя оболочку в условиях $\varepsilon_{zP} = C_P = \text{const}$ (плоская деформация), используем следующую систему уравнений и формул [3,6,16]:

а) соотношение координат r и ρ , соответственно, по Лагранжу и Эйлеру (рис. 1)

$$\rho = r_P + u_P, \quad r_P = \rho - u_P; \quad (2)$$

б) дифференциальную зависимость между производными $du_P \cdot (dr_P)^{-1}$ и $du_P \cdot (d\rho)^{-1}$, вытекающую из (2), т.е.

$$\frac{du_P}{dr_P} = \frac{du_P \cdot (dr_P)^{-1}}{1 - du_P \cdot (dr_P)^{-1}}; \quad (3)$$

в) условие равновесия для конечного состояния оболочки

$$\rho^* d\sigma_{rP} (d\rho^*)^{-1} + \sigma_{rP} - \sigma_{\psi P} = 0, \quad (4)$$

г) формулы логарифмических деформаций в кольцевом $\varepsilon_{\psi P}$ и радиальном ε_{rP} направлениях с учетом (1)-(3):

$$\varepsilon_{\psi P} = \ln[1 + u_P(r_P)^{-1}] = -\ln[1 - u_P^*(\rho^*)^{-1}], \quad (5)$$

$$\varepsilon_{rP} = \ln[1 + du_P(dr_P)^{-1}] = -\ln[1 - du_P^*(d\rho^*)^{-1}]; \quad (6)$$

д) уравнение совместности деформаций

$$\varepsilon_{rP} = \varepsilon_{\psi P} - \ln[1 - \rho^* d\varepsilon_{\psi P} (d\rho^*)^{-1}], \quad (7)$$

которое следует из (5), (6) после исключения параметра u_P^* ;

е) условие несжимаемости материала для плоской деформации

$$\varepsilon_{rP} + \varepsilon_{\psi P} + \varepsilon_{zP} = 0; \quad (8)$$

ж) обобщенный закон Гука при $\mu = 0,5$ и $\varepsilon_{zP} = C_P = \text{const}$ [6,7,17]:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{rP} &= E_{yP}^{-1} [\sigma_{rP} - 0,5 (\sigma_{\psi P} + \sigma_{zP})] = (2E_{yP})^{-1} (3\sigma_{rP} - S_P E_{yP}), \\ \varepsilon_{\psi P} &= E_{yP}^{-1} [\sigma_{\psi P} - 0,5 (\sigma_{rP} + \sigma_{zP})] = (2E_{yP})^{-1} (3\sigma_{\psi P} - S_P E_{yP}), \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\varepsilon_{zP} = E_{yP}^{-1} [\sigma_{zP} - 0,5 (\sigma_{\psi P} + \sigma_{rP})] = (2E_{yP})^{-1} (3\sigma_{zP} - S_P E_{yP}) = C_P, \quad (10)$$

где S_P - дополнительная функция

$$S_P = (\sigma_{rP} + \sigma_{\psi P} + \sigma_{zP}) \cdot E_{yP}^{-1}, \quad (11)$$

необходимость введения которой связана с определением напряжений по деформациям при условии (8) [17];

E_{yP} - условный модуль упругости цилиндра-трубы, в состав которого входит коэффициент формы K_Φ и фактор формы Φ_P [13]:

$$E_{yP} = E_0 K_{\Phi P}, \quad K_{\Phi P} = 1 + \Phi_P^2, \quad \Phi_P = (R_{0H} - R_{0B})(2L_0)^{-1}. \quad (12)$$

Из выражений (7) и (8), путем их преобразования в нелинейное неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка, находим функцию $\varepsilon_{\psi P} = \varepsilon_{\psi P}(\rho^*)$ [8]:

$$\rho^* \cdot d\varepsilon_{\psi P} (d\rho^*)^{-1} + e^{C_P} \cdot e^{2\varepsilon_{\psi P}} = 1. \quad (13)$$

Вводим новую переменную $f = f(\rho^*)$

$$e^{2\varepsilon_{\psi P}} = f, \quad \frac{df}{d\rho^*} = 2 \frac{d\varepsilon_{\psi P}}{d\rho^*} e^{2\varepsilon_{\psi P}} = 2f \frac{d\varepsilon_{\psi P}}{d\rho^*}, \quad (14)$$

откуда

$$\frac{d\varepsilon_{\psi P}}{d\rho^*} = \frac{1}{2f} \frac{df}{d\rho^*}. \quad (15)$$

Подставляя (14), (15) в (13), получаем известное уравнение Бернулли [2,22]:

$$\frac{df}{d\rho^*} - \frac{2f}{\rho^*} = -\frac{2f^2}{\rho^*} \cdot e^{C_P}, \quad (16)$$

которое сводим к линейному делением на f^2 и заменой

$$z = \frac{1}{f}, \quad \frac{dz}{d\rho^*} = -\frac{1}{f^2} \frac{df}{d\rho^*}. \quad (17)$$

В результате будем иметь

$$\frac{dz}{d\rho^*} + \frac{2z}{\rho^*} = \frac{2e^{C_P}}{\rho^*}. \quad (18)$$

Общий интеграл дифференциального уравнения (18) находим по формуле [22] с точностью до постоянной $C_{1P} = const$.

$$z = e^{-2 \int \frac{d\rho^*}{\rho^*}} \cdot \left(\int \frac{2e^{C_P}}{\rho^*} \cdot e^{2 \int \frac{d\rho^*}{\rho^*}} d\rho^* + C_{1P} \right) = e^{C_P} + \frac{C_{1P}}{(\rho^*)^2}; \quad (19)$$

Возвращаясь, на основании (14) и (17), к искомой переменной $\varepsilon_{\psi P}$, получаем решение в квадратурах исходного уравнения (13)

$$\varepsilon_{\psi P} = -\frac{1}{2} \ln \left(e^{C_P} + \frac{C_{1P}}{(\rho^*)^2} \right), \quad (20)$$

тогда, с учетом (8) и $\varepsilon_{zP} = C_P$,

$$\varepsilon_{rP} = \frac{1}{2} \ln \left(e^{C_P} + \frac{C_{1P}}{(\rho^*)^2} \right) - C_P. \quad (21)$$

Определяем безразмерное перемещение u_P^* из геометрического соотношения (5), принимая во внимание (1), (8) и (20)

$$u_P^* = \rho^* \left(1 - \sqrt{e^{C_P} + \frac{C_{1P}}{(\rho^*)^2}} \right), \quad R_{BP}^* = (R_{0B}^* + u_{BP}^*) \leq \rho^* \leq (1 + u_{HP}^*) = R_{HP}^*. \quad (22)$$

Записываем кинематические граничные условия на внутренней и наружной поверхно-

стях трубы для придания геометрического смысла константе C_P и получения связи между величинами u_{BP}^* и u_{HP}^* [8]:

$$\text{ - при } \rho^* = (R_{0B}^* + u_{BP}^*) = R_{BP}^*, \quad u_P^* = u_{BP}^*; \quad \text{ - при } \rho^* = (1 + u_{HP}^*) = R_{HP}^*, \quad u_P^* = u_{HP}^*. \quad (23)$$

После раскрытия (23) с помощью (22), находим искомые зависимости:

$$C_{1P} = -u_{BP}^* \cdot (u_{BP}^* + 2R_{0B}^*) + (u_{BP}^* + R_{0B}^*)(1 - e^{C_P}); \quad (24)$$

$$u_{HP}^* = (e^{C_P})^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{1 + u_{BP}^* \cdot (u_{BP}^* + 2R_{0B}^*) - (u_{BP}^* + R_{0B}^*)(1 - e^{C_P})} - 1. \quad (25)$$

Из формул закона Гука (9)-(10), при учете равенств (8) и (11), следует второе уравнение относительно σ_{rP} и $\sigma_{\psi P}$ (в дополнение к условию равновесия)

$$\sigma_{rP} - \sigma_{\psi P} = 2E_0(2\varepsilon_{rP} + C_P) \cdot 3^{-1}. \quad (26)$$

Совместно рассматривая выражения (4) и (26) с учетом (8) и (20) [2, 22], будем иметь дифференциальное уравнение для определения радиального напряжения σ_{rP} :

$$\rho^* \frac{d\sigma_{rP}}{d\rho^*} + \frac{2E_0}{3} \ln \left(e^{C_P} + \frac{C_{1P}}{(\rho^*)^2} \right) - \frac{2E_0 C_P}{3} = 0. \quad (27)$$

Преобразуем функцию логарифма

$$\ln \left(e^{C_P} + \frac{C_{1P}}{(\rho^*)^2} \right) = \ln e^{C_P} + \ln \left(1 + \frac{C_{1P}}{(\rho^*)^2 e^{C_P}} \right) = \ln \left(1 + \frac{C_{1P}}{(\rho^*)^2 e^{C_P}} \right) + C_P, \quad (28)$$

и выполним замену в формуле (27), принимая во внимание последнее выражение в равенствах (28). В результате получаем

$$\rho^* \frac{d\sigma_{rP}}{d\rho^*} = -\frac{2E_0}{3} \ln \left(1 + \frac{C_{1P}}{(\rho^*)^2 e^{C_P}} \right). \quad (29)$$

Ввиду невыражающегося в конечном виде интеграла от правой части уравнения (29), при его совместном решении с (4), представляем функцию $\ln(1 + C_{1P} \cdot (\rho^*)^{-2} e^{-C_P})$ разложением в бесконечный степенной ряд Тейлора. При этом, возможны два случая [22]:

$$1) \quad C_{1P} > 0: \ln \left(1 + \frac{C_{1P}}{(\rho^*)^2 e^{C_P}} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n} \left[\frac{C_{1P}}{(\rho^*)^2 e^{C_P}} \right]^n, \quad \left(-1 < \frac{C_{1P}}{(\rho^*)^2 e^{C_P}} \leq 1 \right); \quad (30)$$

$$2) \quad C_{1P} < 0: \ln \left(1 + \frac{C_{1P}}{(\rho^*)^2 e^{C_P}} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left[\frac{C_{1P}}{(\rho^*)^2 e^{C_P}} \right]^n, \quad \left(-1 \leq \frac{C_{1P}}{(\rho^*)^2 e^{C_P}} < 1 \right). \quad (31)$$

Для удобства дальнейших выкладок и унификации последующих расчетов предлагаем универсальный вариант, альтернативный обоим приведенным выше случаям (при $C_{1P} > 0$ и $C_{1P} < 0$), исключающий двойственность конечного решения, с предварительным введе-

нием в формулы (30)-(31) специального коэффициента $(-1)^{(n+1) \left(\frac{C_{1P} + |C_{1P}|}{2C_{1P}} \right)}$:

$$\ln \left(1 + \frac{C_{1P}}{(\rho^*)^2 e^{C_P}} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{(n+1) \left(\frac{C_{1P} + |C_{1P}|}{2C_{1P}} \right)} \cdot \frac{1}{n} \left[\frac{C_{1P}}{(\rho^*)^2 e^{C_P}} \right]^n, \quad \left(-1 < \frac{C_{1P}}{(\rho^*)^2 e^{C_P}} < 1 \right), \quad (32)$$

где $|C_{1P}|$ - модуль (абсолютная величина) произвольной постоянной C_{1P} .

Последующие аналитические выкладки выполняем, учитывая зависимость (32).

Подставляя (32) в (29), имеем (после процедуры интегрирования)

$$\sigma_{rP} = -\frac{E_0}{3} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{(n+1) \left(\frac{C_{1P} + |C_{1P}|}{2C_{1P}} \right)} \cdot \frac{C_{1P}^n}{n^2 e^{C_P n} (\rho^*)^{2n}} + C_{2P}.$$

В последнем соотношении C_{1P} заменяем правой частью выражения (24):

$$\sigma_{rP} = -\frac{E_0}{3} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{(n+1) \left(\frac{C_{1P} + |C_{1P}|}{2C_{1P}} \right)} \cdot \frac{[u_{BP}^* \cdot (u_{BP}^* + 2R_{0B}^*) - (u_{BP}^* + R_{0B}^*)(1 - e^{C_P})]^n}{n^2 e^{C_P n} (\rho^*)^{2n}} + C_{2P}. \quad (33)$$

Формулу расчетной зависимости для кольцевого напряжения $\sigma_{\psi P}$ получаем из соотношения (26) с учетом равенств (8) и (20).

$$\sigma_{\psi P} = \sigma_{rP} - \frac{2E_0}{3} \left[\ln \left(e^{C_P} + \frac{C_{1P}}{(\rho^*)^2} \right) - C_P \right]. \quad (34)$$

Константу C_{2P} и функцию $P_B^*(u_{BP}^*)$ определяем из статических граничных условий на поверхностях трубы, руководствуясь зависимостями (23)-(25) и заданным соотношением между P_B^* и P_H^* (см. рис. 1):

$$\text{ - при } \rho^* = (R_{0B}^* + u_{BP}^*) = R_{BP}^*, \sigma_{rP} = -P_B; \quad \text{ - при } \rho^* = (1 + u_{HP}^*) = R_{HP}^*, \sigma_{rP} = -P_H. \quad (35)$$

$$C_{2P} = \frac{E_0}{3} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{(n+1) \left(\frac{C_{1P} + |C_{1P}|}{2C_{1P}} \right)} \cdot \frac{[u_{BP}^* \cdot (u_{BP}^* + 2R_{0B}^*) - (u_{BP}^* + R_{0B}^*)(1 - e^{C_P})]^n}{n^2 e^{C_P n} (R_{0B}^* + u_{BP}^*)^{2n}} - P_B; \quad (36)$$

$$P_B = \frac{E_0}{3} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{(n+1) \left(\frac{C_{1P} + |C_{1P}|}{2C_{1P}} \right)} \cdot \frac{1}{n^2} \left[u_{BP}^* (u_{BP}^* + 2R_{0B}^*) - (u_{BP}^* + R_{0B}^*)(1 - e^{C_P}) \right]^n \times \left\{ e^{-C_P n} (u_{BP}^* + R_{0B}^*)^{-2n} - \left[1 + u_{BP}^* (u_{BP}^* + 2R_{0B}^*) - (u_{BP}^* + R_{0B}^*)(1 - e^{C_P}) \right]^{-n} \right\} + P_H. \quad (37)$$

Функцию нормального напряжения в продольном направлении $\sigma_{zP} = \sigma_{zP}(\rho^*)$ находим путем преобразования формул (10) и (11),

$$\sigma_{zP} = C_P E_0 + 0,5(\sigma_{rP} + \sigma_{\psi P}), \quad (38)$$

или, и с учетом выражения (34),

$$\sigma_{zP} = \frac{E_0}{3} \left[4C_P + 3\sigma_{rP} - \ln \left(e^{C_P} + \frac{C_{1P}}{(\rho^*)^2} \right) \right]. \quad (39)$$

Рассмотрим систему исходных уравнений и решение температурной части задачи (в буквенных обозначениях имеется индекс « θ »).

Безразмерные параметры исследуемого процесса:

$$r_{\theta}^* = \frac{r_{\theta}}{R_{0H}}, \quad u_{\theta}^* = \frac{u_{\theta}}{R_{HP}}, \quad u_{B\theta}^* = \frac{u_{B\theta}}{R_{HP}}, \quad u_{H\theta}^* = \frac{u_{H\theta}}{R_{HP}}, \quad z_{\theta}^* = \frac{z_{\theta}}{L_0}, \quad w_{\theta}^* = \frac{w_{\theta}}{L_0}, \quad w_{0\theta}^* = \frac{w_{0\theta}}{L_0}, \quad w_{L\theta}^* = \frac{w_{L\theta}}{L_0}. \quad (40)$$

Данный раздел статьи основан на уточненной авторами математической модели, описанной в статье [9]. Соответствующие теоретические расчеты и выводы [9] базируются на гипотезе Дюгамеля - Неймана [20] и предпосылке о малых линейных относительных

деформациях $\varepsilon_{r\theta} \ll 1$, $\varepsilon_{\varphi\theta} \ll 1$, $\varepsilon_{z\theta} \ll 1$. В цилиндрической системе отсчета roz с использованием только статических условий на деформированных поверхностях $r_\theta^* = (R_{0B} + u_{BP}) \cdot (R_{HP})^{-1}$ и $r_\theta^* = (R_{0H} + u_{HP}) \cdot (R_{HP})^{-1} = 1$ решена линейная изотермическая задача по определению термоупругих нормальных напряжений $\sigma_{r\theta}(r_\theta)$, $\sigma_{\varphi\theta}(r_\theta)$, $\sigma_{z\theta}(r_\theta)$ и функции радиального перемещения $u_\theta(r_\theta)$ для эластомерного цилиндра (при коэффициенте Пуассона $\mu = 0,5$) с термоизолированными торцами $(\partial\theta/\partial z_\theta) = 0$, макронеоднородность которого обусловлена зависимостью теплового поля $\theta = \theta(r_\theta)$, модуля упругости $E = E(r_\theta)$ и коэффициента линейного температурного расширения эластомера $\alpha = \alpha(r_\theta)$ от радиальной координаты r_θ (рис. 1). При этом коэффициент теплопроводности считался постоянным ($\lambda = const$), а параметры E и α - функциями вида: $E = E(\theta(r_\theta))$ и $\alpha = \alpha(\theta(r_\theta))$.

Представленная работа посвящена продолжению, расширению и обобщению научных исследований [8,9] с целью создания общей методики расчета эластомерного цилиндра, для трех его модификаций, а именно: втулки (вариант 1), муфты (вариант 2) и прокладки, в том числе длинной трубы (вариант 3), посредством реализации соответствующих смешанных граничных условий (рис. 1 и 2) и суммирования результатов решения силовой и температурной составляющих поставленной задачи.

Обсуждаемая здесь комплексная проблема прикладной механики твердого деформируемого тела базируется на следующих температурных аналитических зависимостях и уравнениях [9]:

$$E = A \cdot e^{-K(\theta-\theta_0)} + A_1 \cdot e^{-K_1(\theta-\theta_0)}; \quad \alpha = \alpha_0 \cdot e^{K(\theta-\theta_0)}, \quad (41)$$

где K , A , A_1 , K_1 - константы, вычисляемые по алгоритму, приведенному в [10]

$$A = \left[\frac{E_0 \cdot e^{-K_1(\theta_c-\theta_0)} - E_c}{e^{-K_1(\theta_c-\theta_0)} - e^{-K(\theta_c-\theta_0)}} \right], \quad A_1 = - \left[\frac{E_0 \cdot e^{-K(\theta_c-\theta_0)} - E_c}{e^{-K_1(\theta_c-\theta_0)} - e^{-K(\theta_c-\theta_0)}} \right] \quad (42)$$

и из двух трансцендентных уравнений:

$$E_m \left[e^{-K_1(\theta_m-\theta_0)} - e^{-K(\theta_m-\theta_0)} \right] = \left[E_0 \cdot e^{-K_1(\theta_c-\theta_0)} - E_c \right] \cdot e^{-K(\theta_m-\theta_0)} - \left[E_0 \cdot e^{-K(\theta_c-\theta_0)} - E_c \right] \cdot e^{-K_1(\theta_m-\theta_0)}. \quad (43)$$

В случае нормального температурного режима ($\theta = \theta_0 = 20^\circ \text{C}$) из (41) следует:

$$E_0 = A + A_1, \quad \alpha = \alpha_0. \quad (44)$$

При отсутствии внутренних тепловых источников, пренебрежении эффектом связности и допущении $\lambda = const$, дифференциальное уравнение стационарной осесимметричной теплопроводности [9,16,20,21]

$$\frac{d}{dr_\theta} \left(\lambda r \frac{d\theta}{dr_\theta} \right) \equiv \lambda \left(\frac{d^2\theta}{dr_\theta^2} r_\theta + \frac{d\theta}{dr_\theta} \right) = 0 \quad (45)$$

имеет второй интеграл вида [21]

$$\theta = \theta(r_\theta) = \theta_H + (\theta_B - \theta_H) \cdot \ln(r_\theta \cdot R_{HP}^{-1}) \cdot (\ln R_{BP} \cdot R_{HP}^{-1})^{-1}, \quad (R_{BP} \leq r_\theta \leq R_{HP}) \quad (46)$$

при заданных постоянных (не зависящих от переменной z) температурах $\theta_B = const$ и

$\theta_H = const$ на внутренней и наружной поверхностях оболочки с радиусами R_{BP} и R_{HP} (рис. 1).

Для последующего решения поставленной задачи формулируем фундаментальную систему уравнений термоупругости по модели плоской деформации [9,20].

Физические зависимости Дюгамеля-Неймана, связывающие относительные деформации $\varepsilon_{r\theta}$, $\varepsilon_{\psi\theta}$, $\varepsilon_{z\theta} = C_\theta = const$ и напряжения $\sigma_{r\theta}$, $\sigma_{\psi\theta}$, $\sigma_{z\theta}$ при $\mu = 0,5$ [9]:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{r\theta} &= E_{y\theta}^{-1} [\sigma_{r\theta} - 0,5(\sigma_{\psi\theta} + \sigma_{z\theta})] + \varphi = (2E_{y\theta})^{-1} (3\sigma_{r\theta} - S_\theta E) + \varphi; \\ \varepsilon_{\psi\theta} &= E_{y\theta}^{-1} [\sigma_{\psi\theta} - 0,5(\sigma_{r\theta} + \sigma_{z\theta})] + \varphi = (2E_{y\theta})^{-1} (3\sigma_{\psi\theta} - S_\theta E) + \varphi; \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

$$\varepsilon_{z\theta} = E_{y\theta}^{-1} [\sigma_{z\theta} - 0,5(\sigma_{\psi\theta} + \sigma_{r\theta})] + \varphi = (2E_{y\theta})^{-1} (3\sigma_{z\theta} - S_\theta E) + \varphi = C_\theta = const, \quad (48)$$

где $\varphi = \int_{\theta_0}^{\theta} \alpha(\theta) d\theta$ - температурный функционал [20] или, согласно (41) и [22],

$$\varphi = \alpha_0 \int_{\theta_0}^{\theta} e^{K(\theta-\theta_0)} d\theta = \alpha_0 K^{-1} [e^{K(\theta-\theta_0)} - 1]; \quad (\theta_B \leq \theta \leq \theta_H), \quad (49)$$

$S_\theta = (\sigma_{r\theta} + \sigma_{\psi\theta} + \sigma_{z\theta}) \cdot E_{y\theta}^{-1}$ - дополнительная неизвестная безразмерная функция, характеризующая гидростатическое (всестороннее) давление, необходимость введения которой обоснована в силовой части задачи и в монографии [17];

$E_{y\theta}$ - условный модуль упругости по аналогии с формулами (12):

$$E_{y\theta} = E K_{\Phi\theta}, \quad K_{\Phi\theta} = 1 + \Phi_\theta^2, \quad \Phi_\theta = (R_{HP} - R_{BP})(2L_p)^{-1}. \quad (50)$$

Условие термоупругой несжимаемости материала цилиндра, принимая во внимание формулу (49), имеет вид [9,20]:

$$\varepsilon_{r\theta} + \varepsilon_{\psi\theta} + C_\theta = 3\varphi = 3\alpha_0 [e^{K(\theta-\theta_0)} - 1] \cdot K^{-1}. \quad (51)$$

Геометрические соотношения Коши для плоской задачи и условие совместности деформаций $\varepsilon_{r\theta}$, $\varepsilon_{\psi\theta}$ [20,21]:

$$\varepsilon_{r\theta} = du_\theta (dr_\theta)^{-1}, \quad \varepsilon_{\psi\theta} = u_\theta \cdot r_\theta^{-1}; \quad (52)$$

$$\varepsilon_{r\theta} = \varepsilon_{\psi\theta} + r_\theta \cdot d\varepsilon_{\psi\theta} (dr_\theta)^{-1}. \quad (53)$$

Дифференциальное уравнение равновесия без учета объемных сил (пренебрегая собственным весом трубы) [21]:

$$r_\theta \cdot d\sigma_{r\theta} (dr_\theta)^{-1} + \sigma_{r\theta} - \sigma_{\psi\theta} = 0. \quad (54)$$

Для удобства и упрощения дальнейших выкладок вводим, по аналогии с [9], в формулу (46) и соотношения (52)-(54) безразмерную радиальную координату r_θ^*

$$r_\theta^* = r_\theta \cdot R_{HP}^{-1}, \quad r_\theta = R_{HP} \cdot r_\theta^*, \quad dr_\theta = R_{HP} \cdot dr_\theta^*, \quad (R_{0B} + u_{BP})(R_{HP}^{-1}) \leq r_\theta^* \leq (R_{0H} + u_{HP})(R_{HP}^{-1}) = 1, \quad (55)$$

с одновременной ее заменой на переменную $\theta = \theta(r)$, на основании решения (46), с целью преобразования зависимостей (53)-(54) в соответствующие дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Последовательность этих аналитических модификаций выглядит следующим образом:

$$\theta = \theta(r_\theta^*) = \theta_H + (\theta_B - \theta_H) \cdot \ln r_\theta^* \cdot (\ln R_{BP} \cdot R_{HP}^{-1})^{-1}, \quad (56)$$

$$r_\theta^* = e^{v(\theta-\theta_H)}, \quad dr_\theta^* = v \cdot e^{v(\theta-\theta_H)} d\theta, \quad (\theta_B \leq \theta \leq \theta_H), \quad (57)$$

$$v = [\ell n(R_{BP} \cdot R_{HP}^{-1})] \cdot (\theta_B - \theta_H)^{-1}, \quad ({}^0C)^{-1}. \quad (58)$$

Применяя алгоритм [9] к решению системы (46)-(48), (51)-(54) с учетом (49), (55)-(58), получаем итоговые аналитические соотношения расширенной теории [9] для расчета деформаций $\varepsilon_{r\theta}$, $\varepsilon_{\psi\theta}$, $\varepsilon_{z\theta}$ перемещения u_θ и напряжений $\sigma_{r\theta}$, $\sigma_{\psi\theta}$, $\sigma_{z\theta}$ (с точностью до постоянных C_θ , $C_{1\theta}$ и $C_{2\theta}$):

$$\varepsilon_{\psi\theta} = C_{1\theta} e^{-2\nu\theta} + D \cdot e^{K(\theta-\theta_0)} - 2^{-1}(C_\theta + 3\alpha_0 K^{-1}); \quad D = 3\alpha_0 v \cdot (K(K + 2\nu))^{-1}, \quad (59)$$

$$\varepsilon_{r\theta} = -C_{1\theta} e^{-2\nu\theta} + 3\alpha_0 K^{-1}(K + \nu) \cdot (K + 2\nu)^{-1} \cdot e^{K(\theta-\theta_0)} - 2^{-1}(C_\theta + 3\alpha_0 K^{-1}), \quad (60)$$

$$\varepsilon_{z\theta} = C_\theta = const, \quad (61)$$

$$u_\theta = R_{HP} \varepsilon_{\psi\theta} e^{\nu(\theta-\theta_H)}; \quad (62)$$

$$\sigma_{r\theta} = -\nu_1 \theta - \nu_2 \cdot e^{(K-K_1)(\theta-\theta_0)} - C_{1\theta} [\nu_3 \cdot e^{-(K+2\nu)\theta} + \nu_4 \cdot e^{-(K_1+2\nu)\theta}] + C_{2\theta}; \quad (63)$$

$$\sigma_{\psi\theta} = -2 \cdot 3^{-1} E_{y\theta} (\varepsilon_{r\theta} - \varepsilon_{\psi\theta}) + \sigma_{r\theta} = -2 \cdot 3^{-1} E_{y\theta} [(K + 2\nu)^{-1} \cdot 3\alpha_0 e^{K(\theta-\theta_0)} - 2C_{1\theta} e^{-2\nu\theta}] + \sigma_{r\theta}; \quad (64)$$

$$\sigma_{z\theta} = -\nu_1 \theta - \nu_5 e^{(K-K_1)(\theta-\theta_0)} + C_{1\theta} [\nu_6 e^{-(K+2\nu)\theta} + \nu_7 e^{-(K_1+2\nu)\theta}] - \nu_8 + (C_\theta + \alpha_0 K^{-1}) E_{y\theta} + C_{2\theta}; \quad (65)$$

где ν_1, \dots, ν_8 - коэффициенты, приведенные в статье [9], зависящие от конкретных исходных данных решаемой задачи.

Смешанные граничные условия, в соответствии с указанными выше конструктивными разновидностями полого цилиндра, будут иметь следующий вид (рис. 1 и 2):

вариант 1 - при моделировании втулок (блок-шарниров [13])

$$u_\theta = u_\theta(\theta_B) = 0, \quad u_\theta = u_\theta(\theta_H) = 0, \quad N_\theta = 0; \quad (66)$$

вариант 2 - в расчетных схемах муфт [13,21]

$$u_\theta = u_\theta(\theta_B) = 0, \quad \sigma_{r\theta} = \sigma_{r\theta}(\theta_H) = 0, \quad N = 0; \quad (67)$$

вариант 3 - при рассмотрении прокладок (уплотнителей) [13,17], амортизаторов сжатия [13] и длинных трубопроводов по модели классической плоской деформации ($\varepsilon_{z\theta} = C_\theta = 0$, [6,21]):

$$\sigma_{r\theta} = \sigma_{r\theta}(\theta_B) = 0, \quad \sigma_{r\theta} = \sigma_{r\theta}(\theta_H) = 0, \quad \varepsilon_{z\theta} = 0. \quad (68)$$

Расчетные формулы постоянных C_θ , $C_{1\theta}$, $C_{2\theta}$, после раскрытия граничных соотношений (66)-(68), даны в работе [9].

Обобщая обе части рассматриваемого физико-механического процесса, представляем итоговую систему расчетных зависимостей для количественной оценки напряженно-деформированного состояния эластомерного цилиндра:

$$u = u_P + u_\theta; \quad \sigma_r = \sigma_{rP} + \sigma_{r\theta}, \quad \sigma_\psi = \sigma_{\psi P} + \sigma_{\psi\theta}, \quad \sigma_z = \sigma_{zP} + \sigma_{z\theta}. \quad (69)$$

При решении конкретных инженерных задач по проектированию, например, блок-шарниров, резиновых втулок, амортизаторов сжатия, муфт и других подобных несущих РТИ (коротких цилиндрических элементов) может возникнуть необходимость в определении осевого перемещения $w=w(z)$ материала оболочки-трубы в направлении отсчета координат Лагранжа z_P и z_θ (рис. 1).

В случае рассмотрения силовой части процесса (конечные деформации $\varepsilon_{zP} = C_P = const$), по аналогии с дифференциальной зависимостью (6) имеем, с использованием лагранжевой координаты z_P ,

$$\varepsilon_{zP} = \ell n[1 + dw_P(dz_P)^{-1}] = C_P, \quad (70)$$

откуда

$$e^{C_P} = 1 + dw_P(dz_P)^{-1}, \quad (71)$$

$$w_P = (e^{C_P} - 1)z_P + C_{3P}; \quad (0 \leq z_P \leq L_0), \quad (72)$$

где C_{3P} - произвольная постоянная интегрирования.

При малых деформациях $|\varepsilon_{z\theta}| = |C_\theta| = \text{const} \ll 1$ (температурная часть задачи) воспользуемся для определения функции соответствующего перемещения $w_\theta = w_\theta(z_\theta)$ в продольном направлении цилиндра (рис. 1) известной формулой Коши [6]:

$$\varepsilon_{z\theta} = dw_\theta(dz_\theta)^{-1} = C_\theta, \quad (73)$$

или, после интегрирования,

$$w_\theta = C_\theta z_\theta + C_{3\theta}; \quad (w_{0P} \leq z_\theta \leq (w_{0P} + L_P)), \quad (74)$$

где $C_{3\theta}$ - температурная константа;

L_P - деформированная длина цилиндра в силовой части задачи

$$L_P = L_0 - w_{0P} + w_{LP}. \quad (75)$$

Для определения постоянных параметров C_{3P} и $C_{3\theta}$ воспользуемся следующими кинематическими граничными условиями (рис. 1):

$$w_P(0) = w_{0P} \quad \text{или} \quad w_P(z_P) = w_{LP} \quad \text{при} \quad z_P = L_0; \quad (76)$$

$$w_\theta(w_{0P}) = w_{0\theta} \quad \text{или} \quad w_\theta(z_\theta) = w_{L\theta} \quad \text{при} \quad z_\theta = w_{0P} + L_P. \quad (77)$$

Конкретный вид равенств (76)-(77) зависит от конструируемого резинотехнического изделия цилиндрической формы.

Разработанная авторами методика предусматривает прочностной расчет по четвертой (энергетической) гипотезе с вычислением наибольшего эквивалентного напряжения $\sigma_{\text{экв}} = \sigma_{IV}$ [6,7,21]

$$\sigma_{\text{max}} = \sigma_{IV} = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_\psi^2 + \sigma_z^2 - \sigma_r \cdot \sigma_\psi - \sigma_r \cdot \sigma_z - \sigma_\psi \cdot \sigma_z}, \quad (78)$$

где, σ_r , σ_ψ , σ_z - напряжения в опасной точке цилиндра.

Необходимо отметить, что оценка несущей способности рассматриваемой конструкции по допускаемому напряжению $[\sigma]$ предполагает, при использовании выражения (78) определить именно то цилиндрическое сечение трубы (координату r_0), в котором $\sigma_{\text{экв}} = \max$. С учетом этой предпосылки, условие прочности будет иметь вид:

$$\sigma_{\text{max}} = \sigma_{\text{max}}(r_0) \leq [\sigma]. \quad (79)$$

Принимая во внимание зависимости (69) и вышеуказанные особенности температурной составляющей математической модели, базирующейся на уже деформированной конструкции, выведенные аналитические зависимости позволяют сформулировать для каждого конкретного частного случая данной комплексной задачи термоупругости алгоритм решения, основанный на результатах работ [8], [9] и охватывающий все три, указанных выше, варианта граничных условий.

В качестве примера практического приложения представленной здесь методики оценки напряженно-деформированного состояния РТИ рассмотрим пример расчета функцио-

нальных зависимостей σ_r , σ_ψ , σ_z для длинной (плоская деформация) толстостенной трубы из эластомера марки СКН-18 с начальными значениями плотности $\rho_0 = 1300 \text{ (кг/м}^3\text{)}$ и твердости $H_0 = 80 \text{ (IRHD)}$, соответствующими нормальной температуре $\theta = \theta_0 = 20 \text{ (}^\circ\text{C)}$ [10,18], при следующих исходных конструктивных данных: $R_{0B} = 0,12 \text{ (м)}$; $R_{0H} = 0,16 \text{ (м)}$; $R_{0B}^* = R_{0B} \cdot R_{0H}^{-1} = 0,75$; $\theta_B = 80 \text{ (}^\circ\text{C)}$; $\theta_H = 0 \text{ (}^\circ\text{C)}$; $\theta_c = -50 \text{ (}^\circ\text{C)}$; $\theta_m = 100 \text{ (}^\circ\text{C)}$; $\alpha_0 = 1,1 \cdot 10^{-4} \text{ (}^\circ\text{C)}^{-1}$; $\alpha_{cp} = 2,4 \cdot 10^{-4} \text{ (}^\circ\text{C)}^{-1}$; $E_0 = 10 \text{ (МПа)}$; $E_c = 116,765 \text{ (МПа)}$; $E_m = 0,457 \text{ (МПа)}$; $[\sigma] = 4,5 \text{ (МПа)}$; $P_H = 0$; $u_{BP}^* = u_{BP} \cdot R_{0H}^{-1} = 0,25$; $A = -10,7 \text{ (МПа)}$; $A_1 = 20,7 \text{ (МПа)}$; $K = 0,02759 \text{ (}^\circ\text{C)}^{-1}$; $K_1 = 0,03171 \text{ (}^\circ\text{C)}^{-1}$. Проектные параметры E_c и E_m установлены согласно рекомендациям [10], а значения K , K_1 , A , A_1 найдены по формулам (42)-(43).

Руководствуясь разработанной методикой (формулы (1)-(79)), приводим результаты прочностного расчета исследуемой толстостенной трубы с использованием четвертой (энергетической) гипотезы Губера-Генки-Мизеса с эквивалентным и допускаемым напряжениями $\sigma_{экр}$, $[\sigma]$:

$$\begin{aligned} u_{BP} &= 0,04 \text{ (м)}; u_{HP} = \sqrt{1 + u_{BP}(u_{BP} + 2R_{0B})} - 1 = 0,03183 \text{ (м)}; \\ R_{BP} &= R_{0B} + u_{BP} = 0,16 \text{ (м)}; R_{HP} = R_{0H} + u_{HP} = 0,192 \text{ (м)}; \\ C_{1P} &= -0,4375 \text{ (МПа)}; C_{2P} = 1,1040 \text{ (МПа)}; P_B = 0,553 \text{ (МПа)}; \\ \nu &= -0,00227902 \text{ (}^\circ\text{C}^{-1}\text{)}; \nu_1 = 0,00023293 \text{ (МПа} \cdot \text{}^\circ\text{C}^{-1}\text{)}; \nu_2 = 0,109373705 \text{ (МПа)}; \\ \nu_3 &= 2,451225833 \text{ (МПа)}; \nu_4 = -4,368027573 \text{ (МПа)}; \nu_5 = 0,290766197 \text{ (МПа)}; \\ \nu_6 &= -14,83737178 \text{ (МПа)}; \nu_7 = 31,00198925 \text{ (МПа)}; \nu_8 = -0,002586929 \text{ (МПа)}; \\ C_{1\theta} &= 0,008141 \text{ (МПа)}; C_{2\theta} = 0,10352 \text{ (МПа)}. \end{aligned}$$

Основные результаты расчета сводим в табличную форму для пяти значений радиальных безразмерных координат ρ^* и r_θ^* (зависимости (1) и (40)) при условии изменения переменной Лагранжа r_θ^* в пределах уже деформированной давлением P_B оболочки, что предусмотрено математической моделью, аппроксимируемой формулами и уравнениями (1)-(79).

ρ^*	1	1,05	1,1	1,15	1,2
$\sigma_{rP}, \text{ (МПа)}$	- 0,553	- 0,378	- 0,231	- 0,106	0
$\sigma_{\psi P}, \text{ (МПа)}$	3,283	2,992	2,760	2,572	2,414
$\sigma_{zP}, \text{ (МПа)}$	1,365	1,307	1,265	1,233	1,207
r_θ^*	0,833	0,875	0,917	0,958	1
$\theta, \text{ (}^\circ\text{C)}$	80	58,592	38,179	18,675	0
$E, \text{ (МПа)}$	1,044	2,399	5,151	10,490	20,451
$\sigma_{r\theta}, \text{ (МПа)}$	0	- 0,00135	- 0,00252	- 0,00236	0

$\sigma_{\psi\theta}, (МПа)$	- 0,03590	- 0,03381	- 0,01724	0,02500	0,02661
$\sigma_{z\theta}, (МПа)$	- 0,11362	- 0,12590	- 0,11264	- 0,07530	0,00356
$\sigma_r, (МПа)$	- 0,563	- 0,380	- 0,234	- 0,108	0
$\sigma_{\psi}, (МПа)$	3,280	2,989	2,759	2,575	2,417
$\sigma_z, (МПа)$	1,252	1,181	1,152	1,158	1,211
$\sigma_{экв.}, (МПа)$	3,330	2,920	2,594	2,325	2,093

Согласно вышеприведенным табличным данным, опасным сечением является внутренняя поверхность цилиндра-трубы ($r_0 = R_{BP} + u_{D\theta} = R_B$). При этом, $\sigma_{экв.} = \sigma_{\max} = 3,33(МПа) < [\sigma] = 4,5(МПа)$, то есть, в результате оказываемого силового и температурного воздействия, исследуемая конструкция сохраняет свою несущую способность и пригодность к эксплуатации.

Подробный количественный и качественный анализ выходных расчетных данных, полученных при апробации силовой и температурной составляющих предложенной здесь общей теории, а также соответствующие аналитические выводы и рекомендации содержатся в работах [8-10].

Список литературы

1. Блехман И.И. Механика и прикладная математика. Логика и особенности приложений математики / И.И. Блехман, А.Д. Мышкис, Я.Г. Пановко. - М.: Наука, 1990. - 360с.
2. Фиктенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 2. - М.: Наука, 1966. - 800 с.
3. Пановко Я.Г. Устойчивость и колебания упругих систем. Современные концепции, парадоксы и ошибки / Я.Г. Пановко, И.И. Губанова. - М.: Наука, 1979. - 384 с.
4. Лукаш П.А. Основы нелинейной строительной механики. - М.: Стройиздат, 1978. - 204с.
5. Гольденблат И.И. Нелинейные проблемы теории упругости. - М.: Наука, 1969. - 336с.
6. Филин А.П. Прикладная механика твердого деформируемого тела. - Т. 1. - М.: Наука, 1975. - 832с.
7. Работнов Ю.Н. Сопротивление материалов. - М.: Физматгиз, 1962. - 456с.
8. Абдеев Б.М. Модификация линейного решения задачи Ламе для длинной толстостенной трубы из несжимаемого материала с учетом конечных деформаций / Б.М. Абдеев, А.А. Кравцов // Вестник ВКГТУ. - № 2. - Усть-Каменогорск, 2001. - С. 27-34.
9. Абдеев Б.М. К расчету термоупругих напряжений и перемещений в резиновых цилиндрах-трубах, моделируемых плоской деформацией при смешанных однородных граничных условиях / Б.М. Абдеев, А.А. Кравцов // Вестник ВКГТУ. - № 3. - Усть-Каменогорск, 2005. - С. 25-36.
10. Абдеев Б.М. Методика и алгоритм расчета механических и теплофизических характеристик резины с учетом температурного градиента / Б.М. Абдеев, А.А. Кравцов // Вестник ВКГТУ. - № 3. - Усть-Каменогорск, 2004. - С. 25-34.
11. Богданов В.В. Удивительный мир резины. - М.: Знание, 1989. - 192с.
12. Бухина М.Ф. Техническая физика эластомеров. - М.: Химия, 1984. - 224с.
13. Потураев В.Н. Резиновые и резинометаллические детали машин. - М.: Машиностроение, 1966. - 300с.
14. Trellar L. The Physics of Rubber Elasticity, Oxford, 1949. - P. 319.
15. Новацкий В. Теория упругости. - Пер. с польского. - М.: Мир, 1975. - 872 с.
16. Новацкий В. Вопросы термоупругости. - Пер. с польского. - М.: Изд-во АН СССР, 1962. - 364 с.
17. Лавендел Э.Э. Расчет резинотехнических изделий. - М.: Машиностроение, 1976. - 232с.
18. Уплотнения и уплотнительная техника: Справочник / Под ред. А.И. Голубева, Л.А. Кондакова. - М.: Машиностроение, 1986. - 464 с.
19. Гуль В.Е. Структура и механические свойства полимеров / В.Е. Гуль, В.Н. Кулезнев. - М.: Высшая школа, 1966. - 514 с.
20. Ломакин В.А. Теория упругости неоднородных тел. - М.: Московский университет, 1976. - 368 с.
21. Вояришинов С.В. Основы строительной механики машин. - М.: Машиностроение, 1973. - 456с.

22. Бронштейн И.Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. – М.: ФМ, 1962. – 608 с.

Получено 28.04.06.

УДК 532.542

Ш.С. Аманжолова

ВКГТУ, г. Усть-Каменогорск

**ЗАДАЧА О СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЯХ ЖИДКОСТИ В ПОЛОСТИ,
ИМЕЮЩЕЙ ФОРМУ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА**

При исследовании вынужденных колебаний жидкого груза относительно стенок резервуара при его транспортировке возникает необходимость определения собственных колебаний жидкости. Пусть колебание жидкости в неподвижном прямоугольном параллелепипеде происходит в условиях, когда жидкость находится под действием одной силы тяжести, а возникновение колебания обусловлено начальными отклонениями свободной поверхности жидкости от невозмущенного состояния. Жидкость частично заполняет полость резервуара и считается однородной, несжимаемой, тяжелой.

Свяжем с подвижными твердыми стенками резервуара систему координат $Oxyz$; ось Oz направим вертикально вверх, перпендикулярно к плоскости движения резервуара; ось Ox направим вдоль продольных стенок; ось Oy будет направлена по поперечному сечению. Введем ещё систему координат $O\xi\eta\zeta$, которая связана с точкой O жесткого корпуса подвижного резервуара и совершает поступательное движение (рис.1).

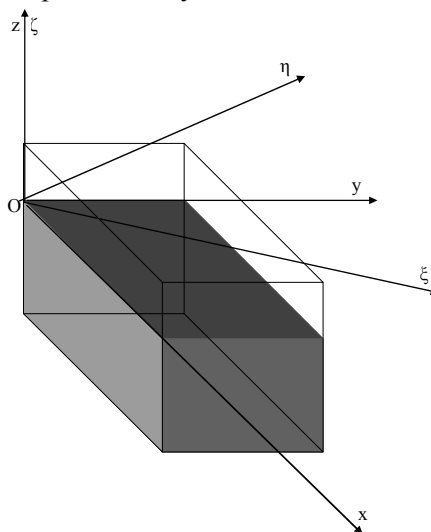


Рис. 1. Схематическое изображение резервуара в форме прямоугольного параллелепипеда, частично заполненного жидкостью и движущегося по горизонтальной плоскости: координатные оси $O\xi$, $O\eta$, $O\zeta$ во все время движения остаются параллельными соответственно своему первоначальному положению; точка O – некоторая точка твердой стенки резервуара; координатная система $Oxyz$ жестко прикреплена к твердому корпусу резервуара

Потенциальные волновые движения жидкости описываются гармонической функцией $\varphi(x, y, z, t)$, которая удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\Delta\varphi=0. \quad (1)$$

Определим граничные условия для функции $\varphi(x, y, z, t)$.

1. Условие непротекания жидкости через стенки сосуда можно записывать в виде

$$\frac{\partial\varphi}{\partial n} = 0 \quad \text{по поверхности } \Sigma. \quad (2)$$

2. Кинематическое условие на свободной поверхности жидкости запишем в виде

$$\frac{\partial\zeta_1}{\partial t} = \frac{\partial\varphi}{\partial z} \quad \text{на поверхности } S, \quad (3)$$

где $\zeta_1(x, y, z, t)$ - уравнение свободной поверхности жидкости.

3. На свободной поверхности жидкости давление равно нулю; это приводит к условию

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)_{z=0} + g\zeta_1 = 0. \quad (4)$$

Можно доказать, что форма волны на свободной поверхности при малых колебаниях жидкости определяется выражением [2]

$$\zeta = -\frac{1}{g}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)_{z=0} = \int_0^t \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)_{z=0} dt. \quad (5)$$

Частные решения задачи (1) - (2) ищем в виде

$$\varphi = f'(t) \cdot X(x) \cdot Y(y) \cdot Z(z), \quad (6)$$

где $f' = \frac{df}{dt}$ - некоторая функция, зависящая от времени.

Подставив выражение (6) в уравнение (1), получим

$$\frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} + \frac{Z''}{Z} = 0. \quad (7)$$

Обозначим

$$\frac{Z''}{Z} + \frac{Y''}{Y} = -\frac{X''}{X} = \alpha^2, \quad \frac{Z''}{Z} + \frac{X''}{X} = -\frac{Y''}{Y} = \beta^2. \quad (8)$$

Из этих выражений следует, что α и β не зависят от x, y, z . Тогда для функций $X(x), Y(y), Z(z)$ получим следующие уравнения:

$$\ddot{X} + \alpha^2 x = 0, \quad (9)$$

$$\ddot{Y} + \beta^2 y = 0, \quad (10)$$

$$\ddot{Z} - (\alpha^2 + \beta^2)z = 0. \quad (11)$$

Граничное условие (2) примет вид

$$\left.\frac{\partial X}{\partial x}\right|_{x=0} = \left.\frac{\partial Y}{\partial y}\right|_{x=2\ell} = 0; \quad (12)$$

$$\left.\frac{\partial Y}{\partial y}\right|_{y=0} = \left.\frac{\partial Y}{\partial y}\right|_{y=b} = 0; \quad (13)$$

$$\left. \frac{\partial Z}{\partial z} \right|_{z=-h} = 0. \quad (14)$$

Краевые задачи (9), (12), и (10), (13) имеют решения в следующем виде:

$$X = \cos \frac{\kappa \pi}{2\ell} x, \quad \langle \kappa = 0, 1, 2, 3, \dots \rangle, \quad (15)$$

$$Y = \cos \frac{n\pi}{b} y, \quad \langle n = 0, 1, 2, 3, \dots \rangle. \quad (16)$$

Задаче (11), (14) удовлетворяет решение

$$Z = ch \left[\pi \sqrt{\frac{\kappa^2}{4\ell^2} + \frac{n^2}{b^2}} \langle z + h \rangle \right]. \quad (17)$$

Обозначим через $\phi_{k,n}$ - собственные функции колебаний жидкости в сосуде, тогда

$$\phi_{k,n} = \frac{2}{b\ell ch \left[\pi h \sqrt{\frac{k^2}{4\ell^2} + \frac{n^2}{b^2}} \right]} \cdot \cos \frac{\kappa \pi}{2\ell} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y \cdot ch \left[\pi \sqrt{\frac{k^2}{4\ell^2} + \frac{n^2}{b^2}} \langle z + h \rangle \right], \quad (18)$$

где выражение $\frac{2}{b\ell ch \left[\pi h \sqrt{\frac{k^2}{4\ell^2} + \frac{n^2}{b^2}} \right]}$ - нормирующий множитель.

Функции $\{\phi_{k,n}\}$ являются гармоническими функциями в области τ , удовлетворяют на смоченной поверхности стенок сосуда Σ условию $\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0$ и образуют на свободной поверхности жидкости в невозмущенном состоянии S полную ортонормированную систему.

Потенциал $\phi(x, y, z, t)$ ищем в виде двойного ряда

$$\phi(x, y, z, t) = \frac{2}{b\ell} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f'_{k,n} \cos \frac{\kappa \pi}{2\ell} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y}{ch \left[\pi h \sqrt{\frac{k^2}{4\ell^2} + \frac{n^2}{b^2}} \right]} \cdot ch \left[\pi \sqrt{\frac{k^2}{4\ell^2} + \frac{n^2}{b^2}} \langle z + h \rangle \right]. \quad (19)$$

Обозначим через $\psi_{k,n}$ функции

$$\psi_{k,n} = \frac{2}{b\ell} \cdot \cos \frac{\kappa \pi}{2\ell} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y. \quad (20)$$

Функции $\psi_{k,n}$ выражают главные формы колебаний жидкости и нормированы условием

$$\int_0^b \int_0^{2\ell} \psi_{k,n}^2 dx dy = 1,$$

причем

$$\left(\frac{\partial \varphi_{k,n}}{\partial z} \right)_{z=0} = \lambda_{k,n} \cdot \psi_{k,n}, \quad (21)$$

$$\lambda_{k,n} = \pi \sqrt{\frac{k^2}{4\ell^2} + \frac{n^2}{b^2}} \cdot th \left(\pi h \sqrt{\frac{k^2}{4\ell^2} + \frac{n^2}{b^2}} \right). \quad (22)$$

Подставим выражение (19) в (4), тогда получим:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} f_{k,n}'' \cdot \psi_{k,n} + g \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} f_{k,n} \cdot \lambda_{k,n} \cdot \psi_{k,n} = 0.$$

Умножая это соотношение на $\psi_{k,n}$ и интегрируя по x от 0 до 2ℓ , получим следующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений для определения неизвестных функций $f_{k,n}(t)$:

$$f_{k,n}'' + g\lambda_{k,n}f_{k,n} = 0, \quad (23)$$

где $g\lambda_{k,n} = \sigma_{k,n}$ - собственные частоты колебаний жидкости

$$\sigma_{k,n}^2 = \pi g \sqrt{\frac{k^2}{4\ell^2} + \frac{n^2}{b^2}} \cdot th \left(\pi h \sqrt{\frac{k^2}{4\ell^2} + \frac{n^2}{b^2}} \right). \quad (24)$$

Уравнение (23) запишем в виде

$$\ddot{f}_{k,n} + \sigma_{k,n}^2 \cdot f_{k,n} = 0.$$

Решения данных уравнений ищутся в следующем виде

$$f_{k,n} = C_{k,n} \cos \sigma_{k,n} \cdot t + D_{k,n} \sin \sigma_{k,n} t,$$

где коэффициенты $C_{k,n}$, $D_{k,n}$ определяются из начальных условий для формы свободной поверхности $\zeta_1(x, y, t)$ и для распределения скоростей частиц жидкости на свободной поверхности $\left(\frac{\partial \zeta_1}{\partial t} \right)_{t=0}$.

При исследовании собственных колебаний жидкости в сосуде следует принять

$$f_{k,n} = C_{k,n} \cos \langle \sigma_{k,n} t \rangle. \quad (25)$$

Подставим решение (25) в выражение для частных решений (6). При вычислении интеграла в уравнении свободной поверхности (5) сделаем соответствующие преобразования. Согласно выражению (7) уравнение свободной поверхности при свободных колебаниях жидкости в полости, имеющей форму прямоугольного параллелепипеда, в конечном результате вычислений имеет вид

$$\begin{aligned} \zeta_1 \langle x, y, t \rangle &= \frac{2\pi}{b\ell} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} f_{k,n} \sqrt{\frac{k^2}{4\ell^2} + \frac{n^2}{b^2}} \cdot \cos \frac{k\pi}{4\ell} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y \cdot th \left(\pi h \sqrt{\frac{k^2}{4\ell^2} + \frac{n^2}{b^2}} \right) = \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} C_{k,n} \cdot \lambda_{k,n} \cdot \psi_{k,n} f_{k,n}. \end{aligned} \quad (26)$$

Каждому из бесчисленного множества форм свободных колебаний тяжелой жидкости соответствует определенная свободная поверхность

$$\zeta_{1\text{эд}0} = a_{k,n} \cdot \psi_{k,n} \cdot \cos \langle \sigma_{k,n} t \rangle,$$

где $\sigma_{k,n}^2 = g\lambda_{k,n}$ - собственная частота. Числа $\sigma_{k,n}$ образуют дискретную неограни-

ченно возрастающую последовательность; амплитуда $a_{k,n} = c_{k,n} \cdot \lambda_{k,n}$ является произвольной постоянной, зависит от начальных условий для формы свободной поверхности жидкости:

$$a_{k,n} = C_{k,n} \cdot \pi \sqrt{\frac{k^2}{4\ell^2} + \frac{n^2}{b^2}} \cdot th \left(\pi h \sqrt{\frac{k^2}{4\ell^2} + \frac{n^2}{b^2}} \right). \quad (27)$$

При построении решений предполагается, что амплитуды колебаний жидкости малы по сравнению с глубиной и что интенсивность ускорений движения резервуара такова, что резонансные колебания не разрушаются, т.е. амплитуда колебаний жидкости не должна быть больше стоковой [4] (рис.2).

Допустим, что нам задано начальное отклонение свободной поверхности жидкости в виде

$$(\zeta_1)_{t=0} = \zeta_{10} = c \left(y - \frac{b}{2} \right), \quad (0 < c < 1); \quad (28)$$

где c – некоторая постоянная величина.

С другой стороны, для момента времени $t = 0$ уравнение свободной поверхности (26) будет иметь следующий вид:

$$\zeta_1(x, y, 0) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{k,n} \cdot \psi_{k,n} = \frac{2}{b\ell} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{k,n} \cos \frac{k\pi}{4\ell} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y.$$

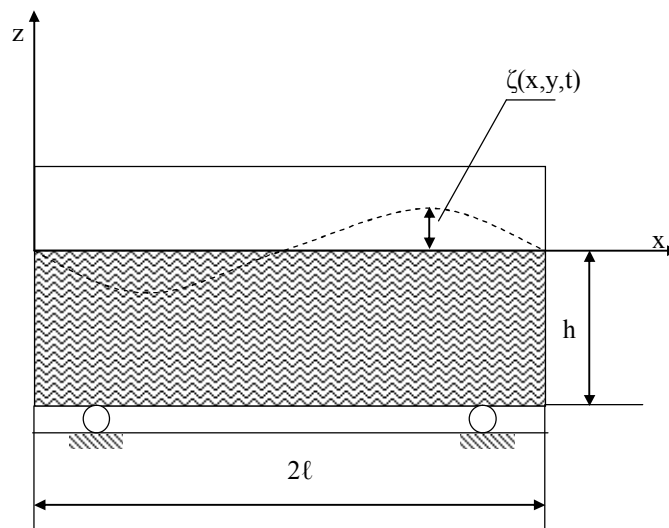


Рис. 2. Схематическое представление свободной поверхности колеблющейся жидкости с учетом только главных форм колебаний

Приравняем полученное уравнение для свободной поверхности в начальный момент времени и заданное начальное отклонение свободной поверхности от невозмущенного состояния между собой, и получим следующее соотношение:

$$c \left(y - \frac{b}{2} \right) = \frac{2}{b\ell} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} C_{k,n} \cdot \lambda_{k,n} \cdot \cos \frac{k\pi}{4\ell} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y. \quad (29)$$

Разложим функции $c\left(y - \frac{b}{2}\right)$ в ряд по функциям $\cos \frac{n\pi}{by}$:

$$c\left(y - \frac{b}{2}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} v_n \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y.$$

Коэффициент разложения $v_{k,n}$ определяется формулой

$$v_n = \frac{2}{b} \int_0^b c\left(y - \frac{b}{2}\right) \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y dy.$$

Отсюда находим

$$v_{2n+1} = -\frac{4bc}{\pi^2(2n+1)^2}; \quad v_{2n} = 0, \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots). \quad (30)$$

Итак, функция $c\left(y - \frac{b}{2}\right)$ представляется в виде ряда

$$c\left(y - \frac{b}{2}\right) = -4bc \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cdot \cos \left[\frac{\pi(2n+1)}{b} y \right]. \quad (31)$$

Приравнявая коэффициенты в рядах (29) и (31) при одинаковых членах $\cos \frac{k\pi}{2\ell} x, \cos \frac{n\pi}{b} y$, получим

$$c_{0,2n} = 0; \quad c_{0,2n+1} = -\frac{2b^3 \ell c}{\pi^3(2n+1)^3 \cdot th \left[\frac{\pi h(2n+1)}{b} \right]}. \quad (32)$$

Собственные частоты колебаний жидкости равны

$$\sigma_{0,n}^2 = \pi g \frac{(2n+1)}{b} th \left[\frac{\pi h(2n+1)}{b} \right]; \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (33)$$

Частоты $\sigma_{0,n}$ зависят от соотношения $\frac{h}{b}$. Величина собственной частоты изменяется

с глубиной только для очень маленького уровня заполнения резервуара и только для первых собственных частот, когда длина волны не очень мала.

Амплитуды собственных колебаний жидкости

$$a_{0,2n+1} = -\frac{2b^2 \ell c}{\pi^2(2n+1)^2} \quad (34)$$

находятся в прямой зависимости от начального отклонения свободной поверхности жидкости и площади поперечного сечения резервуара.

Список литературы

1. Аманжолова Ш.С. Динамика жесткой ёмкости с жидким наполнением // Материалы докладов научно-технической конференции ВКГУ. - Ч. 1. - Усть-Каменогорск, 1999. - С.42-43.
2. Моисеев Н.Н., Петров А.А. Численные методы расчета собственных колебаний ограниченного объёма жидкости. - М.: ВЦ АН СССР, 1966. - 269 с.
3. Румянцев В.В. Динамика тела с полостями, содержащими жидкость. - М.: Наука, 1965. - 439 с.
4. Численные методы в механике жидкости. - М.: Мир, 1973. - 304 с.

5. Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовича, И. Стриган. – М.: Наука, 1979. – 830 с.
6. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. – М.: Наука, 1977. – 342 с.

Получено 13.04.06

УДК 539.3/.6

Т.Ф. Брим

ВКГТУ, г. Усть-Каменогорск

**К РЕШЕНИЮ ПЛОСКОЙ КОНТАКТНОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ
О СЖАТИИ ДЕФОРМИРУЕМОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЖЕСТКОЙ ПЛОСКОСТЬЮ**

В контактных задачах о взаимодействии тел цилиндрической формы с оценкой их несущей способности и жесткости приходится рассматривать напряженно-деформированное состояние взаимодействующих поверхностей. При этом, что подтверждено в работах [1,2], наиболее напряженной областью является сечение, расположенное на оси симметрии Ox расчетной модели, где и необходимо исследовать соответствующие функции внутренних усилий.

В известной классической задаче Буссинеска-Фламана о действии сосредоточенной силы P , приложенной к границе полуплоскости [1,2], получены следующие формулы для определения нормальных σ_x , σ_y и касательных τ_{xy} , τ_{yx} напряжений в произвольной точке M полупространства (рис.1):

$$\sigma_x = -\frac{2P}{\pi} \cdot \frac{x^3}{(x^2 + y^2)^2}, \quad (1)$$

$$\sigma_y = -\frac{2P}{\pi} \cdot \frac{xy^2}{(x^2 + y^2)^2}, \quad (2)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = -\frac{2P}{\pi} \cdot \frac{x^2 y}{(x^2 + y^2)^2}. \quad (3)$$

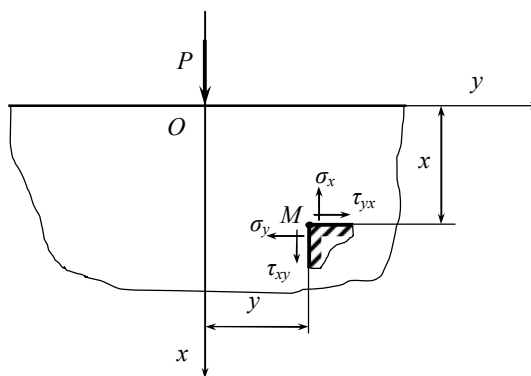


Рис 1.

При решении контактной задачи о сжатии тел цилиндрической формы расчетная схема, изображенная на рис. 1, и формулы (1)-(3) – неприемлемы, так как реактивное усилие по области соприкосновения взаимодействующих поверхностей носит распределенный, а не сосредоточенный характер.

В данной статье, по аналогии с известной функцией $\sigma_x = \sigma_x(x)$ [4], получено аналитическое выражение, характеризующее распределение нормального напряжения $\sigma_y = \sigma_y(x)$ в плоскости $y=0$ при условии, что на поверхности $x=0$ действует переменная нагрузка $q = q(y)$, характер которой соответствует классическому распределению Г. Герца [3,4].

И.Я. Штаерманом в книге [3] рассмотрен случай плоской контактной деформации, когда касание сжимаемых тел происходит в точке O , которая совпадает с началом системы координат xOy (рис. 2), а функции $f_1(y)$ и $f_2(y)$, определяющие конфигурацию цилиндрических поверхностей, имеют непрерывные первые и вторые производные в окрестности точки $x=y=0$. Направляя ось Oy по общей касательной к кривым $f_1(y)$ и $f_2(y)$, ограничивающим упругие тела в плоскости xOy , будем иметь:

$$f_1'(0) = f_2'(0) = 0. \quad (4)$$

Сумму вторых производных $f_1''(0) + f_2''(0)$ считаем отличной от нуля [3]. Ввиду малости упругих перемещений область контакта после сжатия упругих тел будет малой, и при этом сумму функций f_1 и f_2 можно приближенно представить следующим образом:

$$f_1(y) + f_2(y) = \frac{1}{2} [f_1''(y) + f_2''(y)] \cdot y^2. \quad (5)$$

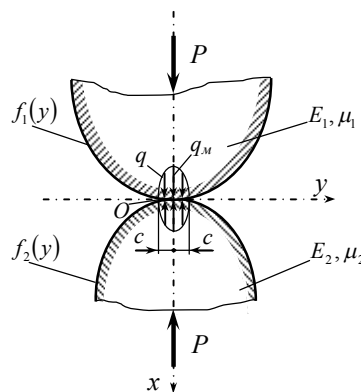


Рис 2.

Относительно контактных сил вводим предположение, что их равнодействующие P , перпендикулярные оси Oy , направлены к точке первоначального касания O взаимодействующих поверхностей, то есть к началу координат. Так как первоначальный просвет между контактирующими телами, согласно (5), является симметричным относительно оси Ox , то и давление q на цилиндрических поверхностях будет также симметричной эллиптической функцией по аргументу y , которая в соответствии с [3] имеет вид:

$$q = q(y) = \frac{2P}{\pi c^2} \sqrt{c^2 - y^2} = \frac{q_m}{c} \sqrt{c^2 - y^2}, \quad (-c \leq y \leq c), \quad (6)$$

где $q_m = \frac{2P}{\pi c}$ - максимальное значение функциональной зависимости $q = q(y)$, (рис. 2);

c - полуширина области контакта

$$c = \sqrt{\frac{2P(\vartheta_1 + \vartheta_2)}{f_1''(0) + f_2''(0)}}, \quad (7)$$

а ϑ_1, ϑ_2 - физико-механические постоянные взаимодействующих материалов, зависящие от их модулей упругости E_1, E_2 и коэффициентов Пуассона μ_1, μ_2 :

$$\left. \begin{aligned} \vartheta_1 &= \frac{2}{\pi E_1} (1 - \mu_1^2), \\ \vartheta_2 &= \frac{2}{\pi E_2} (1 - \mu_2^2). \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Сила P связана с давлением q интегральным соотношением

$$P = \int_{-c}^c q(y) dy. \quad (9)$$

При проектировании эластомерных уплотнителей, которые взаимодействуют с поверхностями, изготовленными из материалов, жесткость которых на много порядков выше, чем деформируемость резины, возникает актуальная задача о напряженном состоянии эластомера в зоне контакта. И в этой связи, как отмечалось выше, особое значение, с точки зрения несущей способности уплотнительного элемента, имеет его сечение, совпадающее с осью x , где нормальные напряжения σ_x, σ_y - экстримальны, а касательные, вследствие симметричности расчетной модели, равны нулю ($\tau_{xy} = \tau_{yx} = 0$).

Рассмотрим взаимодействие деформируемой цилиндрической поверхности радиусом $\rho \neq const$ с жесткой плоскостью (рис. 3).

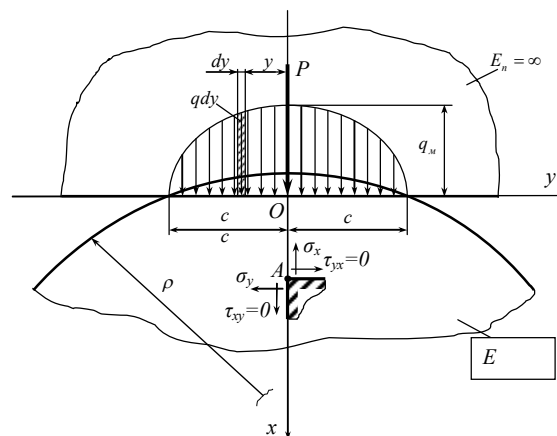


Рис. 3

Примем следующие допущения:

- 1) цилиндр – бесконечно длинное тело (плоская деформация);

2) полуширина площадки контакта (c) намного меньше его радиуса кривизны ($c \ll \rho$);

3) модуль Юнга полуплоскости контакта равен бесконечности ($E_n = \infty$), а модуль упругости E деформируемой цилиндрической поверхности имеет конечное значение.

Приводим без вывода формулу $\sigma_x(x)$ для сечения $y=0$ [4], которую в дальнейшем будем использовать в данной работе:

$$\sigma_x = -\frac{q_m c}{\sqrt{c^2 + x^2}}, \quad (10)$$
$$(0 \leq x \leq \infty).$$

Напряжение $d\sigma_y$, создаваемое элементарной силой $dP = qdy$, согласно (2) и рис. 3, определяется формулой

$$d\sigma_y = -\frac{2}{\pi} \cdot \frac{xy^2}{(x^2 + y^2)^2} qdy. \quad (11)$$

Подставив в (11) выражение (6), получаем в общем виде искомое нормальное напряжение $\sigma_y = \sigma_y(x)$ для плоскости $y=0$:

$$\sigma_y = -\frac{2x}{\pi} \int_{-c}^c \frac{y^2}{(x^2 + y^2)^2} qdy = -\frac{2xq_m}{\pi c} \int_{-c}^c \frac{y^2 \sqrt{c^2 - y^2}}{(x^2 + y^2)^2} dy. \quad (12)$$

Выполняем с помощью [5] интегрирование в формуле (12):

$$\sigma_y = -\frac{2xq_m}{\pi c} \int_{-c}^c \frac{y^2 \sqrt{c^2 - y^2}}{(x^2 + y^2)^2} dy = \left| \begin{array}{l} \text{замена переменной } y \text{ на } t: \\ y = c \cdot \sin t \\ dy = c \cdot \cos t \cdot dt \end{array} \right| = -\frac{2xq_m}{\pi c} \int_{-c}^c \frac{c^2 \sin^2 t \sqrt{c^2 - c^2 \sin^2 t}}{(x^2 + c^2 \sin^2 t)^2} \times$$
$$\times c \cdot \cos t \cdot dt = -\frac{2xq_m c^4}{\pi c} \int_{-c}^c \frac{\sin^2 t \cdot \cos^2 t}{(x^2 + c^2 \sin^2 t)^2} dt = -\frac{2xq_m c^4}{\pi c} \int_{-c}^c \frac{\frac{1}{4} \sin^2 2t}{\left[-\frac{c^2}{2} \left(-\frac{2x^2}{c^2} - 2 \sin^2 t \right) \right]^2} dt =$$
$$= -\frac{2xq_m c^4}{4\pi c} \int_{-c}^c \frac{\sin^2 2t}{\left[-\frac{c^2}{2} \left(1 - 2 \sin^2 t - 1 - \frac{2x^2}{c^2} \right) \right]^2} dt = -\frac{2xq_m c^4}{4\pi c c^4} \int_{-c}^c \frac{\sin^2 2t}{\left(\cos 2t - 1 - \frac{2x^2}{c^2} \right)^2} dt =$$
$$= \left| \begin{array}{l} \text{подстановка:} \\ a = -1 - \frac{2x^2}{c^2} \end{array} \right| = -\frac{2xq_m}{\pi c} \int_{-c}^c \frac{\sin^2 2t}{(\cos 2t + a)^2} dt = \left| \begin{array}{l} \text{замена переменной } t \text{ на } z: \\ \operatorname{tg} t = z; t = \operatorname{arctg} z; dt = \frac{dz}{1+z^2} \\ \sin 2t = \frac{2 \operatorname{tg} t}{1 + \operatorname{tg}^2 t} = \frac{2z}{1+z^2}; \\ \cos 2t = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 t}{1 + \operatorname{tg}^2 t} = \frac{1 - z^2}{1 + z^2} \end{array} \right| = -\frac{2xq_m}{\pi c} \times$$

$$\begin{aligned}
 & \times \int_{-c}^c \frac{\left(\frac{2z}{1+z^2}\right)^2 \cdot \frac{dz}{(1+z^2)}}{\left(\frac{1-z^2}{1+z^2} + a\right)^2} = -\frac{8xq_m}{\pi c} \int_{-c}^c \frac{z^2 dz}{(1+z^2)(1-z^2+a+az^2)^2} = -\frac{8xq_m}{\pi c} \int_{-c}^c \frac{z^2 dz}{(1+z^2)[1+a+z^2(a-1)]^2} = \\
 & = -\frac{8xq_m}{\pi c} \int_{-c}^c \frac{z^2 dz}{(1+z^2)\left[\left(\frac{1+a}{a-1} + z^2\right) \cdot (a-1)\right]^2} = -\frac{8xq_m}{\pi c \cdot (a-1)^2} \int_{-c}^c \frac{z^2 dz}{(z^2+1)\left(z^2 + \frac{a+1}{a-1}\right)^2} = \\
 & = \left[\begin{array}{l} \text{подстановка:} \\ b = \frac{a+1}{a-1} \Rightarrow a = \frac{b+1}{b-1} \end{array} \right] = -\frac{8xq_m}{\pi c \cdot (a-1)^2} \int_{-c}^c \frac{z^2 dz}{(z^2+1)(z^2+b)^2}; \quad (13)
 \end{aligned}$$

- подынтегральную функцию в (13) представляем в виде суммы простейших дробей:

$$\frac{z^2}{(z^2+1)(z^2+b)^2} = \frac{Az+H}{z^2+1} + \frac{Kz+D}{(z^2+b)^2} + \frac{Mz+N}{z^2+b}; \quad (14)$$

- приводим (14) к общему знаменателю и приравниваем числители:

$$\begin{aligned}
 (Az+H)(z^2+b)^2 + (Kz+D)(z^2+1) + (Mz+N)(z^2+b)(z^2+1) &= z^2, \\
 (Az+H)(z^4+2z^2b+b^2) + (Kz+D)(z^2+1) + (Mz+N)(z^4+z^2+bz^2+b) &= z^2;
 \end{aligned}$$

- сравниваем многочлены по степеням:

$$\left. \begin{aligned} z^5 &\rightarrow A+M=0, \\ z^4 &\rightarrow H+N=0, \\ z^3 &\rightarrow 2Ab+K+M+Mb=0, \\ z^2 &\rightarrow 2Hb+D+N+Nb=1, \\ z^1 &\rightarrow Ab^2+K+Mb=0, \\ z^0 &\rightarrow Hb^2+D+Nb=0; \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

- решаем систему линейных уравнений (15) методом исключения постоянных:

$$\begin{aligned}
 A &= -M, -2Mb+K+M+Mb=0, K+M-Mb=0, K=Mb-M, \\
 K &= -Ab^2-Mb=Mb^2-Mb, \\
 Mb-M &= Mb^2-Mb \Rightarrow M=0, \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow K=0 \\
 H &= -N, -2Nb+D+N+Nb=1, D=1-N+Nb, \\
 -Nb^2+D+Nb &= 0, -Nb^2+1-N+Nb+Nb=0, -Nb^2+1-N+2Nb=0, \\
 N &= \frac{1}{b^2-2b+1} = \frac{1}{(b-1)^2}; H = -N = -\frac{1}{(b-1)^2}; D = 1-N-Nb = \frac{b}{b-1};
 \end{aligned}$$

- выражение (14) запишем в виде:

$$\frac{z^2}{(z^2+1)(z^2+b)^2} = -\frac{1}{(b-1)^2(z^2+1)} + \frac{b}{(b-1)(z^2+b)^2} + \frac{1}{(b-1)^2(z^2+b)}; \quad (16)$$

- подставляем правую часть равенства (16) в формулу (13):

$$\begin{aligned} & -\frac{8xq_M}{\pi c \cdot (a-1)^2} \int_{-c}^c \frac{z^2 dz}{(z^2+1)(z^2+b)^2} = \\ & = -\frac{8xq_M}{\pi c \cdot (a-1)^2} \cdot \left(-\frac{1}{(b-1)^2} \int_{-c}^c \frac{dz}{z^2+1} + \frac{b}{b-1} \int_{-c}^c \frac{dz}{(z^2+b)^2} + \frac{1}{(b-1)^2} \int_{-c}^c \frac{dz}{z^2+b} \right); \end{aligned} \quad (17)$$

- интегралы, входящие в (17), берем с использованием таблиц [6]:

$$\int_{-c}^c \frac{dz}{z^2+1} = \operatorname{arctg} z \Big|_{-c}^c; \quad (18)$$

$$\int_{-c}^c \frac{dz}{(z^2+b)^2} = \frac{1}{2b\sqrt{b}} \left(\operatorname{arctg} \frac{z}{\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{b} \cdot z}{z^2+b} \right) \Big|_{-c}^c; \quad (19)$$

$$\int_{-c}^c \frac{dz}{z^2+b} = \frac{1}{\sqrt{b}} \operatorname{arctg} \frac{z}{\sqrt{b}} \Big|_{-c}^c; \quad (20)$$

- полученные значения интегралов (18)-(20) подставляем в (17):

$$\begin{aligned} & -\frac{8xq_M}{\pi c \cdot (a-1)^2} \int_{-c}^c \frac{z^2 dz}{(z^2+1)(z^2+b)^2} = -\frac{8xq_M}{\pi c \cdot (a-1)^2} \times \\ & \times \left[-\frac{1}{(b-1)^2} \operatorname{arctg} z \Big|_{-c}^c + \frac{b}{(b-1)} \cdot \frac{1}{2b\sqrt{b}} \left(\operatorname{arctg} \frac{z}{\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{b} \cdot z}{z^2+b} \right) \Big|_{-c}^c + \frac{1}{(b-1)^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{b}} \operatorname{arctg} \frac{z}{\sqrt{b}} \Big|_{-c}^c \right] = \\ & = \left| \begin{array}{l} \text{преобразование:} \\ a = \frac{b+1}{b-1} \Rightarrow -\frac{8xq_M}{\pi c \cdot (a-1)^2} = -\frac{2xq_M}{\pi c} (b-1)^2 \end{array} \right| = -\frac{2xq_M}{\pi c} (b-1)^2 \times \\ & \times \left[-\frac{1}{(b-1)^2} \operatorname{arctg} z \Big|_{-c}^c + \frac{b}{(b-1)} \cdot \frac{1}{2b\sqrt{b}} \left(\operatorname{arctg} \frac{z}{\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{b} \cdot z}{z^2+b} \right) \Big|_{-c}^c + \frac{1}{(b-1)^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{b}} \operatorname{arctg} \frac{z}{\sqrt{b}} \Big|_{-c}^c \right] = \\ & = -\frac{2xq_M}{\pi c} \left[-\operatorname{arctg} z \Big|_{-c}^c + \frac{b-1}{2\sqrt{b}} \left(\operatorname{arctg} \frac{z}{\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{b} \cdot z}{z^2+b} \right) \Big|_{-c}^c + \frac{1}{\sqrt{b}} \operatorname{arctg} \frac{z}{\sqrt{b}} \Big|_{-c}^c \right] = \\ & = -\frac{2xq_M}{\pi c} \left[-\operatorname{arctg} z \Big|_{-c}^c + \frac{b-1}{2\sqrt{b}} \operatorname{arctg} \frac{z}{\sqrt{b}} \Big|_{-c}^c + \frac{z(b-1)}{2(z^2+b)} \Big|_{-c}^c + \frac{1}{\sqrt{b}} \operatorname{arctg} \frac{z}{\sqrt{b}} \Big|_{-c}^c \right] = \\ & = -\frac{2xq_M}{\pi c} \left[-\operatorname{arctg} z \Big|_{-c}^c + \frac{b+1}{2\sqrt{b}} \operatorname{arctg} \frac{z}{\sqrt{b}} \Big|_{-c}^c + \frac{z(b-1)}{2(z^2+b)} \Big|_{-c}^c \right] = \\ & = -\frac{2xq_M}{\pi c} \left[-\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} t) \Big|_{-c}^c + \frac{b+1}{2\sqrt{b}} \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} t}{\sqrt{b}} \Big|_{-c}^c + \frac{\operatorname{tg} t \cdot (b-1)}{2(\operatorname{tg}^2 t + b)} \Big|_{-c}^c \right] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= -\frac{2xq_M}{\pi c} \left[-t \Big|_{-c}^c + \frac{b+1}{2\sqrt{b}} \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} t}{\sqrt{b}} \Big|_{-c}^c + \frac{\operatorname{tg} t \cdot (b-1)}{2(\operatorname{tg}^2 t + b)} \Big|_{-c}^c \right] = \\
 &= -\frac{2xq_M}{\pi c} \left[-\operatorname{arcsin} \frac{y}{c} \Big|_{-c}^c + \frac{b+1}{2\sqrt{b}} \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \left(\operatorname{arcsin} \frac{y}{c} \right)}{\sqrt{b}} \Big|_{-c}^c + \frac{\operatorname{tg} \left(\operatorname{arcsin} \frac{y}{c} \right) (b-1)}{2 \left(\operatorname{tg}^2 \left(\operatorname{arcsin} \frac{y}{c} \right) + b \right)} \Big|_{-c}^c \right] = -\frac{2xq_M}{\pi c} \times \\
 &\times \left[-\left(\operatorname{arcsin} \frac{c}{c} - \operatorname{arcsin} \frac{-c}{c} \right) + \frac{b+1}{2\sqrt{b}} \left(\operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \left(\operatorname{arcsin} \frac{c}{c} \right)}{\sqrt{b}} - \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \left(\operatorname{arcsin} \frac{-c}{c} \right)}{\sqrt{b}} \right) + \right. \\
 &\left. + \frac{b-1}{2 \left(\operatorname{tg} \left(\operatorname{arcsin} \frac{y}{c} \right) + \frac{b}{\operatorname{tg} \left(\operatorname{arcsin} \frac{y}{c} \right)} \right)} \right] \Big|_{-c}^c = -\frac{2xq_M}{\pi c} \cdot \left[-\pi + \frac{b+1}{2\sqrt{b}} \left(\operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{2}}{\sqrt{b}} - \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{2} \right)}{\sqrt{b}} \right) + \right. \\
 &\left. + \frac{b-1}{2 \left(\operatorname{tg} \left(\operatorname{arcsin} \frac{c}{c} \right) + \frac{b}{\operatorname{tg} \left(\operatorname{arcsin} \frac{c}{c} \right)} \right)} - \frac{b-1}{2 \left(\operatorname{tg} \left(\operatorname{arcsin} \frac{-c}{c} \right) + \frac{b}{\operatorname{tg} \left(\operatorname{arcsin} \frac{-c}{c} \right)} \right)} \right] = \\
 &\left[\begin{array}{l} \text{упрощение значений аргументов функций :} \\ \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} = \infty \Rightarrow \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{2} \right) = -\infty; \operatorname{arctg} \infty = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \operatorname{arctg}(-\infty) = \left(-\frac{\pi}{2} \right) = \\ \operatorname{arctg} \left(\frac{\infty}{\sqrt{b}} \right) = \operatorname{arctg} \infty = \frac{\pi}{2}; \operatorname{arctg} \left(\frac{-\infty}{\sqrt{b}} \right) = \operatorname{arctg}(-\infty) = -\frac{\pi}{2} \end{array} \right] \\
 &= -\frac{2xq_M}{\pi c} \cdot \left[-\pi + \frac{b+1}{2\sqrt{b}} \left(\frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2} \right) \right) + \frac{b-1}{2 \left(\infty + \frac{b}{\infty} \right)} - \frac{b-1}{2 \left(-\infty + \frac{b}{-\infty} \right)} \right] =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= -\frac{2xq_m}{\pi c} \cdot \left[-\pi + \frac{b+1}{2\sqrt{b}}\pi + \frac{b-1}{2\left(\infty + \frac{b}{\infty}\right)} - \frac{b-1}{2\left(-\infty + \frac{b}{-\infty}\right)} \right] = -\frac{2xq_m}{\pi c} \cdot \left[-\pi + \frac{b+1}{2\sqrt{b}}\pi \right] = \\ &= \left\{ \begin{array}{l} \text{замена переменных :} \\ b = \frac{a+1}{a-1}; a = -1 - \frac{2x^2}{c^2} \end{array} \right\} \Rightarrow b = \frac{x^2}{x^2 + c^2} \left| = -\frac{2xq_m}{\pi c} \cdot \left[-\pi + \frac{\frac{x^2}{x^2 + c^2} + 1}{2\sqrt{\frac{x^2}{x^2 + c^2}}} \pi \right] = \right. \\ &= -\frac{2q_m}{\pi c} \cdot \left[-\pi x + \pi x \cdot \left(\frac{\frac{x^2}{x^2 + c^2} + 1}{2\sqrt{\frac{x^2}{x^2 + c^2}}} \right) \right] = -\frac{2q_m}{c} \cdot \left[-x + \left(\frac{x^2}{x^2 + c^2} + 1 \right) \cdot \frac{\sqrt{x^2 + c^2}}{2} \right] = \\ &= -\frac{2 \cdot q_m}{c} \left[\frac{(x^2 + x^2 + c^2)}{(x^2 + c^2)} \cdot \frac{\sqrt{x^2 + c^2}}{2} - x \right] = -\frac{2 \cdot q_m}{c} \left[\frac{(2x^2 + c^2)}{2\sqrt{x^2 + c^2}} - x \right] = \\ &= -\frac{2 \cdot q_m}{c} \left[\frac{2(x^2 + 0,5 \cdot c^2)}{2\sqrt{x^2 + c^2}} - x \right] = -\frac{2 \cdot q_m}{c} \left[\frac{x^2 + 0,5 \cdot c^2}{\sqrt{x^2 + c^2}} - x \right]. \end{aligned}$$

Таким образом,

$$\sigma_y = -\frac{2 \cdot q_m}{c} \cdot \left[\frac{x^2 + 0,5 \cdot c^2}{\sqrt{x^2 + c^2}} - x \right]. \quad (21)$$

Для построения графиков функций σ_x и σ_y вводим безразмерную величину переменной x

$$x^* = \frac{x}{c}, \quad (22)$$

тогда

$$x = x^* \cdot c, \quad (0 \leq x^* \leq \infty). \quad (23)$$

Подставив (23) в функциональные зависимости (10) и (21), получаем, соответственно, формулы для нормальных напряжений σ_x и σ_y :

$$\sigma_x = -\frac{q_m c}{\sqrt{c^2 + x^2}} = -\frac{q_m}{\sqrt{1 + (x^*)^2}}, \quad (24)$$

$$\sigma_y = -\frac{2 \cdot q_m}{c} \cdot \left(\frac{x^2 + 0,5 \cdot c^2}{\sqrt{x^2 + c^2}} - x \right) = -2 \cdot q_m \cdot \left[\frac{(x^*)^2 + 0,5}{\sqrt{(x^*)^2 + 1}} - x^* \right], \quad (25)$$

которые представляем в виде безразмерных параметров σ_x^* и σ_y^* :

$$\sigma_x^* = \frac{\sigma_x}{q_m} = -\frac{\frac{q_m}{\sqrt{1+(x^*)^2}}}{q_m} = -\frac{1}{\sqrt{1+(x^*)^2}}, \quad (26)$$

$$\sigma_y^* = \frac{\sigma_y}{q_m} = -\frac{-2 \cdot q_m \cdot \left[\frac{(x^*)^2 + 0,5}{\sqrt{(x^*)^2 + 1}} - x^* \right]}{q_m} = 2 \cdot \left[\frac{(x^*)^2 + 0,5}{\sqrt{(x^*)^2 + 1}} - x^* \right]. \quad (27)$$

С помощью электронных таблиц Microsoft Excel, согласно аналитическим выражениям (26) и (27), построены графики функций нормальных напряжений σ_x^* и σ_y^* (рис. 4), на которых видно, что численные значения σ_y^* сопоставимы с параметром σ_x^* , следовательно, при решении контактных задач недопустимо пренебрегать компонентой σ_y .

Результаты исследований, полученные в данной работе, можно использовать при моделировании контактных задач, в которых один элемент – деформируемый, а другой – жесткий, то есть при расчете, например, эластомерных кольцевых уплотнений, взаимодействующих с металлическими поверхностями [7].

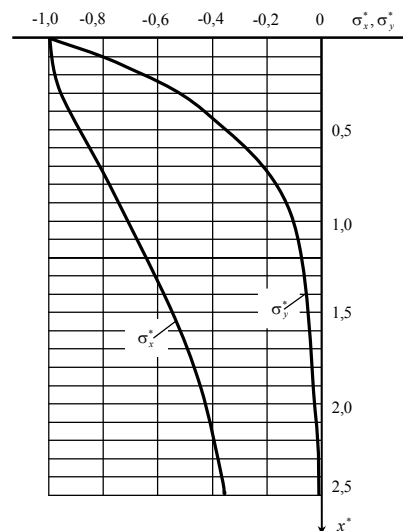


Рис. 4

Список литературы:

1. Филин А.П. Прикладная механика твердого деформируемого тела. Том 1. – М.: Наука, 1975. – 832 с.
2. Теребушко О.И. Основы теории упругости и пластичности. – М.: Наука, 1984. – 320 с.
3. Штаерман И.Я. Контактная задача теории упругости. – М., Л.: Гостехиздат, 1949. – 270 с.
4. Самуль В.И. Основы теории упругости и пластичности. – М.: ВШ, 1970. – 288 с.
5. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Том 2. – М.: Наука, 1966. – 800 с.
6. Двайт Г.В. Таблицы интегралов и другие математические формулы. – М.: Наука, 1977. – 228 с.
7. Уплотнения и уплотнительная техника: Справочник /Под ред. Голубева Л.И., Кондакова Л.А. – М.: Машиностроение, 1986. – 464 с.

Получено 20.04.06.

УДК 539.43:669

Л.А. Горбачев

ВКГТУ, г. Усть-Каменогорск

ОБ ОБРАЗОВАНИИ НОВЫХ ФАЗ В СТАЛИ 08кп ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

При циклическом нагружении некоторых металлов в равновесном состоянии (углеродистые стали, медь, поликристаллы свинца [1] и др.) на микроструктурах появляются темные образования – пятна. В начальной стадии они появляются в виде отдельных мелких потемнений, которые в дальнейшем, особенно к началу разрушения, могут распространяться на все зерно и занимать значительную часть деформированного участка.

На рис.1 показаны фрагменты микроструктуры циклически нагруженного образца из стали 08кп (соответственно 5 600; 15 000 и 151 000 циклов; стрелкой отмечен фиксированный участок образца). По данным рис. 1 можно видеть, что сначала появляются малозаметные потемнения, которые к стадии образования трещины охватывают значительные участки, прилегающие к трещине.

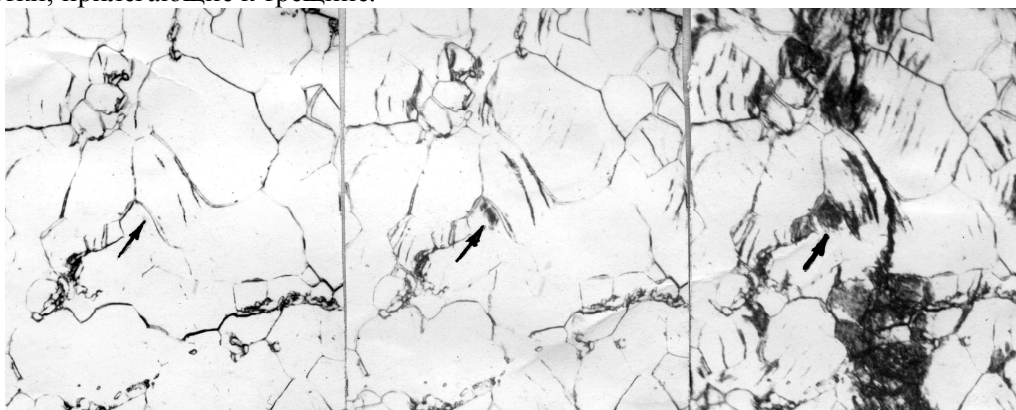


Рис. 1

Изучению этого явления посвящено значительное количество работ, например [2], однако полной ясности о причинах и природе этих образований нет.

Ранее [3] была предложена предположительная трактовка причин возникновения и развития этих пятен.

Во-первых, это наиболее «слабые» зерна и их участки. Вследствие неблагоприятно сложившихся условий при пластическом сдвиге они попадают под преимущественное воздействие высоких циклических напряжений одного знака – сжатия, что вызывает их активное циклическое деформирование. Рельефность этих образований может свидетельствовать о выдавливании значительных объемов металла.

Во-вторых, из-за активного циклически повторяющегося напряжения сжатия в этих объемах происходит интенсивный разогрев, который способствует активному окислению этих микрообъемов. Этот процесс может иметь сложный и специфический характер, обусловленный циклическостью нагружения и его частотой.

Вероятно, эти образования имеют ту же природу, что и разрыхления вдоль полос скольжения. Они весьма интенсивно проявляются на кипящей стали, особенностью которой является высокая пластичность и газонасыщенность. Поэтому интенсивность этих образований может быть связана с газонасыщенностью самого материала, тем более, что эти пятна образуются и при испытаниях в вакууме схожих материалов [4].

В данной работе анализировалась микроструктура пластинчатых образцов – сталь 08кп, рабочее сечение – 1 x 10 мм. Циклическое нагружение – знакопеременным изгибом с частотой нагружения 2800 цикл/мин. на установке с постоянной амплитудой размаха [5].

Исследование поверхностных изменений. Для анализа профиля и морфологии получено трехмерное изображение поверхности исходных и циклически деформированных участков образца. На рис. 2 приведены профилограммы и морфология исходного (слева) и деформированного (справа) участков образца.

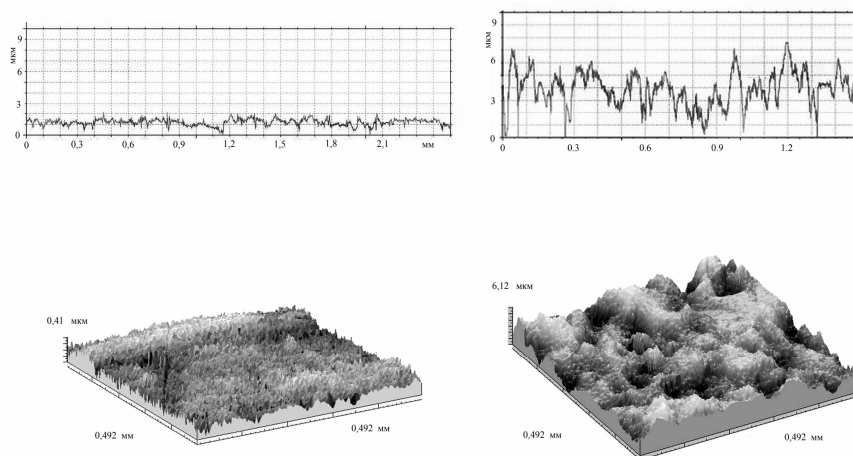


Рис. 2

Из данных рис. 2 видно насколько существенны изменения поверхности под воздействием циклических нагрузок. Особого внимания заслуживает высокая степень выдавливания объемов деформированного металла.

На рис. 3 показаны результаты оже-спектрографии в виде графиков концентраций элементов по глубине исходного и деформированного образца.

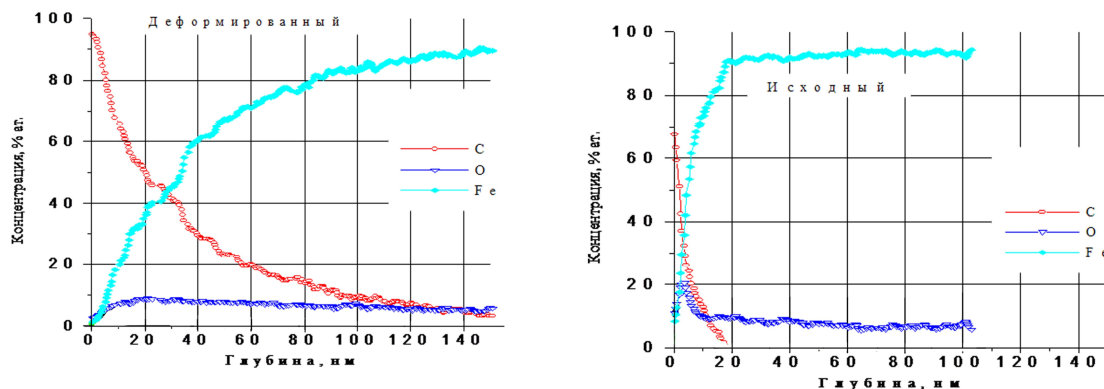


Рис. 3

Сопоставительный анализ этих графиков показывает, что после циклического деформирования произошли радикальные изменения – уровни концентраций углерода и железа как бы поменялись местами – уровень концентрации углерода на поверхности деформированного образца соответствует уровню концентрации железа на исходном образце, а уровень концентрации железа – уровню концентрации углерода на исходном образце.

Это должно обозначать, что в результате диффузионных процессов углерод переместился в более нагретый приповерхностный слой, где смог бы прореагировать с компонентами сплава – кислородом и железом.

На рис. 4 представлены результаты сканирования поверхностей исходного и деформированного образцов пучком диаметром 1 мкм и участок сканирования (снимок выполнен с монитора оже-спектрометра при, примерно, шестидесятикратном увеличении).

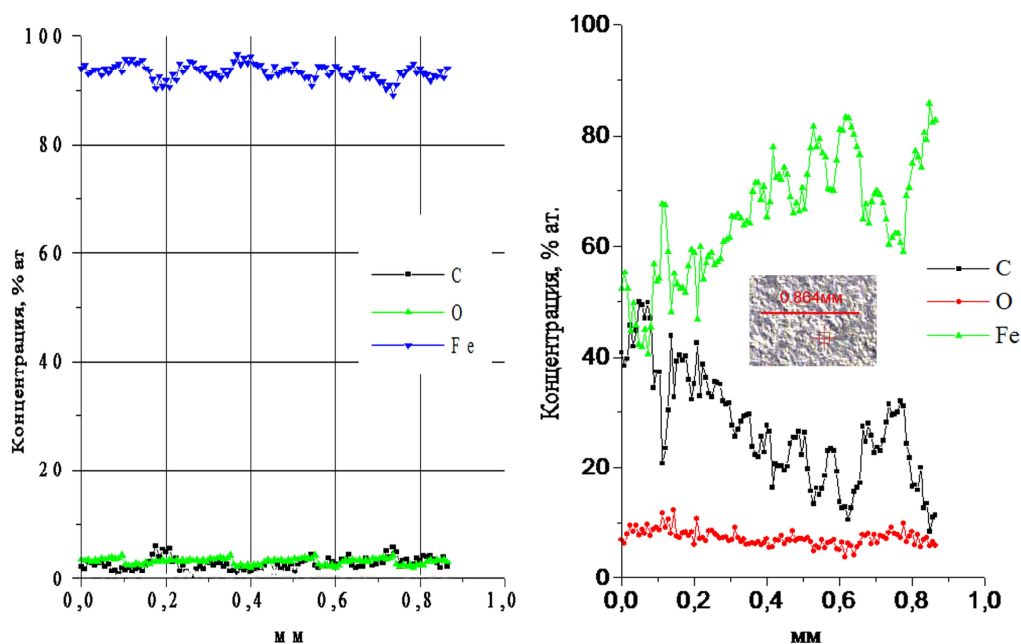


Рис. 4

На основании данных рис. 4 можно заключить:

- абсолютная симметричность (зеркальность) расположения графиков углерода и железа может свидетельствовать об их четком химическом взаимодействии;
- на деформированном образце активизировался и кислород, при этом максимальным пикам на графиках железа и углерода соответствуют «всплески» активности кислорода;
- по мере приближения сканирующего пучка к усталостной трещине, где деформация достигает наибольшего значения, расхождение между линиями железа и углерода увеличивается.

Все это дает основание считать, что при циклических нагрузках в металлах протекают сложные физико-химические процессы с возможным образованием новых соединений.

На рис. 5 представлены оже-спектры от поверхностей исходного и деформированного образцов. Из сопоставления этих спектров можно заключить, что амплитуда оже-линий углерода и кислорода на деформированном образце увеличилась, что демонстрирует и подтверждает более высокое содержание этих элементов в приповерхностной области по сравнению с исходным образцом.

Точные измерения амплитуды оже-линии железа показали, что и она незначительно, но все же несколько уменьшилась, что свидетельствует об уменьшении его концентрации в приповерхностной области деформированного участка.

Если предположить, что часть атомов железа вступила во взаимодействие с атомами кислорода и углерода, то такая убыль будет малозаметной – содержание углерода в стали 08кп не превышает 0,08 %, а кислорода и того меньше. Тем более, что из данных рис. 1 видно, что пятна-образования занимают незначительную часть деформированной поверхности.

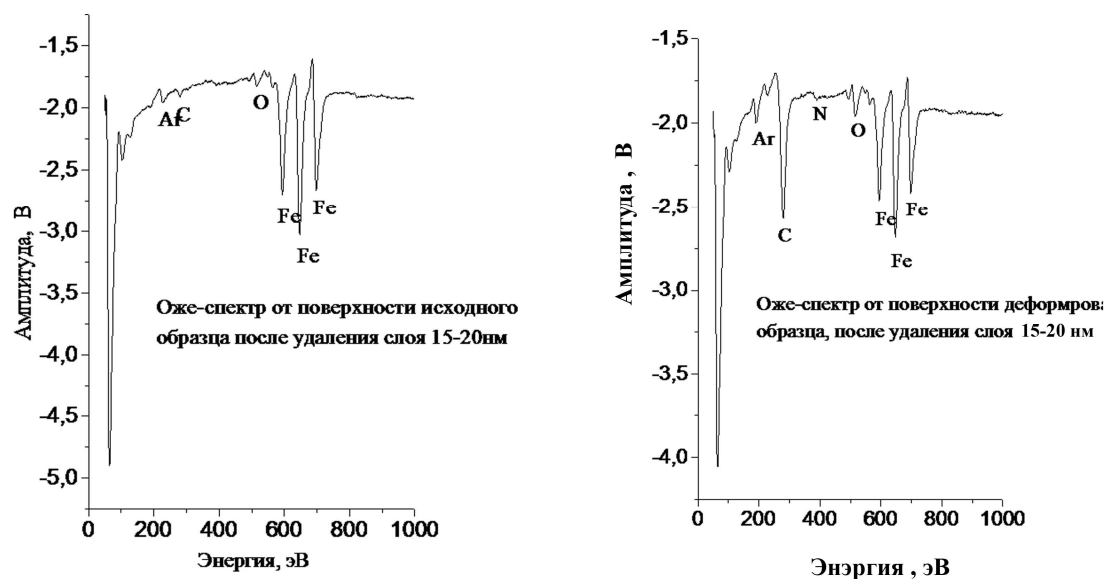


Рис. 5

Результаты исследования рентгенофлуоресцентным методом. Одним из параметров рентгенофлуоресцентного метода является регистрация изменения отношения интенсивностей эмиссионных линий одной серии [6].

Метод позволяет по отношению интегральной интенсивности K_{β} линий рентгеновского спектра к интегральной интенсивности K_{α} судить о форме нахождения атомов в твердом теле.

Были измерены энергетические спектры, которые представлены на рис.6 и рассчитаны отношения $Fe K_{\alpha 1,2}/Fe K_{\beta 1,2}$.

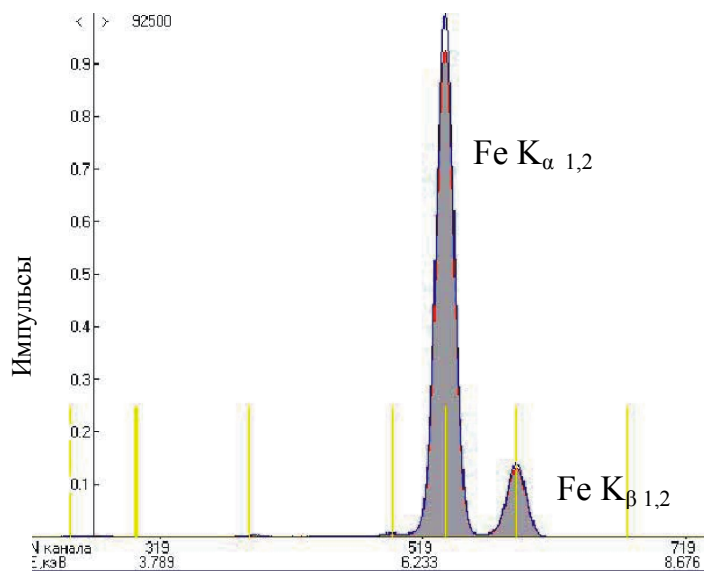


Рис. 6

Получены следующие результаты. На исходном образце это отношение равно $7,0677624 \pm 0,0005$, а на деформированном $7,025773 \pm 0,0005$. Отличие в полученных результатах превышает погрешность измерений и свидетельствует об изменении химического состояния (валентности) атомов железа в деформированном образце.

Это означает, что в процессе циклической деформации происходит физико-химическое взаимодействие железа с компонентами материала образца. Незначительное расхождение в пиках деформированного (на рис. 6 – штриховая линия) и исходного образца объясняется несоизмеримостью концентрации содержания железа и остальными компонентами - углерода и кислорода.

Результаты рентгенодифракционного анализа. Для уточнения результатов, изложенных выше, был выполнен рентгенодифракционный анализ исходной и деформированной поверхности. Исследования проводились на дифрактометре Дрон-3. Исследовались три образца на различных режимах при различных излучателях: хром и кобальт- K_α .

На рис. 7 представлены дифрактограммы деформированного (верхняя) и исходного участка образца.

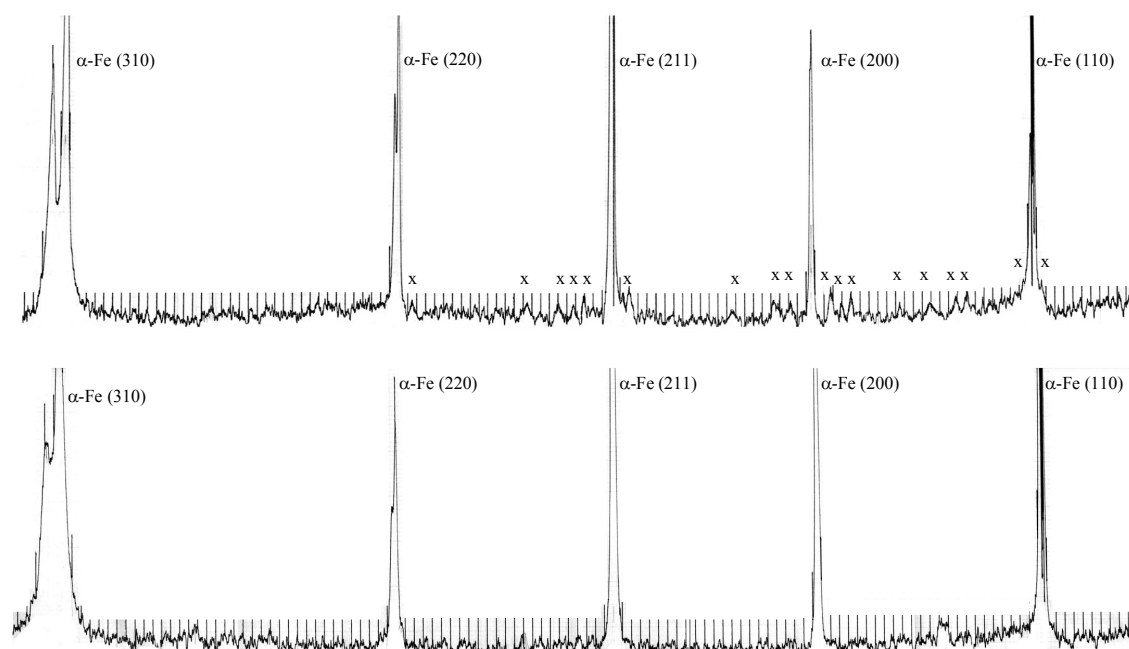


Рис. 7

Анализ дифрактограмм выявил:

- для всех трех образцов на деформированном участке интенсивность линии α -Fe (200) уменьшилась в 2 раза, а интенсивность линии α -Fe (211) увеличилась в 1,2 раза, что можно объяснить возникновением текстуры (преимущественной ориентировки кристаллов-зерен);

- кроме интенсивных рефлексов α -Fe на дифрактограммах циклически деформированной поверхности появились слабые линии (на рис.7 они обозначены значками «x»). Их число на разных образцах различно, что вполне объяснимо, так как пятна-образования на

каждом из анализируемых образцов располагаются по-разному. Количество этих рефлексов зависит от того, сколько пятен попадает в поле анализирующего пучка лучей.

Фазовый анализ этих линий по картотеке АСТМ с обработкой данных в системе Microsoft Excel показал, что наиболее подходят по межплоскостным расстояниям следующие соединения: C_2FeO_4 , Fe_2C ; Fe_5C_2 .

Из изложенных выше результатов следует, что в процессе циклического нагружения вследствие сложных физико-химических процессов могут возникать новые фазы.

Но, как известно, для образования таких соединений, как C_2FeO_4 , Fe_2C , Fe_5C_2 требуются высокие температуры, в то время как нагрев образца в напряженном участке в данных условиях (частота нагружения 2800 цикл/мин) не превышал $0,5^\circ C$ по отношению к температуре окружающей среды.

Несмотря на то, что влияние температуры на результаты усталостных испытаний хорошо известно, тем не менее, тепловые эффекты, возникающие в самом материале при циклических нагрузках, изучены мало.

Вид температурно-кинетических кривых усталости зависит от вида кристаллической решетки. На рис. 8 показаны температурно-кинетические кривые усталости для различных материалов [7]. Из данных рисунка следует, что температурно-кинетические кривые для ГЦК-металлов являются зеркальным отражением кривых для металлов ОЦК.

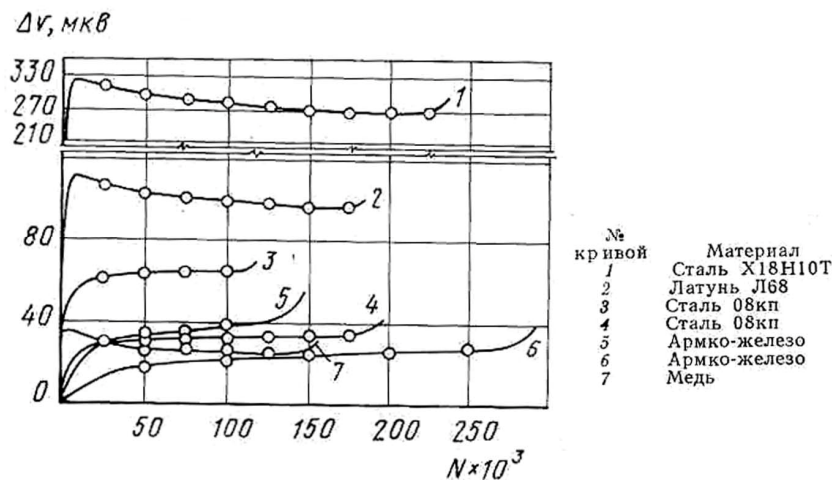


Рис. 8

Нужно отметить, что кривые, косвенно описывающие процесс усталости (температурная, внутреннего трения, петли механического гистерезиса и т.д.), имеют качественно идентичный характер.

Роль тепловых процессов при циклических нагрузках можно проиллюстрировать следующим примером.

На рис. 9 показаны результаты по усталостному испытанию изменения внутреннего трения образцов из стали 50 с охлаждением и без него при прочих равных условиях [8].

Из сопоставительного анализа кривых следует, что в обычных условиях – без охлаждения – кинетическая кривая имеет вид, характерный для ОЦК-металлов, а при охлаждении приобретает форму кривой для металлов ГЦК. Представляется, что данный пример является весьма убедительным доказательством влияния внутренних тепловых явлений

на процесс усталости. Что касается образования новых фаз, отмеченных в данной работе, то их образование может быть обусловлено действием тепловых флуктуаций.

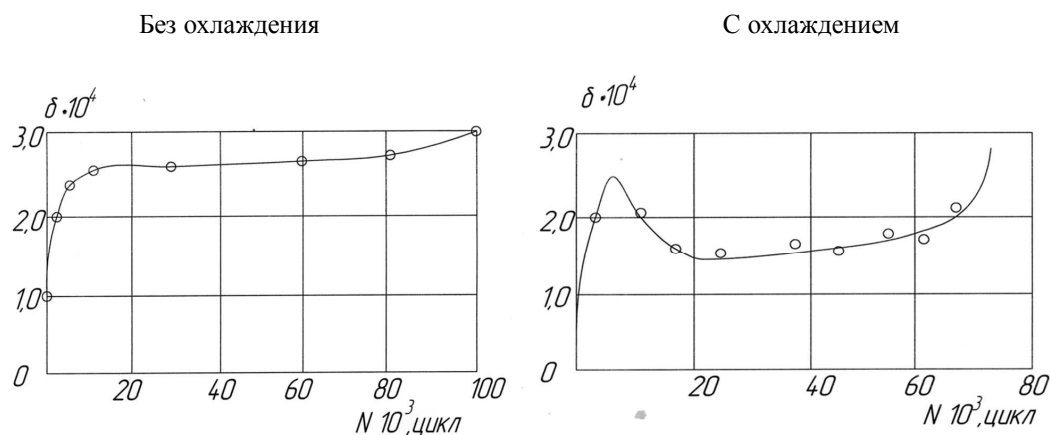


Рис. 9

На основании вышеизложенного был сделан следующий вывод: можно считать установленным, что темные пятна-образования на микроструктурах стали 08кп являются новыми фазами.

Список литературы

1. Панин В.Е., Елсукова Т.Ф., Панин А.В., Кузина О.Ю., Кузнецов П.В. // Физическая мезомеханика 7 2. - 2004. - С. 5 - 17.
2. Гурьев Л.В. Микроскопическое исследование развития полос скольжения и закономерностей накопления поврежденных мест в стали при усталостных испытаниях /Л.В. Гурьев, В.Ю. Столяров // Прочность металлов при циклических нагрузках. - М.: Наука, 1967. - С. 71.
3. Горбачев Л.А. Исследование кинетики усталостного разрушения температурным методом: Автореф. Дисс.... канд. техн. наук. - Л., 1971.
4. Лозинский М.Г. Применение метода высокотемпературной металлографии для исследования закономерностей изменения строения металлов и сплавов в процессе испытаний на усталость // Прочность металлов при циклических нагрузках. - М.: Наука, 1967. - С. 44-55.
5. Горбачев Л.А. Исследование кинетики усталостного разрушения температурным методом: Труды Ленинградского политехнического института / Л.А. Горбачев, Т.А. Лебедев, Т.К. Маринец. - № 314. - 1970. - С. 128.
6. Веригин А.А. Энергодисперсионный рентгеноспектральный анализ. Применение в промышленности: Монография. - Томск: Изд.-во ТомГУ, 2005.
7. Горбачёв Л.А. Об уравнении усталости при стационарном режиме нагружения //Заводская лаборатория. - № 12. - 1972. - С.1500.
8. Харитонов Н.И. Исследование накопления микропластических деформаций при циклическом нагружении среднеуглеродистых сталей / Н.И. Харитонов, Н.Н. Никольский, В.С. Дронов // Проблемы прочности. - № 9. - 1972. - С. 44.

Получено: 25.06.06.

УДК 621.869.2

С.В. Ли

КазАТК, г. Алматы

ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЙ КОНТУР РАБОЧЕГО ОРГАНА МАШИНЫ
С ПЛАНЕТАРНО-РОТОРНЫМ ДВИЖЕНИЕМ

Допустим, что режущие элементы рабочих органов (РО) строительно-дорожных машин (СДМ) закруглены радиусом k (рис. 1). Теоретический контур рабочего органа – эпитрохоида – образуется движением центра закругления A .

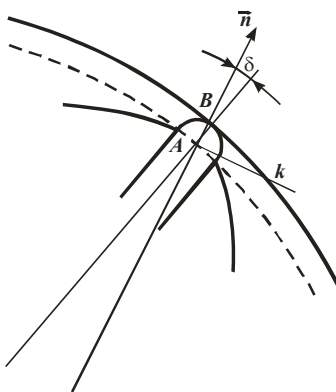


Рис. 1. К выводу действительного контура рабочего органа

Действительный контур рабочего органа СДМ представляет собой кривую, эквидистантную теоретическому контуру и отстоящую от него на расстояние k .

Рассмотрим две точки A и B , лежащие на теоретическом и действительном контурах и соответствующие одному и тому же значению параметра ψ . Нормаль к действительному контуру в точке касания режущего элемента проходит через точку A и является одновременно нормалью теоретического контура.

Радиус-вектор точки B

$$\vec{\rho}_B = \vec{AB} = \vec{\rho}_A + k \frac{\vec{n}}{|n|}, \quad (1)$$

где $\frac{\vec{n}}{|n|}$ – единый вектор, направленный по внешней нормали к контурам.

Уравнение эпитрохоиды [1,2]:

$$\vec{\rho}_A = \{e \cos 3\psi + a \cos \psi, \quad e \sin 3\psi + a \sin \psi\}. \quad (2)$$

Переходя к координатной форме, получим

$$\left. \begin{aligned} x &= e \cos 3\psi + a \cos \psi \\ y &= e \sin 3\psi + a \sin \psi \end{aligned} \right\}. \quad (3)$$

Обозначим $\frac{a}{R} = c$,

где $c > 1$.

Тогда уравнение эпитрохоиды запишется в виде

$$\left. \begin{aligned} x &= R \left(\frac{1}{3} \cos 3\psi + c \cos \psi \right) \\ y &= R \left(\frac{1}{3} \sin 3\psi + c \sin \psi \right) \end{aligned} \right\}. \quad (4)$$

Дифференцируя векторное уравнение (2) контура рабочего органа, получаем вектор, касательный к контуру:

$$\tau \{ -R(\sin 3\psi + c \sin \psi), \quad R(\cos 3\psi + c \cos \psi) \}. \quad (5)$$

Вектор, нормальный к контуру, запишется в виде:

$$\vec{n} \{ R(\cos 3\psi + c \cos \psi), \quad R(\sin 3\psi + c \sin \psi) \}. \quad (6)$$

Учитывая выражения (2), (4), (5), (6), получаем уравнение действительного контура рабочего органа:

$$\left. \begin{aligned} x_o &= e(\cos 3\psi + 3c \cos \psi) + k \frac{\cos 3\psi + c \cos \psi}{\sqrt{1 + c^2 + 2c \cos 2\psi}} \\ y_o &= y(\sin 3\psi + 3c \sin \psi) + k \frac{\sin 3\psi + c \sin \psi}{\sqrt{1 + c^2 + 2c \cos 2\psi}} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

или в полярных координатах

$$\left. \begin{aligned} \rho_o &= \left[e^2 (1 + 9c^2 + 6c \cos 2\psi) + k^2 2ek \frac{1 + 3c^2 + 4c \cos 2\psi}{\sqrt{1 + c^2 + 2c \cos 2\psi}} \right]^{1/2} \\ \varphi_o &= \arctg \frac{e(\sin 3\psi + 3e \sin \psi) + k \frac{\sin 3\psi + c \sin \psi}{\sqrt{1 + c^2 + 2c \cos 2\psi}}}{e(\cos 3\psi + 3c \cos \psi) + k \frac{\cos 3\psi + c \cos \psi}{\sqrt{1 + c^2 + 2c \cos 2\psi}}} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

При вращении ротора (РО) режущие элементы нагружаются силами инерции. Чтобы не получать слишком больших усилий, режущие элементы необходимо выполнять сравнительно тонкими. Поэтому значения величины k малы и действительный контур рабочего органа незначительно отличается от теоретического. Таким образом, не внося существенных ошибок, можно заменять действительный контур теоретическим, что позволяет значительно упростить расчетные формулы.

Толщина режущих элементов t определяется из условия

$$t \geq 2k \sin \delta_{\max}. \quad (9)$$

Список литературы

1. Ли С.В. Математическая модель рабочего органа строительно-дорожной машины с планетарно-роторным движением // Вестник национальной академии наук РК. – Алматы, 2004. – №6. – С. 35-38.
2. Ли С.В. Теоретический контур рабочего органа машины с планетарно-роторным движением // Вестник КазАТК. – Алматы, 2005. – №1. – С. 54-60.

Получено 4.04.06.

УДК 338.47.003.12

А.И. Недобитков

ВКГТУ, г. Усть-Каменогорск

**К ВОПРОСУ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПРЯМОГО УЩЕРБА ПРИ ОТКАЗАХ АГРЕГАТОВ
ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ ПОСЛЕ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО РЕМОНТА**

Мировой парк автомобилей непрерывно увеличивается. По данным Международной Дорожной Федерации (International Road Federation) наиболее автомобилизированной страной мира является Ливан. На 1 тысячу жителей этой страны приходится 732 автомобиля. В первую пятерку стран входят также Новая Зеландия (578), Бруней и Люксембург (по 576) и Исландия (561). Для сравнения: Германия находится на седьмом месте (516), США - на двенадцатом (481), Франция – на тринадцатом (477), Япония – на восемнадцатом (413), а Великобритания – на двадцать третьем (384). В настоящее время на 1000 казахстанцев приходится около 140 автомобилей, и, как показывает опыт промышленно развитых стран, Казахстан вступил в так называемую стадию «взрывного роста», которая будет продолжаться до достижения уровня насыщения порядка 300-400 автомобилей на 1000 человек.

Особенностью автомобилизации Казахстана является то, что парк автомобилей в основном увеличивается за счет подержанных автомобилей преимущественно японского и немецкого производства со сроком эксплуатации, превышающим 6 лет. Можно с уверенностью констатировать, что среди ввозимых в Казахстан автотранспортных средств подержанными являются 80-85 %. Причем ввозятся не только автотранспортные средства для перевозки пассажиров, но также грузовые и специализированные автомобили. Зачастую ввозимые автотранспортные средства не адаптированы к местным условиям эксплуатации (низкое качество топлива, дорог, системы технического обслуживания и ремонта и пр.), что приводит к эксплуатационным отказам их узлов и агрегатов. В эксплуатации уровень надежности существенно зависит от возраста транспортного средства, с увеличением которого безотказность снижается. По многочисленным данным, при эксплуатации в Казахстане российских автомобилей частота отказов и неисправностей по отношению к первому году эксплуатации на 2 году возрастает в среднем на 40 %, на 3-м году – в 2 раза, на пятом – в 3-4 раза, на восьмом - до 8 раз. Для иномарок (в этих же условиях) частота отказов и неисправностей по отношению к первому году эксплуатации на 2-м году увеличивается в среднем на 10-20 %, на третьем – до 50 %, на пятом – до 3 раз, на восьмом – в 6 раз. Сложилось мнение, что шведские модели автомобилей, такие, как

«Volvo», «Saab», являются одними из самых безопасных и надежных. В работе Е.С. Кузнецова «Оценка качества и надежности автомобилей в Швеции по результатам инспекторских осмотров и опыта эксплуатации» приводится зависимость показателей надежности автотранспортных средств от возраста (табл. 1).

Таблица 1.

Возраст, годы	Показатели эксплуатационной надежности			
	Число дефектов на 10 тыс. км.	Число ремонтов на 10 тыс. км.	Вероятность местной коррозии %	Вероятность общей коррозии %
1	-	0,2	0	0
2	-	0,36	0	0
3	0,10	0,52	4,0	0
4	0,15	0,71	6,0	0
5	0,22	0,90	9,5	2,0
6	0,30	1,60	25,0	3,0
7	0,39	2,27	35,0	4,0
8	0,50	2,66	43,0	4,5
9	0,71	2,94	48,0	5,0
10	0,84	3,33	56,0	6,0
11	1,03	3,57	62,0	9,0
12	1,23	4,00	70,0	12

Как видно из приведенной таблицы, к пятому году эксплуатации у среднестатистического автомобиля в Швеции на 10 тыс. км пробега приходится уже 1 ремонт, имеется местная и появляется общая коррозия.

Таким образом, хотя число автомобилей в Казахстане растет, но при этом около половины парка составляют машины старше 10 лет. В этих условиях актуальной становится проблема технического обслуживания и ремонта подвижного состава.

Необходимо напомнить, что в соответствии с назначением и характером выполняемых работ ремонт может быть двух видов: текущий и капитальный. Эти ремонты могут выполняться по автомобилю в целом или по его отдельным агрегатам, узлам или механизмам.

При капитальном ремонте автомобиля восстанавливается его техническое состояние в соответствии с техническими условиями на ремонт, сборку и испытания агрегатов или автомобилей. Агрегат транспортного средства направляется в капитальный ремонт или списывается по следующим критериям:

- базовая и основные детали требуют ремонта с полной разборкой агрегата;
- работоспособность агрегата не может быть восстановлена по техническим причинам или ее восстановление путем проведения текущего ремонта нецелесообразно.

Необходимо заметить, что доля капитального ремонта в современных условиях очень незначительна по причине экономической нецелесообразности и составляет не более 3-5 % от общего объема выполняемого ремонта. Например, если базовая деталь агрегата подержанного европейского или японского автомобиля требует замены, то, как правило, меняют весь агрегат на аналогичный с «авторазбора».

При текущем ремонте автомобиля восстанавливаются или заменяются неисправные, износившиеся или поврежденные детали (кроме базовых). В работе [1] приводится следующий перечень основных агрегатов автомобиля и их базовых деталей (табл. 2).

Необходимость в текущем ремонте транспортного средства определяется либо во время прохождения технического обслуживания, либо по заявке владельца (водителя).

В связи с одновременным ростом числа подержанных автомобилей и объема проводимого текущего ремонта неизбежно встает вопрос о его качестве. Ремонт может быть некачественным как по причине нарушения технологии ремонтных работ, так и по причине брака вновь устанавливаемых деталей, но и в том, и в другом случае необходимо определить прямой ущерб, нанесенный владельцу транспортного средства.

Таблица 2. Перечень основных агрегатов автомобиля, их базовых и основных деталей

Агрегат	Базовые детали	Основные детали
Двигатель с картером сцепления в сборе	Блок цилиндров	Головка цилиндров, коленчатый вал, маховик, распределительный вал, картер сцепления
Коробка передач	Картер коробки передач	Крышка картера верхняя, удлинитель коробки передач, первичный, вторичный и промежуточный валы
Гидромеханическая передача	Картер механического редуктора	Корпус двойного фрикциона, первичный, вторичный и промежуточный валы, турбинное и насосное колеса
Карданная передача	Труба (трубы) карданного вала	Фланец-вилка, вилка скользящая
Задний мост	Картер заднего моста	Кожух полуоси, картер редуктора, стакан подшипников, чашки дифференциала, ступица колеса, тормозной барабан или диск, водило колесного редуктора
Передняя ось	Балка передней оси или поперечина независимой подвески	Поворотная цапфа, ступица колеса, шкворень, тормозной барабан или диск
Рулевое управление	Картер рулевого механизма, картер золотника гидроусилителя, корпус насоса гидроусилителя	Вал сошки, червяк, рейка-поршень, винт шариковой гайки, крышка корпуса насоса гидроусилителя, статор и ротор насоса гидроусилителя
Кабина грузового и кузов легкового автомобилей	Каркас кабины или кузова	Дверь, крыло, облицовка радиатора, капот, крышка багажника
Кузов автобуса	Каркас основания	Кожух пола, шпангоуты

В работе [2] дается следующее определение прямого ущерба – это одна из составляющих реального ущерба, отражающая непосредственный ущерб лицу (истцу), право которого нарушено без причинения вреда другому лицу (ответчику), и исключаящая злоупотребление правом [ст.8 п. 5 ГК РК], то есть затраты на восстановление транспортного средства в натуре, однако без улучшения качества восстановления за счет ответчика или стоимость восстановительного ремонта и потери товарного вида транспортного средства

с учетом амортизационного износа. Далее считаем, что термин «амортизационный износ» в работе [2] соответствует термину «физический износ». Как следует из [1], физический (эксплуатационный) износ - это относительная потеря стоимости автотранспортного средства из-за изменения его технического состояния в процессе эксплуатации, приводящего к ухудшению функциональных и эксплуатационных характеристик. Основными его причинами являются пластические деформации, усталостные разрушения, коррозия, изменение физико-химических свойств конструкционных материалов.

В работе [2] дается определение стоимости восстановительного ремонта – это величина затрат на ремонт (восстановление до начального состояния); определяется путем сложения суммы стоимости ремонтно-восстановительных работ (объем работ) и стоимости запасных частей и материалов, необходимых для восстановления имущества (объекта) до эксплуатационного состояния.

Определение стоимости ремонтно-восстановительных работ (объема работ), как правило, не вызывает затруднений и определяется согласно п.4.7 методики [3]. Затруднения начинаются при определении стоимости запасных частей и комплектующих. Согласно п.4.7.3 методики [3] стоимость запасных частей и комплектующих принимается с учетом рыночных цен, сложившихся в регионе, за вычетом амортизационного (физического или эксплуатационного) износа. В случае проведения капитального ремонта агрегата в работах [1], [2], [4], [5] отмечается единый подход, который заключается в том, что определяется индивидуальный процент износа агрегата аналогично проценту износа самого транспортного средства с учетом длительности эксплуатации и среднегодового пробега за этот период с дополнительной добавкой 20 %, учитывающих снижение ресурса агрегата после капитального ремонта.

Но как определить физический износ агрегата, подвергнувшегося некачественному текущему ремонту и вышедшего по этой причине из строя? Как известно, любой агрегат состоит из базовых и основных деталей. Например, в работе [1] отмечается, что физический износ поврежденных базовых элементов автотранспортного средства, которые не заменялись с начала эксплуатации до даты оценки, равен его физическому износу. В работе же [5], в пункте 5.18, отмечается, что в случаях, когда состояние отдельных деталей транспортных средств, поврежденных в результате происшествия, значительно отличается от общего состояния транспортного средства, можно скорректировать эксплуатационный износ этих деталей (например, замена деталей в процессе эксплуатации, если их износ значительно отличается от общего износа транспортного средства). Аналогичный подход имеется и в работе [2]. Но также в работе [5], в пунктах 5.5 и 5.19, указывается, что когда невозможно учесть индивидуальный износ деталей (отсутствие подтверждающих документов, маркировок, а также для быстроизнашивающихся деталей), то их износ следует принимать равным износу транспортного средства.

То есть налицо некоторое противоречие, которое не позволяет обеспечить единый подход к оценке износа агрегата транспортного средства различными экспертами и снизить влияние субъективного фактора. Рассмотрим следующий случай. У автомобиля с расчетным физическим износом 70 % по заявлению владельца провели текущий ремонт двига-

теля и заменили поршневую группу. Расчетный физический износ, равный 70 %, принят на основании пункта 3.2.4 методики [3], согласно которому при оценке транспортного средства, находящегося в удовлетворительном состоянии по внешнему виду и отвечающему эксплуатационным характеристикам, соответствующим условиям безопасности и ПДД, но достигшего расчетного процента износа более 75 %, последний может быть снижен, но не менее 70 %. Данный вид ремонта не является капитальным, поскольку не затронута базовая деталь. Согласно сборнику нормативов трудоемкостей на техническое обслуживание и ремонт любого автомобиля в этом случае используется позиция «двигатель в сборе – ремонт с полной разборкой», что предусматривает проведение следующих операций: слить масло; произвести полную разборку; промыть, продефектовать, заменить детали; шлифовать седла клапанов и клапаны; собрать; залить масло; отрегулировать и произвести обкатку и окончательную регулировку на стенде. Но из-за нарушения технологии ремонтных работ уже при эксплуатации двигателя произошло разрушение одного из поршней, и его шатун пробил блок цилиндров. Также была повреждена головка блока цилиндров, до этого находившаяся в работоспособном состоянии и имевшая остаточный ресурс. Тогда согласно [1] блок двигателя как базовый элемент будет иметь износ 70 %, а поршневая группа согласно [2] и [5] – 0 %, так как имеются документы об ее происхождении и установке, а вопрос об износе головки блока цилиндров остается открытым. При ремонте двигателя она не имела признаков коробления и повреждений, была промыта, очищена, седла клапанов шлифованы, и, следовательно, признана работоспособной. Более того, исходя из термина «физический износ», поскольку нет признаков пластической деформации, усталостных разрушений, коррозии, то нет основания применять к данной детали расчетный износ для транспортного средства в целом. Но и период эксплуатации головки блока цилиндров однозначно установить не представляется возможным. То есть владелец транспортного средства будет настаивать на версии, что она практически новая, но документов нет, а представители сервиса, в свою очередь, будут настаивать на версии, что эта деталь не менялась с момента выпуска автомобиля и имеет износ 70 %. Кроме того, поскольку при дефектовке деталей блок цилиндров двигателя был признан годным к дальнейшей эксплуатации, то это означает: во-первых, отсутствие повреждений, а во-вторых, все его рабочие размеры находятся в пределах поля допуска согласно техническим условиям завода-изготовителя. В противном случае он подлежит замене. То есть в данном случае фактический износ блока цилиндров может отличаться от расчетного значения износа автомобиля в целом. Но поскольку сумма стоимости блока цилиндров и головки блока цилиндров составляет основную долю восстановительного ремонта, то с учетом 70 % расчетного, но не фактического износа, реально потерпевшая сторона может получить около 30 % от фактического объема прямого ущерба.

Таким образом, имеет место нарушение обязательства из причинения вреда. Согласно [2] обязательство из причинения вреда – такое обязательство, в котором потерпевший (кредитор) имеет право требовать от причинителя (должника) полного возмещения противоправно причиненного вреда путем предоставления соответствующего имущества в натуре или возмещения убытков, компенсации морального вреда (ст. 7, 9, 271 ГК).

Но из сравнения содержания ТУ 37.101.0167-97 «Приемка в ремонт, ремонт и выпуск из ремонта автомобилей ВАЗ предприятиями автотехобслуживания», например, с ТУ 4514-010-0023934-2001 «Автомобили семейства 2110, 2111, 2112» следует, что требования этих нормативных документов к техническому состоянию агрегатов транспортных средств практически одинаковы. То есть состояние агрегатов нового автомобиля и выпускаемого из текущего ремонта должно одинаково соответствовать нормативным документам. Это хорошо согласуется с определением стоимости восстановительного ремонта, данного в работе [2] (см. выше), где прямо указывается на восстановление в процессе ремонта до начального или эксплуатационного состояния. Более того, в статье 20 Закона Республики Казахстан «О безопасности дорожного движения» отмечается, что транспортные средства, прошедшие техническое обслуживание и ремонт, должны отвечать требованиям Правил дорожного движения, стандартов и других нормативных правовых актов, относящихся к обеспечению безопасности дорожного движения. Эта же статья указывает, что нормативы технического обслуживания и ремонта транспортных средств с учетом условий эксплуатации устанавливаются заводами-изготовителями транспортных средств. Все вышеперечисленное означает, что при выпуске из текущего ремонта оценка состояния агрегата должна быть «хорошее» по таблице 1 в работе [4] или по таблице 6 в работе [2]. Нет необходимости напоминать, что если после проведения текущего ремонта агрегат не соответствует требованиям нормативных документов, то вопрос о качестве ремонта является риторическим. Оценка состояния «хорошее» означает, что у агрегата выполнены работы по техническому обслуживанию, и он не требует текущего ремонта или замены каких-либо частей. Износ его в этом случае рекомендуется принимать равным 20-40%. Данное положение хорошо согласуется с содержанием термина «текущий ремонт», в процессе которого восстанавливают или заменяют неисправные, износившиеся или поврежденные детали кроме базовых, то есть увеличивают ресурс автомобиля и с требованиями закона «О безопасности дорожного движения».

Необходимо также обратить внимание на следующие обстоятельства. В работе [5] отмечается, что цена нового автотранспортного средства снижается после продажи до 15 %. Причины снижения стоимости очевидны, и это положение можно отнести также к стоимости новых запасных частей. Кроме того, исследования, проведенные НИИАТ, показали, что только одна сборка-разборка агрегата без какого-либо ремонта и обезличивания деталей снижает срок его службы на 25-30 %. Таким образом, нельзя не учитывать снижение стоимости новых запасных частей, использованных для проведения текущего ремонта при последующем определении прямого ущерба. Следует отметить, что вышеприведенные цифры по снижению стоимости и срока службы деталей хорошо согласуются с величиной износа 20-40 %.

Кроме того, необходимо учитывать следующий фактор. Автомобиль может иметь большой пробег и период эксплуатации, а следовательно, и большой расчетный показатель физического износа, но фактически находится в хорошем техническом состоянии из-за своевременности проведения необходимого технического обслуживания и текущего ремонта. Кстати, на последнее направлены меры государственного контроля в виде про-

ведения ежегодного технического осмотра, регламентации перечня неисправностей, при которых запрещена эксплуатация автотранспортных средств и т.п. Например, в Кодексе Республики Казахстан об административных правонарушениях предусмотрена ответственность по статье 474 «Выпуск в эксплуатацию транспортных средств, имеющих технические неисправности, и иные нарушения правил эксплуатации». А в Уголовном кодексе Республики Казахстан имеется статья 298 «Некачественный ремонт транспортных средств и выпуск их в эксплуатацию с техническими неисправностями, допуск к управлению транспортным средством лица, находящегося в состоянии опьянения». В связи с этим достаточно трудно представить двигатель автомобиля, имеющий 70 % фактический физический износ и укладывающийся в требования СТ РК ГОСТ Р 51709-2003 «Автотранспортные средства. Требования безопасности к техническому состоянию и методы проверки». Но легко можно представить обратную картину – автомобиль с расчетным значением износа 70 % может соответствовать требованиям нормативных документов при условии своевременности проведения технического обслуживания и текущего ремонта.

На основании вышеизложенного предлагается следующая общая рекомендация. В случае документально подтвержденного текущего ремонта агрегата автомобиля, сопровождающегося полной разборкой – сборкой и заменой деталей, считать физический износ агрегата в целом равным 20-40 %, а не определять физический износ каждой детали агрегата в отдельности. Последнее, кстати, зачастую невозможно по причине разрушения деталей или отсутствия необходимых исходных данных для расчета.

Выбор конкретного значения физического износа из вышеуказанного диапазона зависит от объема проведенного текущего ремонта, количества подвергшихся замене деталей, а также расчетного значения износа автомобиля. Например, физический износ агрегата после проведения текущего ремонта не может быть равным 40 % при общем износе автомобиля 30 %.

В случае широкого и повсеместного использования предлагаемой рекомендации будут защищены имущественные права граждан и юридических лиц при возмещении ущерба по причине некачественного ремонта транспортных средств. В настоящее время, в силу вышеприведенных обстоятельств, эти лица могут получить в качестве возмещения около 30 % от фактического объема прямого ущерба (см. вышеприведенный пример).

Таким образом, для обеспечения единого подхода к оценке износа агрегата автотранспортного средства различными экспертами и снижения влияния субъективного фактора имеется настоятельная необходимость внесения дополнения в «Методику по определению стоимости транспортных средств на момент предъявления ЦСЭ МЮ РК», относящегося к предлагаемой рекомендации. Более того, необходимо ознакомить с вносимым дополнением как можно больший круг экспертов и специалистов, для предупреждения необоснованного снижения объема прямого ущерба в случае некачественного ремонта транспортных средств.

Список литературы

1. Андрианов Ю.В. Оценка автотранспортных средств. – М.: Дело, 2002. – 488 с.
2. Кузнецов О.Г. Теория и практика оценки транспортных средств: Методическое руководство. – Алматы: ЭОЦ, 2000. – 71 с.
3. Методика по определению стоимости транспортных средств на момент предъявления. – Алматы: ЦСЭ МЮ РК, 1999. – 21 с.
4. Методическое руководство по определению стоимости автотранспортных средств с учетом естественного износа и технического состояния на момент предъявления. РД 37.009.015-98. – М.: НТЦ НАМИ, 1998. – 105 с.
5. Определение стоимости затрат на восстановление и утраты товарной стоимости автотранспортных средств: Методическое руководство для экспертов. – С-Пб.: РФЦСЭ, 2001. – 63 с.

Получено 10.04.06

УДК 004.04:378.1

А.Б. Шакаримова

ВКГТУ им. Д. Серикбаева, г. Усть-Каменогорск

**МЕТОД РОЛЕВОГО РАЗГРАНИЧЕНИЯ ДОСТУПА К РЕСУРСАМ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПОРТАЛА ВУЗА
НА ОСНОВЕ МАКСИМИЗАЦИИ ФУНКЦИОНАЛА**

Проблема обеспечения комплексной информационной поддержки процессов управления учебным процессом по-прежнему является одной из актуальных задач информатизации вуза.

Во многих вузах существуют программные комплексы, в той или иной степени решающие задачи управления учебным процессом. При этом информационные ресурсы подсистем ориентированны на определенное подразделение или приложения (задачи) и, физически информационные ресурсы дублируются в каждой из подсистем. Такое построение автоматизированной информационной системы приводит к многократному дублированию общей информации в подсистемах.

Интеграция информационных ресурсов вуза позволит избежать указанных недостатков. Однако это требует организации в вузе корпоративной сети и создание программного информационного обеспечения, использующего сетевые технологии.

Эффективной структурой для продвижения современных информационных и телекоммуникационных технологий в вузе является образовательный портал. Основная задача портала, связанная с поддержкой высокотехнологичного учебного процесса, дополняется важными функциями, способными благотворно повлиять на развитие единой образовательной информационной среды. Образовательная и технологическая политика портала, а также его просветительская деятельность являются средством для постепенного и плавного введения стихийного процесса информатизации в русло разумных методологи-

ческих и технологических решений. Более подробно о принципах и методах проектирования порталов, основных функциональных возможностях можно ознакомиться в работах [1, 2].

Спецификой информационной системы управления учебным процессом вуза на базе образовательного портала является большое количество людей, непосредственно вовлеченных в подготовку контента (авторы, пользователи системы), и не являющихся сотрудниками владельца системы (кафедра, факультет, институт, управление), которые также принимают участие в подготовке материалов. Более того, пользователями системы могут быть другие информационные системы, с которыми осуществляется обмен информацией. Поэтому основным условием функционирования такой системы является задача разграничения доступа к ресурсам системы, т.е. поддержание требуемого уровня конфиденциальности, целостности и доступности данных.

Существующие подходы, методы и средства разграничения доступа не приспособлены для отслеживания контекста бизнес-процессов. При сопровождении больших информационных систем на администратора, являющегося обычно техническим специалистом, ложится большая нагрузка и ответственность при установке прав доступа к информационным ресурсам. Здесь можно выделить две проблемы. Во-первых, администратор «прописывает» правила взаимодействия пользователей с ресурсами информационной среды на достаточно глубоком техническом уровне. Во-вторых, распределение прав доступа осуществляется чаще всего исходя из позиций защиты от потенциальных угроз для ресурсов корпоративной среды [3]. Вопросы разграничения доступа традиционно относятся к области «защиты информации», и они достаточно проработаны в теоретическом и практическом плане [4]. Методы и средства контроля отношений «пользователь - объект» в соответствии с той или иной политикой безопасности были исследованы в многочисленных работах, посвященных моделям безопасности [5, 6].

Наиболее важным, определяющим весь процесс проектирования образовательного портала вуза для управления учебным процессом и синтеза ролей доступа к информационным ресурсам с целью построения системы безопасности, является этап классификации задач, решаемых пользователями.

Для решения задачи синтеза ролей доступа к ресурсам образовательного портала разработан метод ролевого разграничения доступа с использованием алгоритмов кластерного анализа, который позволяет при проектировании образовательного портала вуза распределить множество задач в подразделениях по максимуму близости с учетом критериев по управлению, информационной взаимосвязанности и безопасности доступа к данным.

Базовое множество задач образовательного портала вуза $P = \{p_1, p_2, \dots, p_i, \dots, p_n\}$, $i=1, \dots, n$, определяем на этапе обследования предметной области и проектирования функциональной модели. При этом каждой задаче p_i можно поставить в соответствие кортеж ее параметров:

$$p_i \Leftrightarrow \{x_{i1}, \dots, x_{ik}, \dots, x_{iJ_x}; y_{i1}, \dots, y_{ij}, \dots, y_{iJ_y}\}$$

где x_{ik} – качественные содержательные характеристики, описываемые лингвистическими переменными, которые определяют отношения между элементами множества P , т.е. структуру множества; y_{ij} – количественные характеристики, определяющие трудоемкость задачи, уровень ответственности исполнителя за результаты ее решения; $i = 1, \dots, I$ – номер задачи, I для множества P может быть строго не определено; j, J_x, J_y – номер параметра

ра и число используемых параметров x_{ik} и y_{il} соответственно, $k \in J_x$, $l \in J_y$.

Первым этапом метода является получение матрицы связи $M_c = \|\rho_{ij}^*\|$, где ρ_{ij}^* - мера «близости» между i -й и j -й задачами портала $p_i, p_j \in P$.

Свертка критериев при формировании матрицы близости осуществляется как

$$\rho_{ij}^* = \sum_{k=1}^3 \rho_{ij}^k,$$

где ρ_{ij}^1 – критерий по управлению, отображающий строгую взаимосвязь и последовательность выполнения задач, т.е. когда результат решения каждой i -й задачи используется как составная часть для решения некоторой j -й задачи:

$$\rho_{ij}^1 = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-ая и } j\text{-ая задачи связаны по управлению,} \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases} \quad (1)$$

ρ_{ij}^2 – критерий информационной взаимосвязи задач, т.е. когда подмножество выходных данных i -й задачи является подмножеством входных данных j -й задачи. Для вычисления значений данного критерия введем следующие понятия:

D_i^{-1} – это множество выходных данных i -й задачи;

D_j^{+1} – это множество входных данных j -й задачи;

$$\Delta_{ij} = \frac{|D_j^{+1} \cap D_i^{-1}|}{|D_j^{+1}|}, \quad 0 \leq \Delta_{ij} \leq 1 \text{ – мощность пересечения подмножеств.} \quad (2)$$

Матрица по критерию информационной взаимосвязи задач формируется по следующим правилам:

$$\rho_{ij}^2 = \begin{cases} 1, & \text{если задачи полностью информационно взаимосвязаны,} \\ 0,75, & \text{если } 1 > \Delta_{ij} \geq 0,75 \text{ - взаимосвязаны большей частью,} \\ 0,5, & \text{если } 0,75 > \Delta_{ij} \geq 0,5 \text{ - взаимосвязаны наполовину,} \\ 0,25, & \text{если } 0,5 > \Delta_{ij} \geq 0,25 \text{ - взаимосвязаны небольшой частью,} \\ 0, & \text{если задачи не взаимосвязаны.} \end{cases} \quad (3)$$

ρ_{ij}^3 – критерий информационной безопасности ведения данных, определяющий какие возможные операции над данными j -й задачи доступны при реализации i -й задачи.

С целью сохранения ссылочной целостности данных, поддержания соответствующего уровня безопасности и конфиденциальности данных предлагается выделить четыре семантических уровня обращения к объектам и задачам образовательного портала с соответствующими весовыми коэффициентами:

Browse = 0 – просмотр/поиск данных;

Insert = 0,25 – добавление данных;

Update = 0,75 – обновление данных;

Delete = 1 – удаление данных.

Значение ρ_{ij}^3 соответственно задается элементами матрицы:

$\rho_{ij}^3 = \max(O_{ij}^t)$, где O – оценка информационной безопасности;

$$t \in \{Insert, Update, Delete, Browse\}. \quad (4)$$

На следующем этапе работы алгоритма группируются наиболее близкие задачи в K непересекающихся кластерах P_{GK} . Группировка осуществляется стандартной кластер-процедурой на основе максимизации функционала F - средневзвешенного значения связей задач в кластерах:

$$F = \frac{1}{I} \sum_{n=1}^K \frac{1}{P_n - 1} \sum_{i,j \in P_{GK}, i \neq j} \rho_{ij}^*, \quad (5)$$

где I - общее число задач; P_n - число задач в n -м кластере; $\sum_{i,j \in P_{GK}, i \neq j} \rho_{ij}^*$ – сумма элементов матрицы M_c n -го кластера.

Процедура кластеризации предполагает выполнение действий в следующем порядке:

- исходное множество задач $p_i \in P$ произвольным образом делится на K кластеров;
- выполняется диагонализация матрицы связи M_c , для этого каждая задача p_i последовательно вводится в различные кластеры P_{GK} с последующим вычислением функционала F ;

- если перенос задачи p_i в кластер P_{GK} влечет за собой возрастание функционала F по сравнению с его максимальным значением на всех предыдущих шагах, то указанная i -я задача фиксируется в соответствующем n -м кластере.

Таким образом, последовательный перебор задач позволяет найти экстремум F , при котором окончательно фиксируется распределение задач по кластерам. Полученное распределение обеспечивает группировку задач в K пересекающихся подмножествах с максимальной степенью близости между задачами в пределах каждого кластера. Алгоритм формирования ролей доступа к ресурсам образовательного портала вуза с использованием стандартной кластер-процедуры на основе максимизации функционала приведен на рис. 1.

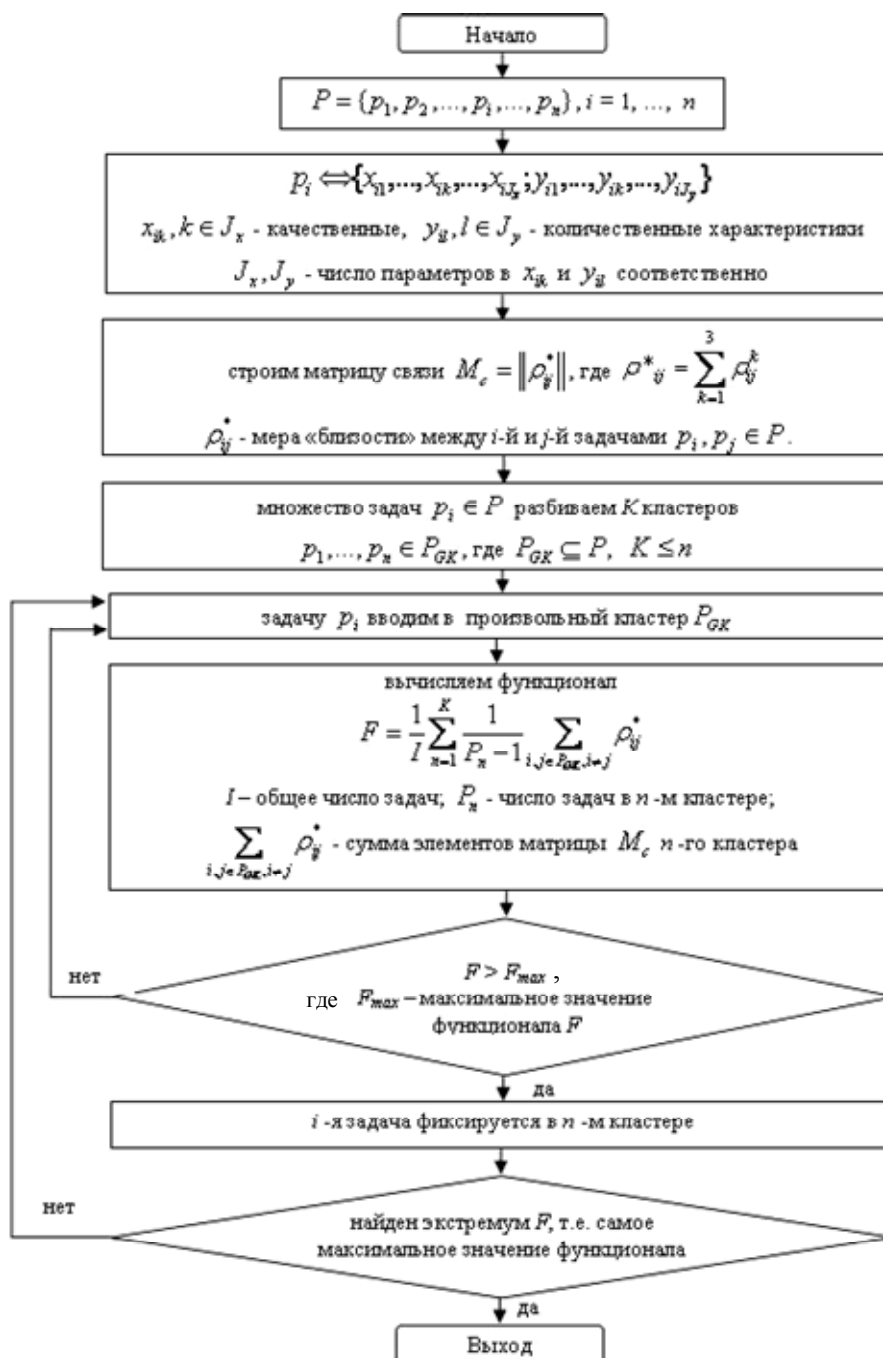


Рис. 1. Алгоритм кластеризации задач на основе максимизации функционала

Полученный набор кластеров характеризует собой роли доступа пользователей к информационным ресурсам портала, выявленные на основе атрибутов, приписываемых объектам и субъектам по правилам, определяемым «политиками доступа», и которые являются промежуточным слоем при организации взаимодействия субъектов с образова-

тельным порталом вуза.

Комплексное управление информационными ресурсами и сервисами с использованием разработанного метода ролевого доступа позволит обеспечить качественную и эффективную работу информационной инфраструктуры вуза в соответствии с действующей организационной структурой и принятыми бизнес-правилами по управлению учебным процессом, а также повысить надежность эксплуатации и скорость реагирования на внешние изменения в процессе использования и развития информационно-образовательной среды вуза в целом.

Список литературы

1. Мутанов Г.М. Новые подходы в использовании информационно-коммуникационных технологий для формирования образовательного пространства вуза и региона // Г.М. Мутанов, А.Б. Шакаримова // Состояние, проблемы и перспективы информатизации в Республике Казахстан: Материалы II Международной научно-практической конференции, 26-30 сентября 2005 г. – Ч. I / ВКГТУ. – Усть-Каменогорск, 2005. – С. 21 – 29.
2. Шакаримова А.Б. Информационно-образовательный портал ВКГТУ. Опыт внедрения и перспективы развития // Материалы Республиканского семинара-совещания «Внедрение технологии дистанционного обучения в высших учебных заведениях», 28-29 апреля, 2006г. / ВКГТУ. – Усть-Каменогорск, 2006. – С. 112 – 121.
3. Герасименко В. А. Защита информации в автоматизированных системах обработки данных. – В 2-х кн. – М.: Энергоатомиздат, 1994.
4. RBAC LIST (Laboratory for Information Security Technology, George Mason University), <http://www.list.gmu.edu/>
5. Гайдамакин Н.А. Количественные характеристики и методы анализа индивидуально-группового разграничения доступа к компьютерным системам // НТИ Сер. 2. Информационные процессы и системы, 2003. – № 4. – С. 16 – 24.
6. Васенин В.А. Проблемы математического, алгоритмического и программного обеспечения компьютерной безопасности в Интернет. <http://www.citforum.ru/security/articles/vasenin/node12.shtml>
7. Мандель И.Д. Кластерный анализ. – М.: Финансы и статистика, 1988. – 176 с.
8. Айвазян А.С. Прикладная статистика: Классификация и снижение размерности: Справ. изд. / С.А. Айвазян, В.М. Бухштабер, И.С. Енюков, А.Д. Мешалкин / Под ред. С.А. Айвазяна. – М.: Финансы и статистика, 1989. – 607 с.: ил.

Получено 06.06.06.

УДК 004.04:378.1

А.Б. Шакаримова

ВКГТУ им. Д. Серикбаева, г. Усть-Каменогорск

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МОДЕЛИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПОРТАЛА ВУЗА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОЛОГИИ СТРУКТУРНОГО АНАЛИЗА

В настоящее время для системного анализа проблемной среды применяют различные методологии. Одна из наиболее распространенных – это методология структурного анализа и проектирования SADT (Structured Analysis and Design Technique), предназначенная для создания описания систем и базирующаяся на концепциях системного моделирования.

SADT-модель может быть сосредоточена либо на функциях системы, либо на ее объектах. SADT-модели, ориентированные на функции, принято называть функциональными моделями, а ориентированные на объекты системы – моделями данных. Функцио-

нальная модель представляет с требуемой степенью детализации систему функций, которые, в свою очередь, отражают свои взаимоотношения через объекты системы. SADT-модель дает полное, точное и адекватное описание системы, имеющее конкретное назначение. Это назначение, называемое целью модели, вытекает из формального определения модели в SADT: M есть модель системы S , если M может быть использована для получения ответов на вопросы относительно S с точностью A [1].

Целью построения функциональных моделей с использованием методологии структурного анализа и проектирования является выявление наиболее слабых и уязвимых мест деятельности организации, анализ преимуществ новых бизнес-процессов и степени изменения существующей структуры организации бизнеса.

Функциональная модель образовательного портала как базис информационной системы управления учебным процессом вуза предполагает наличие четко сформулированной цели, единственного субъекта моделирования и одной точки зрения. Система имеет границу, которая определяет область моделирования. Взаимодействие системы с окружающим миром описывается как вход (нечто, что перерабатывается системой), выход (результат деятельности системы), управление (стратегии и процедуры, под управлением которых производится работа) и механизм (ресурсы, необходимые для проведения работы). Находясь под управлением, система преобразует входы в выходы, используя механизмы.

Корпоративную информационную систему вуза составляют множество бизнес-процессов, характеризующихся различной степенью охвата структурных подразделений и различной сложностью.

Для построения образовательного портала вуза и автоматизации бизнес-процессов необходимо разбить задачи на отдельные блоки. Модульный подход позволяет снизить сложность процесса автоматизации, повышает уровень управляемости, обеспечивает возможность независимой разработки (или замены) отдельных модулей системы.

В результате сбора данных и анализа процессов, связанных с учебной деятельностью, были выделены следующие бизнес-процессы, подлежащие более тщательному анализу и оптимизации на начальном этапе создания системы: формирование структуры данных по учебной деятельности, управление учебными планами, управление контингентом студентов, управление успеваемостью студентов, управление персоналом, формирование рабочих графиков и расписания.

При проектировании любой системы необходимо рассмотреть взаимосвязь между ее различными элементами, а также особенности влияния внешней среды на систему [2]. В рамках данной статьи рассмотрим функциональные модели основных подсистем образовательного портала, которые связаны с управлением учебным процессом вуза.

1. Формирование структуры данных по учебной деятельности. Любая корпоративная информационная система имеет в качестве фундамента справочные данные, содержащие информацию по структуре и обеспечивающие функционирование остальных подсистем.

Для обеспечения основных бизнес-процессов вуза, которые, прежде всего, связаны с учебной деятельностью (УД), выделим функциональные подсистемы (модули), которые используют информацию по структуре в качестве единых справочных данных. Это деканаты, кафедры, специальности, дисциплины, вид обучения, система обучения, время занятий по системе обучения. Оперативное управление данными справочниками должна выполнять служба управления учебной деятельностью (учебный отдел или учебно-методическое управление). Это обосновывается спецификой информации – она должна

заноситься централизованно и быть актуальной для всех подразделений вуза. Общий вид построенной иерархии диаграмм функциональной модели «Формирование структуры данных по учебной деятельности» показан на рис. 1.

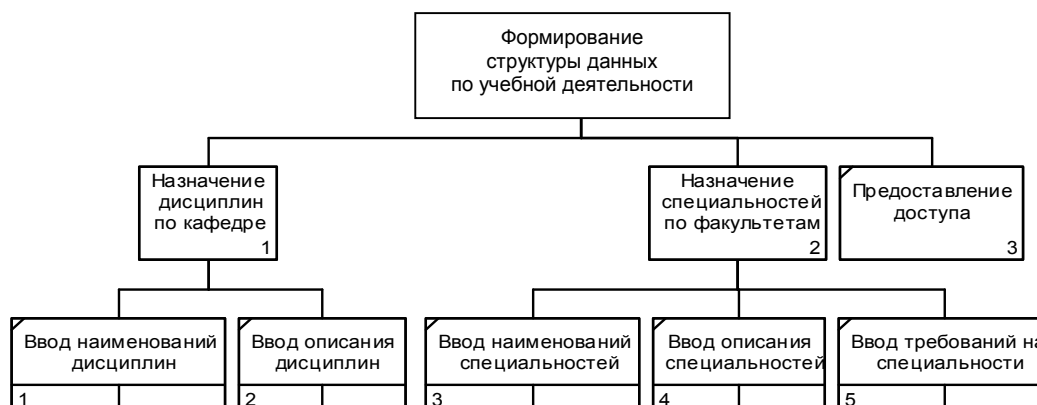


Рис. 1. Иерархия диаграмм процесса формирования структуры данных по учебной деятельности

Организация данного процесса позволит предоставлять для заинтересованных служб и разрабатываемых функциональных подсистем информации по структуре вуза, базовые справочные данные. Централизованное ведение данной информации обеспечивает целостность и актуальность данных, исключает дублирование и необходимость процессов синхронизации информации в подразделениях и других задачах.

II. Управление учебными планами. Данные учебного плана являются основой не только для оперативной работы по учебным планам, но и таких задач, как формирование рабочих графиков учебного процесса, составление расписания занятий, управление успеваемостью студентов.

В сложившейся практике учебные планы формируются на кафедрах. При этом в ходе учебной деятельности кафедры могут производить некоторые корректировки учебных планов. Для оперативного управления учебным процессом, необходимо организовать процесс формирования учебных планов таким образом, чтобы информация по ним хранилась централизованно, а ввод и корректировка данной информации выполнялась распределено на рабочих местах авторизованными лицами.

Бизнес-процесс управления учебными планами состоит из следующих процессов: сопровождение системы, занесение учебных планов, оперативная работа. Функциональная диаграмма первого уровня, а именно основные функции информационной системы (ИС) управления учебными планами, представлена на рис. 2.

Сопровождение системы выполняется службой эксплуатации вуза. Занесение учебных планов должен выполнять методист кафедры. Оперативная работа над учебными планами осуществляется как специалистами кафедры, так и сотрудниками учебного отдела. Операция занесения учебных планов должна включать в себя такие действия, как: ввод данных по госзаказу на специальности; ввод свойств учебного плана; занесение дисциплин по учебному плану; распределение дисциплин по семестрам; назначение дисциплинам учебных пособий; назначение дисциплинам работ, предусмотренных графиком учебного процесса по учебному плану.

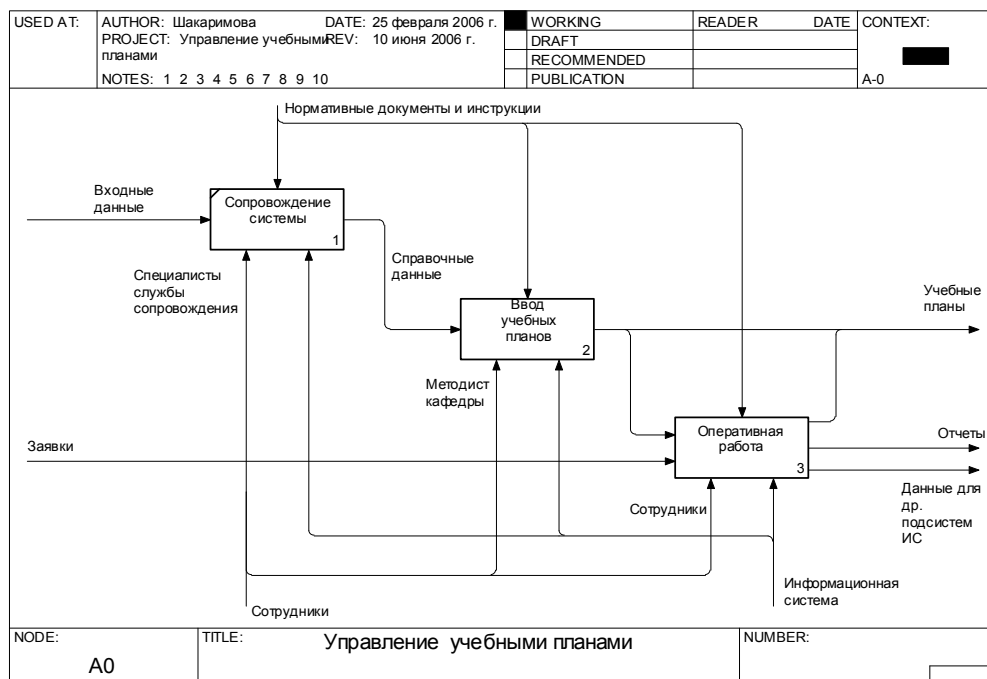


Рис. 2. Основные функции ИС «Управление учебными планами»

Данная схема управления учебными планами структурирует работу, исключает бумажный документооборот между подразделениями, что значительно повышает скорость обработки данных, обеспечивает доступность своевременной и актуальной информации, позволяет контролировать доступ к данным и соответствует требованиям системы менеджмента качества.

III. Управление контингентом. Обеспечение оперативной информации по группам и студентам. Актуальная информация по группам и студентам жизненно необходима практически для всех подразделений вуза – от кафедры и до бухгалтерии. Данная информация используется и является основой для большинства задач и отчетов, создаваемых как для внутренних целей, так и для внешних пользователей (к примеру, для министерства образования и науки).

Бизнес-процесс обеспечения оперативной информацией по группам и студентам имеет в своей основе следующие цели:

- создание единой базы данных по группам и студентам;
- предоставление потребителям информации актуальных и своевременных данных (потребителями могут являться как службы вуза, так и функциональные подсистемы, реализованные в виде программного обеспечения);
- унификация занесения и представления данных, создание управляемого процесса, соответствующего системе менеджмента качества.

Функциональная диаграмма первого уровня информационной системы (ИС) «Управление контингентом студентов» показана на рисунке 3.

Помимо отмеченных задач, появляются дополнительные выгоды за счет формализации и упрощения процессов, исключения бумажных форм передачи и согласования данных.

Создание групп и занесение данных по студентам выполняется специалистами деканатов. В оперативной работе могут быть задействованы все авторизованные сотрудники учебного заведения. Операция создания группы включает в себя создание шифра группы, назначение новой группе учебного плана, назначение новой группе информационных ресурсов (доступ к внутренней информационной системе).

Обеспечение функционирования специализированных задач таких, как управление состоянием оплаты студентов, управление состоянием успеваемости, формирование экзаменационных листов, предоставление отчетных форм, является основной функцией оперативного управления информацией по группам и студентам.



Рис. 3. Функциональная диаграмма первого уровня ИС «Управление контингентом студентов»

Таким образом, бизнес-процесс обеспечения оперативной информацией по группам и студентам формализует процессы, выполняет интегрирующую функцию для множества задач вуза, посредством создания единой базы данных и унификации пользовательского интерфейса.

IV. Управление успеваемостью студентов. Основным бизнес-процессом вуза является процесс управления успеваемостью студентов.

Контроль усвоения студентами учебного материала дисциплины в течение семестра осуществляется с помощью текущего, рубежного и итогового контролей [3]. Рейтинговая форма контроля успеваемости студентов позволяет осуществлять непрерывный мониторинг за работой студента в течение семестра и точнее дифференцировать оценку в зависимости от уровня приобретенных знаний и умений, способствует обеспечению регулярной и целенаправленной самостоятельной работы студентов по усвоению учебной программы, равномерной нагрузке и дает возможность постоянного контроля за успеваемостью самими студентами и преподавателями, повышению качества обучения и прочности знаний студентов.

В соответствии с положением о кредитной системе обучения и положением о модульно-рейтинговой системе оценки знаний процесс управления успеваемостью в общем виде представлен на рис. 4 и включает в себя следующие подпроцессы: выставление оценок по

рейтингам, допуск студентов к сессии по итогам рейтингов, ввод данных за период сессии, выставление оценок по направлениям, перевод студента на следующий курс.

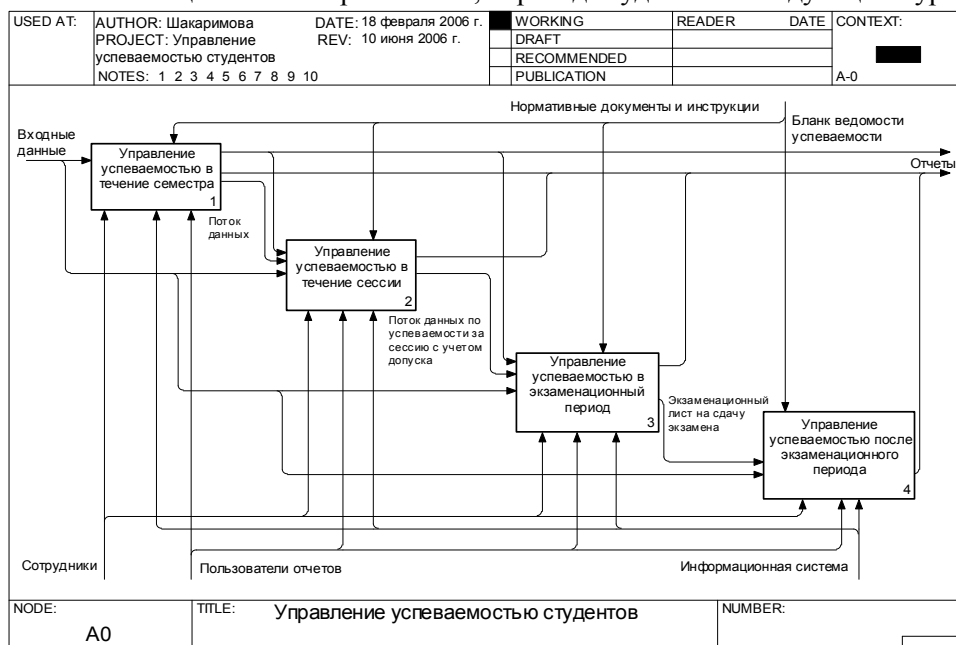


Рис. 4. Функциональная диаграмма первого уровня ИС «Управление успеваемостью студентов»

Все перечисленные задачи управления учебным процессом имеют одну проблемную область, направлены на поддержку учебного процесса и обладают следующими общими свойствами:

а) сильно зависят от внешних факторов, например, от образовательной политики государства, региона, вуза. Так, например, деятельность образовательного учреждения регламентируется законами, приказами и другими управляющими документами, а регламентирующие указания в документах носят расплывчатый характер. Многие входные данные характеризуются неопределенностью, неполнотой;

б) решение задач характеризуется значительным влиянием человека, т.к. каждое образовательное учреждение обладает ресурсами, характеристики которых свойственны только ему (например, кадровый потенциал и материально-техническая база, исторические традиции, направление исследований и т.д.);

в) решение задач во многом зависит от поставленных целей и правил, принятых в образовательном учреждении, а также задачи управления учебным процессом имеют в своем составе подзадачи распределения одних сложных объектов по другим сложным объектам.

В результате SADT-моделирования возможно с требуемой степенью детальности выявить и классифицировать отношения участников информационной системы управления учебным процессом вуза. Спроектированная функциональная модель образовательного портала позволяет с позиций системного подхода описать внутрикорпоративное информационное взаимодействие различных категорий пользователей и подсистем в контексте потребностей основных бизнес-процессов вуза.

Список литературы

1. Марка Д. Мак-Гоуэн К. Методология структурного анализа и проектирования (SADT). - Пер. с англ. - М.: МетаТехнология, 1993. - 240с.

2. Уемов А.И. Системный подход и общая теория систем. – М.: Мысль, 1978.-272с.
3. Положение о модульно рейтинговой системе. Приказ МОН РК от 20.11.2004 г. – № 953

Получено 18.05.06.