



УДК 62-762.444:539.3:539.32

**Б.М. Абдеев, Т.Ф. Брим, А.Ж. Кульсеитов**  
ВКГТУ, г. Усть-Каменогорск

**УСЛОВНЫЙ МОДУЛЬ УПРУГОСТИ И ФАКТОР ФОРМЫ РЕЗИНОВЫХ УПЛОТНИТЕЛЬНЫХ КОЛЕЦ  
НЕСИММЕТРИЧНОГО ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО СЕЧЕНИЯ**

В современных машинах, аппаратах и приборах нашли широкое применение пневматические, гидравлические и вакуумные системы, функционирование которых связано с надежной герметизацией полостей с различной средой или давлением [1,2,5,7,8].

Наиболее распространенным и универсальным видом герметизирующих элементов являются эластичные кольца круглого и эллиптического сечения [2,5,7,8] из различных синтетических резин (эластомеров), которые, в отличие от манжет, шевронных и других уплотнителей, способны с большой эффективностью герметизировать одно- и двухстороннее давление.

Как показывают исследования [1,3-6], механические свойства резинотехнического изделия (РТИ) могут существенно отличаться от физико-механических характеристик эластомера, из которого изготовлено РТИ. Одной из причин подобного различия является так называемый фактор формы  $\Phi$ .

Особенно сильно проявляется влияние параметра  $\Phi$  при деформации сжатия, которая является основной для уплотнительных колец и герметизирующих прокладок как в монтажном, так и в эксплуатационном режимах их работы. Размеры РТИ, подвергающихся сжатию, в каждый момент времени определяются не только сжимающей нагрузкой, но также и трением между контактирующими поверхностями уплотнителя и контртела [1]. Поэтому сечение уплотнительного кольца может значительно раздаваться (деформироваться) в стороны.

Деформация герметизирующего резинотехнического изделия при наличии краевого эффекта, связанного с трением на контактных поверхностях, характеризуется некоторым условным модулем  $E_y$ , присущим не материалу, а рассматриваемой детали. Экспериментально апробированная и достаточно универсальная формула для  $E_y$  была предложена рядом ученых бывшего СССР [1,5]:

$$E_y = \kappa_\phi \cdot E = E \cdot (1 + \zeta \Phi^\delta), \quad (1)$$

где  $E$  - модуль упругости резины при чистом сжатии, которое имеет место только в случае смазанных и гладких контактирующих поверхностей [6];

$\kappa_\phi$  - коэффициент формы (параметр ужесточения [1,2,5])

$$\kappa_\phi = 1 + \zeta \Phi^\delta; \quad (2)$$

$\zeta$  - постоянная, зависящая от условий на поверхностях контакта эластомера с контртелом и учитывающая краевой эффект, возникающий в уплотнительном кольце вследст-

вие сил трения ( $0 \leq \zeta < 1$ );

$\delta$  - константа, на значение которой влияют механические свойства резины и параметр  $\Phi \geq 0$ .

Проектно-нормативные источники рекомендуют пользоваться для практических расчетов уплотнительных колец экспериментально проверенной, эмпирической формулой условного модуля  $E_y$  [2,5,7]

$$E_y = \kappa_\phi \cdot E = E \cdot (1 + \Phi^2), \quad (3)$$

в которой (экспериментальные значения):  $\zeta = 1$ ;  $\delta = 2$ ;  $\Phi = 0,5$  и  $\kappa_\phi = 1,25$  - для торцовых уплотнителей;  $\Phi = 0,316$  и  $\kappa_\phi = 1,1$  - для колец прямоугольного сечения. При этом справочник по проектированию уплотнений [2] дает следующее соотношение к определению  $\Phi$  в зависимости от ширины контактной поверхности  $l$  и вертикального размера  $h$  посадочного места (сумма высот канавки и зазора между деталями) (рис. 1):

$$\Phi = \frac{l}{2h}. \quad (4)$$

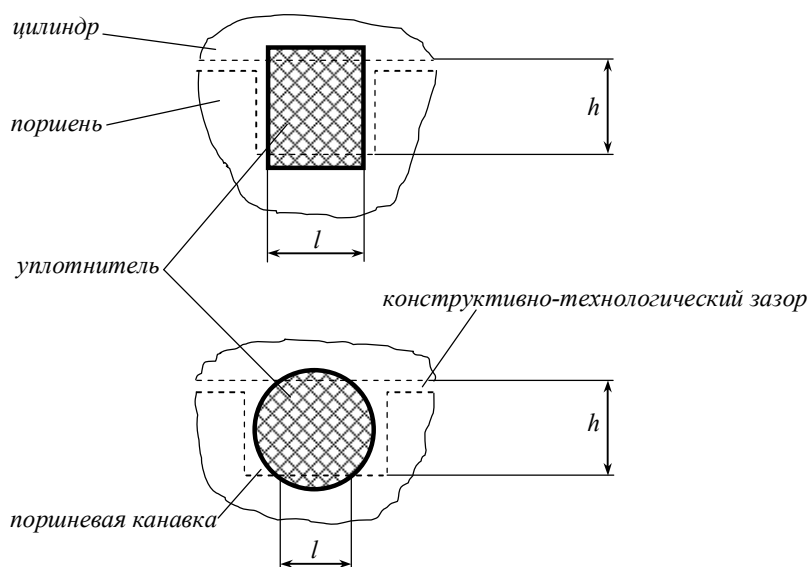


Рисунок 1

По данным [1] в диапазоне

$$0 \leq \Phi \leq 0,75, \quad (5)$$

который охватывает уплотнительные кольца прямоугольного и круглого сечений [2,5,7], расчетные и экспериментальные параметры  $E_y$  практически совпадают, и только при  $\Phi = 1,25$  модуль упругости  $E_y$ , найденный опытным путем и по формуле (3) отличается на величину, не превышающую 10%.

Уплотнительные кольца эллиптического профиля, в отличие от колец круглого сечения, не скручиваются под действием сил трения и обеспечивают более надежную герме-

точность соединения [2,8].

В работе [11] на основе анализа и обобщения известных экспериментально-теоретических результатов уточнены параметры  $\zeta$  и  $\delta$  общей формулы (1) для интервала  $0,75 \leq \Phi \leq 1,5$ , то есть увеличен в два раза диапазон изменения фактора формы  $\Phi$  при определении модуля  $E_y$  и расчетах РТИ. С этой же точки зрения следует отметить, что в пределах граничных значений

$$0,25 \leq \Phi \leq 1,5 \quad (6)$$

имеются и необходимые для оценки несущей способности РТИ допускаемые нормальные напряжения  $\sigma$  в зависимости от твердости  $H$  эластомера [1].

Кроме того, в той же публикации, базируясь на свойствах подобия и взаимной трансформации уравнений эллипса и окружности [9], выведена формула, позволяющая без проведения специального эксперимента (достаточно длительная и дорогостоящая процедура) определять аналитически фактор  $\hat{O}_y$  применительно к симметричным эллиптическим профилям сечения уплотнительного кольца при  $\dot{a}_{y\dot{a}} = \dot{a}_{y\dot{i}} = \dot{a}_y$  (рис. 2, а)

$$\hat{O}_y = 0,5 \frac{\dot{a}_y}{\dot{a}_y}, \quad (7)$$

а также получены расчетные зависимости для вычисления модуля упругости  $E_y$ :

$$\hat{A}_\delta = \hat{A}(1 + \hat{O}_y^2), \quad 0 \leq \hat{O}_y \leq 0,75; \quad (8)$$

$$\hat{A}_\delta = \hat{A}(1 + 1,089\hat{O}_y^{2,297}), \quad 0,75 \leq \hat{O}_y \leq 1,5. \quad (9)$$

В представленной статье по методике [11] выведено аналитическое соотношение, обобщающее формулу (7) для расчета параметров  $\hat{O}_y$  и  $E_y$  уплотнительных колец несимметричного профиля (рис. 2, а), позволяющее осуществлять за счет большего числа переменных варьируемых геометрических характеристик  $a_{\text{эн}}, a_{\text{эв}}, \vartheta_{\text{э}}$  (рис. 2, а), по сравнению с круглым сечением ( $\dot{a}_{y\dot{i}} = \dot{a}_{y\dot{a}} = \dot{a}_y$ ) и симметричным эллипсообразным ( $a_{\text{эн}} = a_{\text{эв}}, \vartheta_{\text{э}}$ ), уже на стадии математического моделирования реализацию процесса регулирования начальных контактных давлений и натягов, что представляет собой задачу по оптимизации уплотнителя [10].

Рассмотрим канонические уравнения эллиптических очертаний периметров фигур с конструктивными условиями  $a_{\text{эв}} < a_{\text{эн}}, a_{\text{эв}} \leq \vartheta_{\text{э}}, a_{\text{эн}} \leq \vartheta_{\text{э}}$  (рис. 2, а) в системе отсчета  $xOy$  [9]:

- верхний (наружный) полуэллипс (рис. 2, а)

$$\frac{\delta^2}{\dot{a}_{y\dot{i}}^2} + \frac{\delta^2}{\dot{a}_y^2} = 1; \quad (10)$$

- внутренний (нижний) полуэллипс (рис. 2, а)

$$\frac{\delta^2}{\dot{a}_{y\dot{a}}^2} + \frac{\delta^2}{\dot{a}_y^2} = 1; \quad (11)$$

- малая окружность «О1» радиусом  $a_{\text{эв}}$  (рис. 2, а, б)

$$\delta^2 + \delta^2 = \dot{a}_{y\dot{a}}^2; \quad (12)$$

- большая окружность «O2» радиусом  $a_{эH}$  (рис. 2, а, б)

$$\tilde{o}^2 + o^2 = \dot{a}_{yi}^2 ; \quad (13)$$

- вытянутый по вертикали симметричный эллипс «ЭО» (рис. 2, а, б)

$$\frac{\delta_{yi}^2}{\dot{a}_{yi}^2} + \frac{\dot{o}^2}{\dot{a}_{ya}^2} = 1. \quad (14)$$

Факторы формы  $\hat{O}_{il}$ ,  $\hat{O}_{i2}$  для круглых сечений «О1» и «О2», согласно выражению (4) [2]:

$$\hat{O}_{il} = \frac{\tilde{n}_{il}}{2\tilde{\delta}_{\tilde{n}\tilde{a}}} = 0,5; \quad \hat{O}_{i2} = \frac{\tilde{n}_{i2}}{2\tilde{\delta}_{\tilde{n}i}} = 0,5. \quad (15)$$

Аналогичная характеристика  $\hat{O}_{yi}$  для симметричного эллиптического профиля по рис. 2, в и в соответствии с (7) [11]:

$$\hat{O}_{yi} = \frac{\tilde{n}_{yi}}{2\tilde{\delta}_{\tilde{n}i}} = 0,5 \frac{\dot{a}_{ya}}{\dot{a}_{yi}}. \quad (16)$$

Из уравнений (10)-(14) находим координаты  $\tilde{\delta}_{\tilde{n}i}$  и  $\tilde{\delta}_{\tilde{n}\tilde{a}}$  расположения контактных сечений:

- по формуле (10) при  $\dot{o} = \pm \tilde{n}_{yi}$  (рис. 2, а)

$$\tilde{\delta}_{\tilde{n}i} = \dot{a}_{yi} \sqrt{1 - \frac{\tilde{n}_{yi}^2}{\dot{a}_y^2}}; \quad (17)$$

- из зависимости (11) при  $\dot{o} = \pm \tilde{n}_{ya}$  (рис. 2, а)

$$\tilde{\delta}_{\tilde{n}\tilde{a}} = -\dot{a}_{ya} \sqrt{1 - \frac{\tilde{n}_{ya}^2}{\dot{a}_y^2}}; \quad (18)$$

- по уравнениям (12), (13), соответственно, при  $\dot{o} = \pm \tilde{n}_{il}$  и  $\dot{o} = \pm \tilde{n}_{i2}$  (рис. 2, б, в):

$$\tilde{\delta}_{\tilde{n}\tilde{a}} = \pm \dot{a}_{ya} \sqrt{1 - \frac{\tilde{n}_{il}^2}{\dot{a}_{ya}^2}}, \quad (19)$$

$$\tilde{\delta}_{\tilde{n}i} = \pm \dot{a}_{yi} \sqrt{1 - \frac{\tilde{n}_{i2}^2}{\dot{a}_{yi}^2}}; \quad (20)$$

- из эллиптической функциональной зависимости (14) при  $\dot{o} = \pm \tilde{n}_{yi}$

$$\tilde{\delta}_{\tilde{n}i} = \pm \dot{a}_{yi} \sqrt{1 - \frac{\tilde{n}_{yi}^2}{\dot{a}_{ya}^2}}. \quad (21)$$

Аппроксимируем фактор  $\hat{O}_y$  для заданного несимметричного сечения следующим образом, учитывая рекомендации [2] (рис. 2, а):

$$\hat{O}_{\dot{y}} = \frac{1}{4} \left( \frac{\tilde{n}_{\dot{y}i}}{\tilde{\delta}_{\dot{n}i}} + \frac{\tilde{n}_{\dot{y}\dot{a}}}{\tilde{\delta}_{\dot{n}\dot{a}}} \right). \quad (22)$$

При  $\tilde{\delta}_{\dot{n}i} = \tilde{\delta}_{\dot{n}\dot{a}} = \frac{h}{2}$ , где  $h$  - высота посадочного места уплотнительного элемента (рис. 1), формула (22) преобразуется в известную справочную зависимость [2]

$$\hat{O}_{\dot{y}} = \frac{1}{4} \left( \frac{\tilde{n}_{\dot{y}i}}{\tilde{\delta}_{\dot{n}i}} + \frac{\tilde{n}_{\dot{y}\dot{a}}}{\tilde{\delta}_{\dot{n}\dot{a}}} \right) = \frac{\tilde{n}_{\dot{y}}}{h} \quad (23)$$

для симметричного поперечного сечения кольца, вследствие того, что  $\tilde{n}_{\dot{y}\dot{a}} = \tilde{n}_{\dot{y}i} = \tilde{n}_{\dot{y}}$ .

Приравнявая абсолютные значения правых частей выражений (17), (20) и (21), находим соотношения между размерами  $\tilde{n}_{\dot{y}i}$ ,  $\tilde{n}_{i2}$  и  $\tilde{n}_{\dot{y}\dot{a}}$  поверхностей контакта:

$$\frac{\tilde{n}_{\dot{y}i}}{\dot{a}_{\dot{y}}} = \frac{\tilde{n}_{i2}}{\dot{a}_{\dot{y}i}} = \frac{\tilde{n}_{\dot{y}\dot{a}}}{\dot{a}_{\dot{y}\dot{a}}}. \quad (24)$$

Выполняя аналогичную процедуру с формулами (18), (19), будем иметь:

$$\frac{\tilde{n}_{\dot{y}\dot{a}}}{\dot{a}_{\dot{y}}} = \frac{\tilde{n}_{i1}}{\dot{a}_{\dot{y}\dot{a}}}. \quad (25)$$

Далее, выражаем  $\tilde{\delta}_{\dot{n}\dot{a}}$  и  $\tilde{\delta}_{\dot{n}i}$  из соотношений (15), (16):

$$\tilde{\delta}_{\dot{n}\dot{a}} = \frac{\tilde{n}_{i1}}{2\hat{O}_{i1}}, \quad (26)$$

$$\tilde{\delta}_{\dot{n}i} = \frac{\tilde{n}_{i2}}{2\hat{O}_{i2}}, \quad (27)$$

$$\tilde{\delta}_{\dot{n}i} = \frac{\tilde{n}_{\dot{y}i}}{2\hat{O}_{\dot{y}i}} = \frac{\dot{a}_{\dot{y}i}}{\dot{a}_{\dot{y}\dot{a}}} \cdot \tilde{n}_{\dot{y}i}; \quad (28)$$

откуда следует

$$\frac{\tilde{n}_{i2}}{2\hat{O}_{i2}} = \frac{\dot{a}_{\dot{y}i}}{\dot{a}_{\dot{y}\dot{a}}} \cdot \tilde{n}_{\dot{y}i}, \quad (29)$$

то есть

$$\tilde{n}_{i2} = 2\hat{O}_{i2} \frac{\dot{a}_{\dot{y}i}}{\dot{a}_{\dot{y}\dot{a}}} \cdot \tilde{n}_{\dot{y}i}.$$

(30)

Подставляя (30) в (24) при  $\hat{O}_{i2} = 0,5$ , согласно (15), имеем:

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{n}_{\dot{y}i}}{\dot{a}_{\dot{y}}} &= \frac{\dot{a}_{\dot{y}i}}{\dot{a}_{\dot{y}\dot{a}}} \cdot \frac{\tilde{n}_{\dot{y}i}}{\dot{a}_{\dot{y}i}} = \frac{\tilde{n}_{\dot{y}i}}{\dot{a}_{\dot{y}\dot{a}}}, \\ \tilde{n}_{\dot{y}i} &= \frac{\dot{a}_{\dot{y}\dot{a}}}{\dot{a}_{\dot{y}}} \cdot \tilde{n}_{\dot{y}i}. \end{aligned} \quad (31)$$

Исключаем параметры  $\tilde{\delta}_{\dot{n}i}$  и  $\tilde{\delta}_{\dot{n}\dot{a}}$  из зависимости (22) с помощью (26) и (28):

$$\hat{O}_y = \frac{1}{4} \left( \frac{\dot{a}_{y\hat{a}} \cdot \tilde{n}_{yi}}{\dot{a}_{yi} \cdot \tilde{n}_{y\hat{a}}} + \frac{2\tilde{n}_{y\hat{a}} \cdot \hat{O}_{il}}{\tilde{n}_{il}} \right). \quad (32)$$

Принимая во внимание, что  $\hat{O}_{il} = 0,5$ , а также учитывая соотношения (25) и (31), получаем на основании (32), после сокращения на  $\tilde{n}_{yi}$  и  $\tilde{n}_{y\hat{a}}$ , искомую формулу

$$\hat{O}_y = 0,25 \frac{\dot{a}_y}{\dot{a}_{yi} \cdot \dot{a}_{y\hat{a}}} (\dot{a}_{yi} + \dot{a}_{y\hat{a}}). \quad (33)$$

Для частного случая  $\dot{a}_{y\hat{a}} = \dot{a}_{yi} = \dot{a}_y$  зависимость (33) упрощается, трансформируясь в полученное ранее соотношение (7) между параметрами  $\hat{O}_y$ ,  $\dot{a}_y$  и  $\dot{a}_y$  симметричного эллиптического сечения уплотнителя [11], что подтверждает корректность общего аналитического выражения фактора  $\hat{O}_y$  в форме (22).

В качестве численного примера определения относительного модуля упругости  $\frac{\hat{A}_o}{\hat{A}}$  с помощью соотношений (8), (9) и (33) принимаем ориентировочно, учитывая справочные данные [2], размеры полуосей эллипсов  $\dot{a}_{y\hat{a}}$ ,  $\dot{a}_{yi}$ ,  $\dot{a}_y$  (см. таблицу). Соответствующие расчетные значения  $\hat{O}_y$  и  $\frac{\hat{A}_o}{\hat{A}}$  приведены в той же таблице.

$\dot{a}_y$ , мм	$\dot{a}_{y\hat{a}}$ , мм	$\dot{a}_{yi}$ , мм	$\hat{O}_y$	$\frac{\hat{A}_o}{\hat{A}}$
4	1	3,5	1,2857	2,9396
4	1,25	3,25	1,1078	2,3777
4	1,5	3	1	2,089
3	1,75	2,75	0,701	1,4914
3	2	2,5	0,675	1,4556
3	2,25	2,25	0,666	1,4435
3	2,5	2	0,675	1,4556
3	2,75	1,75	0,701	1,4914
4	3	1,5	1	2,089
4	3,25	1,25	1,1078	2,3777
4	3,5	1	1,2857	2,9396

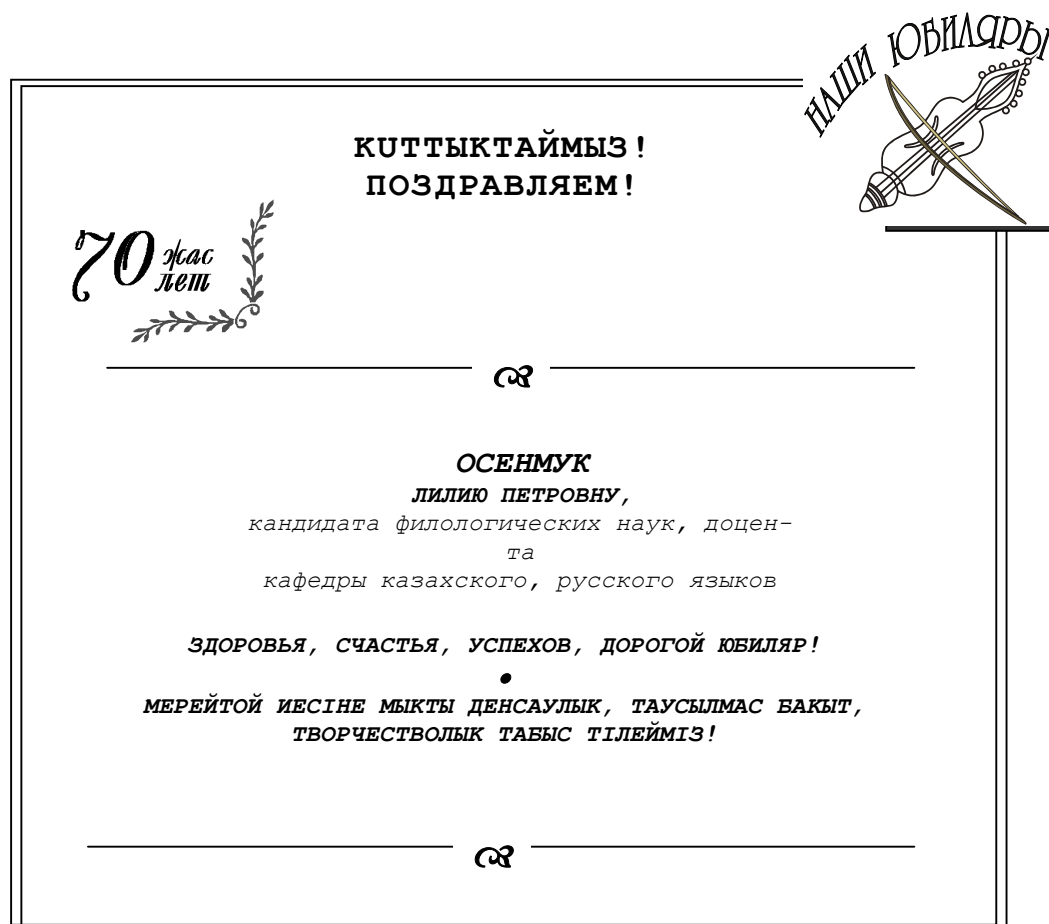
Результаты и выводы данной статьи могут быть непосредственно использованы при математическом моделировании напряженно-деформированного состояния эластомерных герметизирующих колец, имеющих несимметричное эллиптическое очертание периметра поперечного профиля, а также для количественной оценки их прочности и жесткости.

#### Список литературы

1. Потураев В.Н. Резиновые и резино-металлические детали машин. – М.: Машиностроение, 1966. – 300 с.
2. Уплотнения и уплотнительная техника: Справочник/Л.А. Кондаков, А.И. Голубев, В.В. Гордеев; Под общ. ред. А.И. Голубева, Л.А. Кондакова. – 2-е изд., перераб. и

- доп. – М.: Машиностроение, 1994. – 448 с.
3. Бартенев Г.М. О влиянии коэффициента формы на деформацию и морозостойкость резины / Г.М. Бартенев, В.Д. Зайцева // Каучук и резина. – 1962. – №7. – С. 16.
  4. Бартенев Г.М. О модулях резины при статическом сжатии / Г.М. Бартенев, В.И. Новиков // ДАН СССР. Том 91. – 1953. – №5. – С.1027.
  5. Кондаков Л.А. Уплотнения гидравлических систем. – М.: Машиностроение, 1972. – 240 с.
  6. Абдеев Б.М. Методика и алгоритм расчета механических и теплофизических характеристик резины с учетом температурного градиента / Б.М. Абдеев, А.А. Кравцов // Вестник ВКГТУ. – 2004. – №3. – Усть-Каменогорск, 2004. С. 25-34.
  7. Аврущенко В.Х. Резиновые уплотнители. – Л.: Химия, 1978. – 136 с.
  8. Справочник по уплотнительным устройствам судовых систем/ Г.К. Алмазов, В.В. Степанов, А.О. Поляков, В.А. Бурлешин. – Л.: Судостроение, 1979. – 259 с.
  9. Бронштейн И.Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. – М.: Гос. изд-во физ.-мат. литературы, 1962. – 608 с.
  10. Фролов К.В. Методы совершенствования машин и современные проблемы машиноведения. – М.: Машиностроение, 1984. – 224 с.
  11. Абдеев Б.М. Фактор формы и модуль упругости к расчету эластомерных уплотнительных колец эллиптического сечения / Б.М. Абдеев, Т.Ф. Брим // Вестник ВКГТУ. – 2006. – №3. – Усть-Каменогорск, 2006. – с. 47-54.

Получено 11.01.07





УДК 532.542

**Ш.С. Аманжолова**

ВКГТУ, г. Усть-Каменогорск

#### К ВОПРОСУ О НАДЕЖНОСТИ ПЕРЕВОЗКИ ЖИДКИХ ГРУЗОВ

При проектировании и расчете машиностроительных конструкций, предназначенных для транспортировки жидкого груза, а также автомобильных, железных дорог и т.п., часто приходится решать задачи динамики резервуаров и конструкций, несущих частично заполненные резервуары. В классической теории динамики тела с полостями, содержащими жидкость, предполагается, что отклонение частиц жидкости от положения равновесия мало и что вертикальными ускорениями можно пренебречь. Такое допущение привело к тому, что давления жидкости на стенки резервуара не зависят от высоты заполнения, что не совсем соответствует физической стороне задачи, поэтому решения этой работы могут служить только для качественной оценки процесса малых колебаний жидкости. При определении условий безопасной транспортировки жидких грузов изучение степени влияния возмущенного движения жидкого груза относительно стенок резервуара является весьма актуальным. В теории динамики тела с полостями, содержащими жидкость, потенциал абсолютных скоростей жидкости  $\Phi$  представляется в виде суммы двух потенциалов

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2, \quad (1)$$

где  $\Phi_1$  – потенциал Жуковского, который описывает движение жидкости, полностью заполняющей полость;  $\Phi_2$  – потенциал вынужденных колебаний жидкости в неподвижном резервуаре, возникающих за счет неравномерности давления на свободной поверхности жидкости при движении с потенциалом Жуковского  $\Phi_1$ .

Определим потенциал  $\Phi_2$  для случая, когда прямоугольный резервуар, частично заполненный идеальной однородной несжимаемой тяжелой жидкостью, совершает маневры на вираже в горизонтальной плоскости. Введем подвижную систему координат  $Ox_2y_2$ , жестко связанную с корпусом резервуара (рис.1).

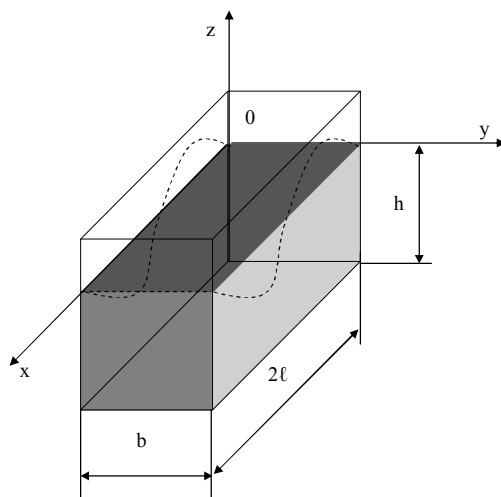


Рисунок 1 - Вынужденные колебания жидкости в прямоугольном резервуаре:  $2\ell$  - продольная длина резервуара;  $b$  - ширина корпуса резервуара;  $h$  - глубина заполнения жидкости

При построении решений предполагается, что амплитуды колебаний жидкости малы по сравнению с глубиной заполнения и интенсивность смещений резервуара такова, что резонансные колебания не разрушаются. Определение предельных значений интенсивности смещений (ускорений) резервуара, при которых ещё не происходит разрушения от резонансных колебаний, необходимо решать в нелинейной постановке для реальной жидкости. Резервуар предполагается жестким (не деформирующимся).

Для определения потенциала  $\Phi_2(x, y, z, t)$  решим следующую краевую задачу;

$$\Delta \Phi_2 = 0, \quad (2)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi_2}{\partial x} \right|_{x=0} - \left. \frac{\partial \Phi_2}{\partial x} \right|_{x=2\ell} = 0, \quad (3)$$
$$\left. \frac{\partial \Phi_2}{\partial y} \right|_{y=0} - \left. \frac{\partial \Phi_2}{\partial y} \right|_{y=b} = 0;$$

$$\left( \frac{\partial \hat{\Phi}_2}{\partial z} \right)_2 = \frac{\partial \zeta}{\partial t}; \quad (4)$$

$$\left( \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} \right)_{z=0} + g\zeta = -W_x \cdot x - W_y \cdot y - \frac{d\omega}{dt} \cdot \Psi, \quad (5)$$

где  $\zeta(x, y, t)$  - уравнение свободной поверхности жидкости;  $g$  - ускорение свободного падения;  $W_x, W_y$  - проекции вектора ускорения точки  $O$  резервуара на оси  $x, y$ .

Решение этой задачи описывает малые вынужденные колебания жидкости в полости, имеющей форму прямоугольного параллелепипеда; его мы ищем в следующем виде:

$$\hat{\Phi}_2 = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} p_{k,n}(t) \cdot \varphi_{k,n}; \quad (6)$$

$$\zeta = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} q_{r,n}(t) \cdot \psi_{k,n}, \quad (7)$$

где  $\varphi_{k,n}$ ,  $\psi_{k,n}$  - соответственно собственные функции колебаний жидкости в сосуде формы прямоугольного параллелепипеда и главной формы колебаний;  $p_{k,n}(t)$ ,  $q_{k,n}(t)$  - некоторые функции, зависящие от времени. Выражения (6), (7) подставим в условия (4), (5) и разложим функции  $x$ ,  $y$  и  $\Psi$  на поверхности  $S$  в ряд Фурье по функциям  $\psi_{k,n}$ :

$$x = \sum_{\bar{x}=0}^{\infty} \alpha_{\bar{x}0} \cdot \psi_{\bar{x}0}; \quad (8)$$

$$y = \sum_{\bar{o}=0}^{\infty} \beta_{0\bar{o}} \cdot \psi_{0\bar{o}}; \quad (9)$$

$$\Psi = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \gamma_{k,n} \cdot \psi_{k,n}, \quad (10)$$

где введены следующие обозначения:

$$\alpha_{k,n} = \frac{1}{\ell} \int_0^{\ell} x \cdot \psi_{k,n} dx = -\frac{16}{b\pi^2(2k+1)^2}; \quad (11)$$

$$\beta_{\bar{x}\bar{o}} = \frac{2}{b} \int_0^b y \cdot \psi_{k,n} dy = -\frac{8}{\ell\pi^2(2n+1)^2}; \quad (12)$$

$$\gamma_{k,n} = \frac{2}{b\ell} \int_0^b \int_0^{\ell} \Psi \cdot \psi_{k,n} \cdot dx dy = \gamma^I_{2k+1,2n+1} + \gamma^{II}_{2k+1,0} + \gamma^{III}_{0,2n+1}, \quad (13)$$

причем

$$\gamma^I_{2k+1,2n+1} = \frac{128}{b\ell\pi^2(2k+1)^2(2n+1)^2}; \quad (14)$$

$$\gamma^{II}_{2k+1,0} = -\frac{8b^2}{\pi(4\ell^2 + b^2)} \cdot \frac{1}{(2k+1)^3} \left[ \frac{2}{\pi(2k+1)} + (-1)^k \right]; \quad (15)$$

$$\gamma^{III}_{0,2n+1} = \frac{8\ell^2}{\pi(4\ell^2 + b^2)} \cdot \frac{1}{(2n+1)^3} \left[ \frac{2}{\pi(2k+1)} + (-1)^k \right]. \quad (16)$$

В силу полноты системы функции  $\psi_{k,n}$ , в результате подстановки выражений (8)-(10), в условия (4), (5) с учетом того, что

$$\left( \frac{\partial \varphi_{k,n}}{\partial z} \right)_{z=0} = \lambda_{k,n} \cdot \psi_{k,n},$$

получаются следующие равенства:

$$\lambda_{k,n} p_{r,n} = \dot{q}_{k,n}, \quad (17)$$

$$\dot{p}_{k,n} + g q_{k,n} = -\alpha_{k,0} \cdot W_x - \beta_{0,n} \cdot W_y - \gamma_{k,n} \cdot \frac{d\omega}{dt}. \quad (18)$$

Тогда можно записать

$$\ddot{q}_{k,n} + g \lambda_{k,n} \cdot q_{k,n} = -\alpha_{k,n} \cdot \lambda_{k,n} \cdot W_x - \beta_{0,n} \cdot \lambda_{k,n} W_y - \gamma_{k,n} \cdot \lambda_{k,n} \cdot \dot{\omega}. \quad (19)$$

Система (19) описывает изменение амплитуды вынужденных колебаний жидкости со временем. При  $k = n = 0$  собственное значение  $\lambda_{0,0} = 0$ , и соответствующее уравнение описывает равновесие жидкости.

Подставим в (19) вместо  $W_x, W_y$  их выражения

$$W_x = \dot{u}, \quad W_y = \frac{u^2}{k}, \quad \omega = \frac{u}{k}.$$

Для случая, когда кривизна траектории точки О постоянна, получим

$$\ddot{q}_{k,n} + g\lambda_{k,n} \cdot q_{k,n} = -\left(\alpha_{k,0} + \frac{\gamma_{k,n}}{k}\right) \cdot \lambda_{k,n} \cdot \dot{u} - \beta_{0,n} \cdot \lambda_{k,n} \cdot \frac{u^2}{k}. \quad (20)$$

Правая часть уравнения (20) представляет собой некоторую функцию, зависящую от времени, и для её определения должны быть заданы конфигурация и характер движения резервуара.

Выражение (20) можно записать в виде

$$\ddot{q}_{k,n} + \sigma_{k,n}^2 \cdot q_{k,n} = F(t), \quad (21)$$

где  $\sigma_{k,n}^2$  - собственные частоты колебаний жидкости, а

$$F(t) = -\left(\alpha_{k,0} + \frac{\gamma_{k,n}}{k}\right) \cdot \lambda_{k,n} \cdot \dot{u} - \beta_{0,n} \cdot \lambda_{k,n} \cdot \frac{u^2}{k}. \quad (22)$$

Функция  $F(t)$  зависит от скорости движения резервуара  $u(t)$ ; одновременно она зависит и от кривизны траектории  $\frac{1}{k}$ , которая характеризует искривление пути в данный момент времени, т.е. изменение направления движения резервуара, и должна быть задана.

Решение уравнения (21) в общем виде можно представить в следующей форме

$$q_{k,n} = A_{k,n} \cdot \cos(\sigma_{k,n}t + \vartheta_{k,n}) + \frac{1}{\sigma_{k,n}} \int_0^t F(\tau) \cdot \sin \sigma_{k,n}(t - \tau) d\tau, \quad (23)$$

где  $A_{k,n}, \vartheta_{k,n}$  - произвольные постоянные, определяемые из начальных условий. Если  $F(t)$  - периодическая функция частоты  $\omega$ , то последний член в выражении (23)

$$\frac{1}{\sigma_{k,n}} \int_0^t F(\tau) \cdot \sin \sigma_{k,n}(t - \tau) d\tau \quad (24)$$

будет иметь слагаемое частоты  $\varepsilon$ , оно описывает вынужденные колебания. Если при этом  $\varepsilon \rightarrow \sigma_{k,n}$ , то этот член неограниченно возрастает. Тогда мы имеем случай резонанса. Амплитуда колебаний жидкости при резонансе становится неограниченной в линейной теории. В случае, когда задано начальное отклонение свободной поверхности жидкости от положения равновесия в виде

$$(\zeta_1)_{t=0} = \zeta_{10} = c \left( y - \frac{b}{2} \right), \quad (0 < c < 1), \quad (25)$$

и начальные скорости частиц жидкости на свободной поверхности равны нулю, решение уравнения (21) имеет вид:

$$q_{k,n} = C_{k,n} \cdot \cos \sigma_{k,n}t - \frac{\lambda_{k,n}}{\sigma_{k,n}} \int_0^t \left[ \left( \alpha_{k,n} + \frac{\gamma_{k,n}}{k} \right) \cdot \dot{u}(\tau) + \frac{\beta_{0,n}}{k} \cdot u^2(\tau) \right] \cdot \sin \sigma_{k,n}(t - \tau) d\tau. \quad (26)$$

Из равенства (17) следует, что

$$p_{k,n} = \frac{\dot{q}_{k,n}}{\lambda_{k,n}}. \quad (27)$$

Потенциал абсолютных скоростей вынужденных движений жидкости определяется выражением

$$\hat{O} = \omega \cdot \Psi + \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\dot{q}_{k,n}}{\lambda_{k,n}} \cdot \varphi_{k,n}. \quad (28)$$

После подстановки соответствующих выражений получим

$$\begin{aligned} \Phi = & -xy\omega + \frac{4\omega}{\pi^2} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left[ \frac{2}{\pi(2k+1)^3} + \frac{(-1)^k}{(2k+1)^2} \right] \times \\ & \times \left[ \frac{bch \frac{(2k+1)\pi}{b} (x-2\ell) \cdot \cos \frac{(2k+1)\pi}{b} y}{sh \frac{(2k+1)\pi}{b} 2\ell} - \frac{4\ell ch \frac{(2k+1)\pi}{2\ell} y \cdot \cos \frac{(2k+1)\pi}{2\ell} x}{sh \frac{(2k+1)\pi}{2\ell} b} \right] + \\ & + \frac{2}{b\ell\pi} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\dot{q}_{k,n} \cdot \cos \frac{k\pi}{2\ell} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y \cdot ch \left[ \pi \sqrt{\frac{k^2}{4\ell^2} + \frac{n^2}{b^2}} \cdot (z+h) \right]}{\sqrt{\frac{k^2}{4\ell^2} + \frac{n^2}{b^2}} \cdot sh \left[ \pi \sqrt{\frac{k^2}{4\ell^2} + \frac{n^2}{b^2}} \right]}. \end{aligned} \quad (29)$$

Выражение (29) полностью определяет потенциал вынужденных колебаний жидкости в полости, имеющей форму прямоугольного параллелепипеда, частично заполненного идеальной жидкостью, и движущегося по некоторой горизонтальной плоскости.

Гидродинамическое давление  $p$  в любой точке объёма, занятого жидкостью, при малых скоростях колебаний можно определить по формуле

$$p = -\rho \frac{\partial \hat{O}}{\partial t} - \rho g z. \quad (30)$$

Для рассматриваемой задачи можно записать

$$p = -\rho \dot{\omega} \Psi - \rho \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\ddot{q}_{k,n}}{\lambda_{k,n}} \varphi_{k,n} - \rho g z. \quad (31)$$

Выражение (31) определяет давление жидкости в любой точке жидкого объёма для полости в форме прямоугольного параллелепипеда, частично заполненного жидкостью.

Как видно из выражения (29), уровень заполнения резервуара по отношению к его поперечным размерам существенно влияет на инерционные характеристики возмущенной жидкости.

#### Список литературы

1. Аманжолова Ш.С. Уравнения цилиндрического кругового резервуара, частично заполненного жидкостью, под действием внешней периодической силы при учете немалости колебаний жидкости // Сб. по вопросам механики и прикладной математики. - Алма-Ата, 1977. - Вып.9. - С.73-76.
2. Моисеев Н.Н., Петров А.А. Численные методы расчета собственных колебаний ограниченного объёма жидкости. - М.: ВЦ АН СССР, 1966. - 269 с.

3. Румянцев В.В. Динамика тела с полостями, содержащими жидкость. – М.: Наука, 1965. – 439 с.
4. Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовича, И. Стриган. – М.: Наука, 1979. – 830 с.
5. Численные методы в механике жидкости. – М.: Мир, 1973. – 304 с.
6. Янке У., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. – М.: Наука, 1977. – 342 с.

Получено 19.03.07.

УДК 625.08 (075.8)+69.002.5

**Г.А. Гурьянов**

ВКГТУ, г. Усть-Каменогорск

**ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОЦЕССА ИЗМЕЛЬЧЕНИЯ В ЩЕКОВЫХ ДРОБИЛКАХ  
СО СЛОЖНЫМ ДВИЖЕНИЕМ ПОДБОРОМ РАЦИОНАЛЬНЫХ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ**

Повысить эффективность и качество дробления в щековых дробилках со сложным движением подвижной щеки можно, подобрав рациональные значения их кинематических параметров.

Рассмотрим рис. 1. На подвижную щеку дробилки действуют силы:  $P$  – в точке  $A$  подвеса щеки на приводном валу и  $T$  – в точке  $B$  соединения щеки с распорной плитой, которые разложены на нормальные составляющие  $P_1$  и  $T_1$  и касательные  $P_2$  и  $T_2$ .

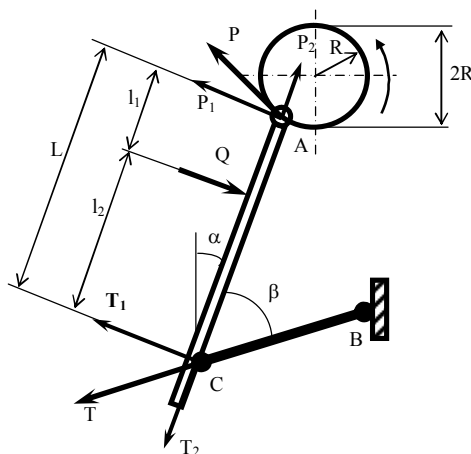


Рисунок 1 – Схема к расчету подвижной щеки дробилки со сложным движением

Из рис. 1 и общеизвестных формул [1] очевидно, что при известной силе  $P$  сила дробления  $Q$  определенным образом зависит от угла  $\beta$ . Однако у различных моделей существующих щековых дробилок со сложным движением упомянутый угол  $\beta$  имеет различные значения.

Таким образом, целью дальнейшего исследования является определение диапазона изменения угла  $\beta$ , целесообразного для щековой дробилки со сложным движением с точки зрения оптимального сочетания раздавливающего и раскалывающего воздействия на кусок материала с истиранием, и нахождение оптимального значения этого угла.

В таблице приведены значения усилий  $Q$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T$ , рассчитанные для основных значений диапазона угла  $\beta = 0 \dots 90^\circ$  по известным формулам [1], а на рис. 2 представлены графики зависимости этих усилий от угла  $\beta$ .

*Зависимости усилий в узлах дробилки от угла  $\beta$  между подвижной щекой и распорной плитой*

$\beta$ , град	$Q$ , кН	$T_1$ , кН	$T_2 = P_2$ , кН	$T$ , кН	$P_1$ , кН	$P$ , кН
0	$4,8 \cdot 10^{-16}$	$2 \cdot 10^{-16}$	2,93	2,93	$3 \cdot 10^{-16}$	2,93
10	1,322	0,496	2,811	2,854	0,826	2,93
15	1,912	0,717	2,675	2,77	1,195	2,93
20	2,431	0,912	2,505	2,666	1,52	2,93
30	3,251	1,219	2,111	2,438	2,031	2,93
40	3,813	1,43	1,704	2,225	2,383	2,93
<b>50</b>	<b>4,187</b>	<b>1,57</b>	<b>1,318</b>	<b>2,05</b>	<b>2,617</b>	<b>2,93</b>
55	4,322	1,621	1,135	1,979	2,701	2,93
60	4,43	1,661	0,959	1,918	2,768	2,93
70	4,58	1,718	0,625	1,828	2,863	2,93
80	4,662	1,748	0,308	1,775	2,914	2,93
90	4,688	1,758	0	1,758	2,93	2,93

$Q, T_1, T_2, T$

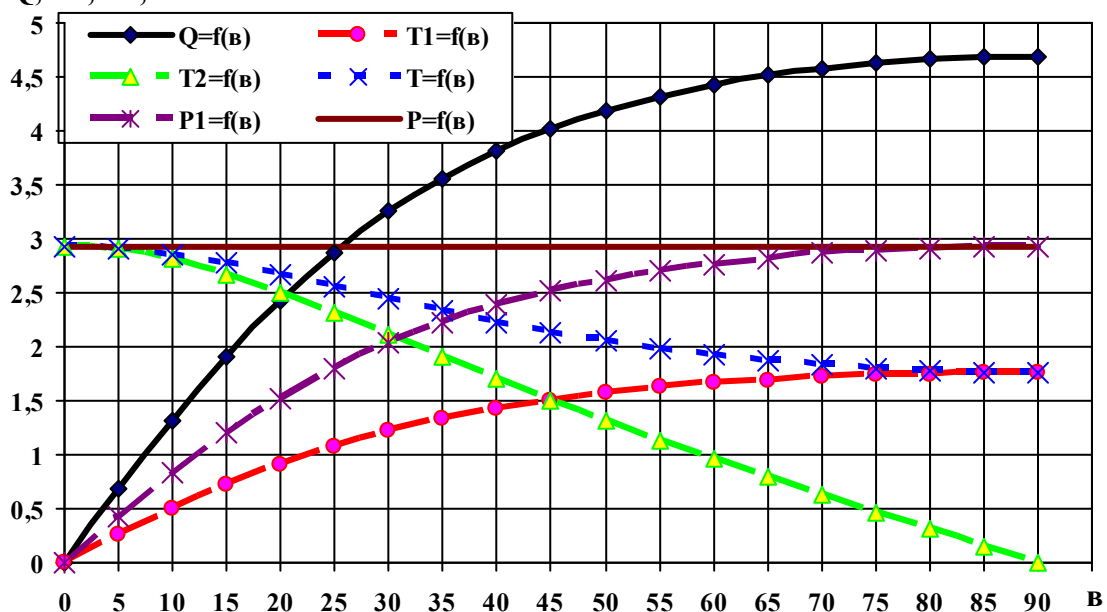


Рисунок 2 – Графики зависимости усилий в узлах дробилки от угла  $\beta$  между подвижной щекой и распорной плитой

Анализируя полученные данные, приходим к заключению, что использование угла  $\beta$ ,

меньшего  $60^\circ$ , является нецелесообразным, поскольку при этом показатель силы дробления и других усилий, представленных на рисунке, значительно уменьшается. Таким образом, верхняя граница диапазона целесообразных значений угла  $\beta$  определена в  $60^\circ$ . Но в то же время наблюдаем максимизацию значения истирающей силы  $T_2$  при углах  $\beta$ , близких к  $0^\circ$ . Однако на практике имеем менее острый угол  $\beta$ , всегда больший  $0^\circ$ . Поэтому вопрос о нижней границе диапазона остается открытым. Возможно ответ можно получить, обратившись к математической модели щековой дробилки со сложным качанием щеки.

Механизм щековой дробилки со сложным качанием представляет собой кривошипно-кулисно-коромысловый механизм (рис. 3). При вращении эксцентрикового вала (кривошипа) подвижная щека (шатун, кулиса) совершает сложное движение, а коромысло (распорная плита) совершает качание. Построим траектории движения точек при работе механизма, принадлежащих подвижной щеке.

На рис. 3 показано приложение наибольшего дробящего усилия  $Q$ , которое может возникнуть в процессе работы дробилки. Точка пересечения линии действия нагрузки  $Q$  и линии поверхности подвижной щеки будет иметь координаты  $(X_Q, Y_Q)$ . При этом длину щеки  $l_{щ}$  (м) можно представить в виде сумм длин  $l_1$  и  $l_2$ , то есть  $l_{щ} = L = l_1 + l_2$ . (1)

Примем положение оси эксцентрикового вала за точку  $O$  (рис. 3) с координатами  $(0, 0)$ .

Точка  $A (X_A, Y_A)$  – место сочленения кривошипа с шатуном (кулисой) - щекой.

Точка  $B (X_B, Y_B)$  – шарнир распорной плиты.

Точка  $C (X_C, Y_C)$  – место сочленения кулисы (подвижной щеки) и распорной плиты.

Угол  $\varphi$  - угол поворота кривошипа.

Угол  $\delta$  - угол наклона распорной плиты.

Угол  $\beta$  - угол между кулисой (подвижной щекой) и осью распорной плиты.

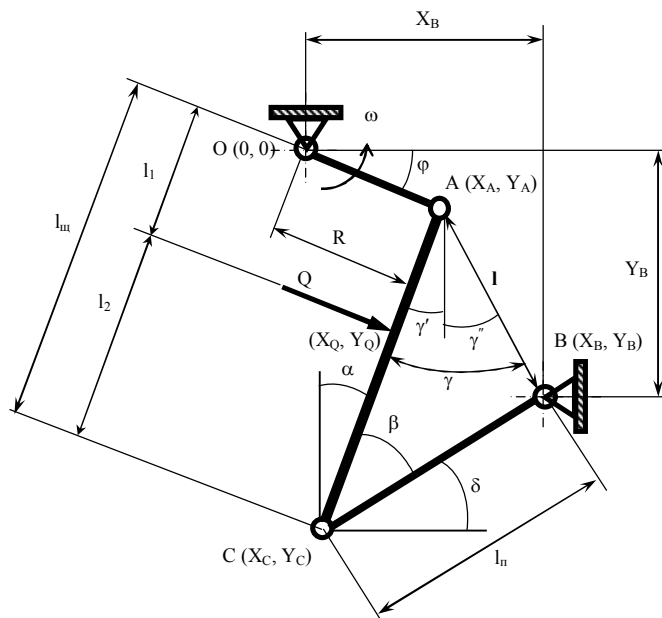




Рисунок 3 – Схема кривошипно-кулисно-шатунного механизма

Исходными данными для расчета будут:

- радиус кривошипа  $R$ , мм;
- расстояние  $l_n = BC$  - длина распорной плиты, мм;
- расстояние  $l_{ш} = AC = L$  - длина подвижной щеки, расстояние между шарнирами  $A$  и  $C$ , мм;
- координаты  $X_B$  и  $Y_B$ , мм.

Определяем положение точки  $A$  при повороте кривошипа на угол  $\varphi$ :

$$X_A = R \cdot \cos \varphi; \quad Y_A = R \cdot \sin \varphi. \quad (2)$$

Определяем расстояние  $AB$ :

$$AB = \sqrt{(X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_B)^2}. \quad (3)$$

Рассматривая треугольник  $ABC$ , по теореме косинусов, определяем угол  $\angle CAB = \gamma$ :

$$\gamma = \arccos \frac{AB^2 + l_{ш}^2 - l_n^2}{2 \cdot AB \cdot l_{ш}}. \quad (4)$$

Проведем из точки  $A$  вертикальную линию, разделяющую угол  $\gamma$  на угол  $\gamma'$  и угол  $\gamma''$ .

$$\gamma'' = \arcsin \frac{X_B - X_A}{AB}; \quad \gamma' = \gamma - \arcsin \frac{X_B - X_A}{AB}. \quad (5)$$

По теореме синусов определяем угол  $\beta$ :

$$\beta = \arcsin \frac{AB \cdot \sin \gamma}{l_n \cdot BC}. \quad (6)$$

Тогда угол  $\delta$  равен:

$$\delta = 90 - \gamma' - \beta. \quad (7)$$

Координаты точки  $C$ :

$$X_C = X_B - l_n \cdot \cos \delta; \quad Y_C = Y_B - l_n \cdot \sin \delta. \quad (8)$$

Координаты точек, принадлежащих кулисе, определяем исходя из уравнения принадлежности точки данной прямой

$$\frac{Y - Y_A}{Y_C - Y_A} = \frac{X - X_A}{X_C - X_A}. \quad (9)$$

Произведем на ЭВМ расчеты по вышеприведенным формулам, обработаем полученные результаты и построим соответствующие графики, иллюстрирующие работу щековой дробилки при разных значениях угла  $\beta$ .

На рис. 4 представлены траектории движения точек подвижной щеки для угла  $\beta = 15^\circ$ . При рассмотрении траекторий точек на рис. 4, выясняем, что на поверхности подвижной щеки имеет место, прежде всего, раздавливание и раскалывание (линии траектории видны на графике в виде дуг, вытянутых вдоль оси абсцисс), но истирание, которое является преимуществом щековых дробилок со сложным движением, составляет совершенно мизерную долю. Таким образом, использование угла  $\beta$ , меньшего  $30^\circ$ , является нецелесообразным при необходимости получения при рабочем ходе протаскивающего эффекта для достижения высокой производительности и получения щебня желаемой формы.

На рис. 5 представлены траектории движения точек подвижной щеки для угла  $\beta = 50^\circ$ . Из рисунка видно, что при  $\beta = 50^\circ$  обеспечивается значительное раздавливающее и рас-

калывающее воздействие и при этом истирание также составляет значительную долю.

Таким образом, учитывая все перечисленные факторы, а также качество и гранулометрический состав получаемого продукта, окончательно приходим к выводу, что нижнюю границу угла  $\beta$  можно установить в  $30^\circ$ . При этом целесообразным при проектировании будет являться диапазон изменения угла  $\beta = 30 \dots 60^\circ$ . А оптимальным при проектировании дробилки является угол, близкий к  $50^\circ$ .

При составлении уравнений и построении схем, представленных на рис. 4 и 5, использовались следующие упрощения: движения точек подвижной щеки и дробящей плиты относительно шарнирных соединений А и С и траектория движения шарнира В считались прямолинейными. Такой подход, конечно, позволил построить траектории точек, принадлежащих подвижной щеке, однако при этом определить ход подвижной щеки было невозможно.

Целью дальнейших исследований является проверка полученного выше диапазона изменения угла  $\beta$  и определение хода подвижной щеки. Для этого необходимо составить уравнения расчета координат точки пересечения линии действия нагрузки Q и линии поверхности подвижной щеки ( $X_Q, Y_Q$ ).

Как было сказано выше, коромысло (распорная плита) совершает качательное движение, вследствие этого угол  $\beta$  между подвижной щекой и распорной плитой при работе дробилки изменяет свое значение с течением времени по гармоническому закону. Исходное его значение  $\beta_0$  будет в момент, когда подвижная щека подведена к неподвижной, то есть при повороте эксцентрикового вала на угол  $\varphi = 90^\circ$  (рис. 3). Если в качестве исходного данного принять угол захвата дробилки  $\alpha$ , то по известным R,  $l_{II}$ ,  $l_{III}$ ,  $\beta_0$  и  $\alpha$  можно вычислить координаты точки шарнира В:

$$\begin{aligned} X_B &= -l_{III} \cdot \sin \alpha + l_{II} \cdot \cos (90^\circ - \alpha - \beta_0), \\ Y_B &= R - l_{III} \cdot \cos \alpha + l_{II} \cdot \sin (90^\circ - \alpha - \beta_0). \end{aligned} \quad (10)$$

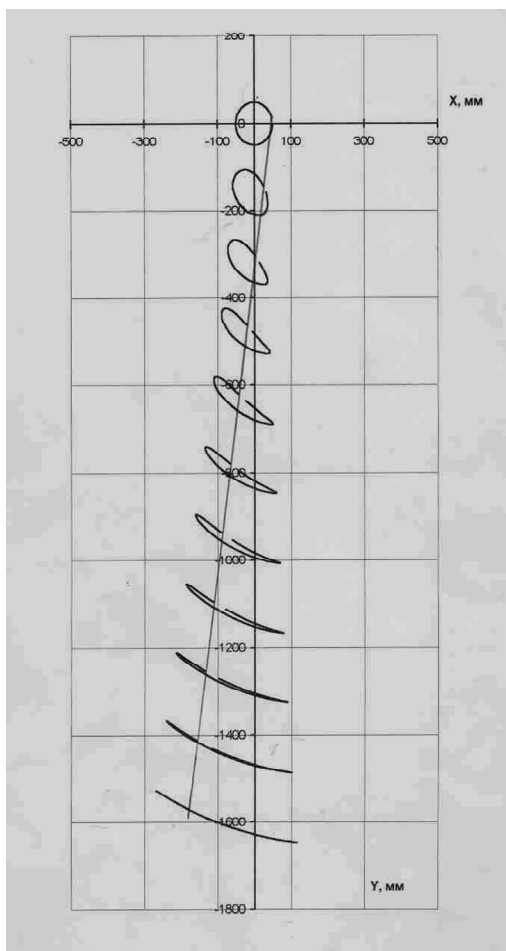


Рисунок 4 - Траектории точек подвижной щеки при  $\beta = 15^\circ$

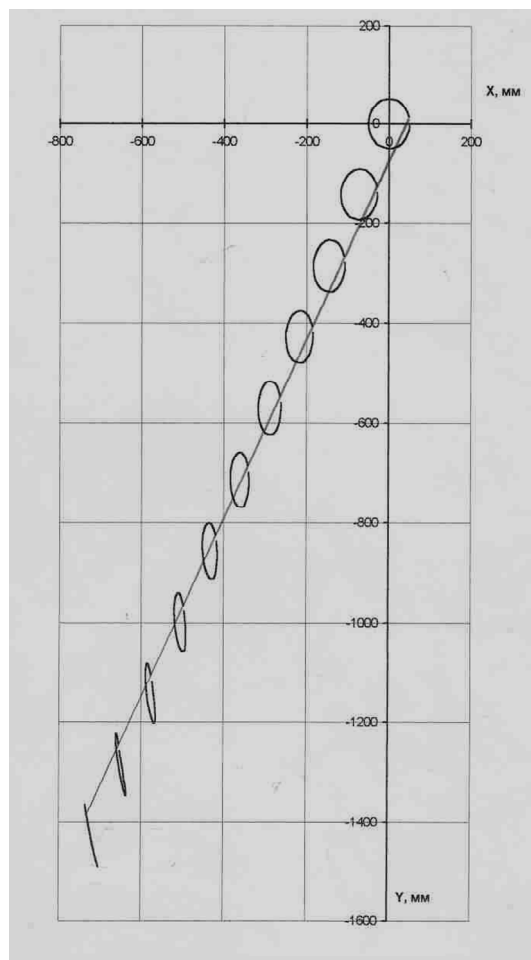


Рисунок 5 - Траектории точек подвижной щеки при  $\beta = 50^\circ$

Таким образом, исходными данными к расчету текущих значений координат точки  $(X_Q, Y_Q)$  являются параметры:  $\varphi$ ,  $R$ ,  $l_n$ ,  $l_{ш}$ ,  $l_2$ ,  $\beta_0$  и  $\alpha$ .

Координаты точки подвижной щеки в месте приложения нагрузки  $Q$ :

$$X_Q = X_C + (X_A - X_C) \frac{l_2}{l_{ш}}; \quad Y_Q = \frac{(Y_C - Y_A)(X_Q - X_A)}{X_C - X_A} + Y_C, \quad (11)$$

где

$$X_C = X_B - l_n \cdot \cos \left( 90^\circ - \gamma + \arcsin \frac{X_B - R \cos \varphi}{l} - \arcsin \frac{l \sin \gamma}{l_n} \right); \quad (12)$$

$$Y_C = Y_B - l_n \cdot \cos \left( 90^\circ - \gamma + \arcsin \frac{X_B - R \cos \varphi}{l} - \arcsin \frac{l \sin \gamma}{l_n} \right);$$

$$\gamma = \arccos \frac{l^2 + l_{ш}^2 - l_n^2}{2 \cdot l \cdot l_{ш}}; \quad (13)$$

$$l = \sqrt{R^2 - 2R(X_B \cos \varphi + Y_B \sin \varphi) + X_B^2 + Y_B^2}. \quad (14)$$

Для определенного значения  $\beta_0$  вычисляем координаты точки  $(X_Q, Y_Q)$  для угла поворота кривошипа  $\varphi = 0 \dots 360^\circ$ , с шагом  $\Delta\varphi$ .

Тогда ход точки  $(X_Q, Y_Q)$  подвижной щеки в горизонтальной плоскости для данного угла  $\beta_0$  определим по формуле:

$$S_x = X_{Q \max} - X_{Q \min}, \quad (15)$$

где  $X_{Q \max}$  - максимальное значение из вычисленных  $X_Q$ ;

$X_{Q \min}$  - минимальное значение из вычисленных  $X_Q$ .

Аналогично вычисляем ход точки  $(X_Q, Y_Q)$  подвижной щеки в вертикальной плоскости  $S_y$  для данного угла  $\beta_0$ .

Значения  $S_x$  и  $S_y$  целесообразно определить для различных углов установки распорной плиты  $\beta$ . При этом пределы изменения значений  $\beta$  зависят от конкретных значений параметров  $R$ ,  $l_n$ ,  $l_{ш}$  и  $\alpha$ .

На рис. 6 представлены графики зависимости хода подвижной щеки в горизонтальной  $S_x$  и вертикальной  $S_y$  плоскости в зависимости от угла  $\beta$  для следующих параметров дробилки:  $R = 12$  мм;  $l_{ш} = 1600$  мм;  $l_2 = 1000$  мм;  $l_n = 600$  мм;  $\alpha = 21^\circ$ .

Значения  $S_x$  и  $S_y$  вычислялись для углов установки распорной плиты  $\beta = 13 \dots 69^\circ$ , с шагом  $1^\circ$ . Следует отметить, что при угле  $\beta = 12^\circ$  произойдет заклинивание механизма, а при  $\beta = 70^\circ$  точка В опустится ниже точки С (рис. 3) и, следовательно, увеличатся габариты дробилки, при этом ход щеки будет наименьшим.

Из анализа уравнений расчета координат точки  $(X_Q, Y_Q)$  и приведенных на рис. 6 графиков видно, что с увеличением угла  $\beta$  увеличивается эффект истирания (ход  $S_y$ ) и уменьшается эффект раздавливания (ход  $S_x$ ), поэтому большие значения угла  $\beta$  необходимо применять для увеличения эффекта истирания с целью получения продукта более мелких фракций.

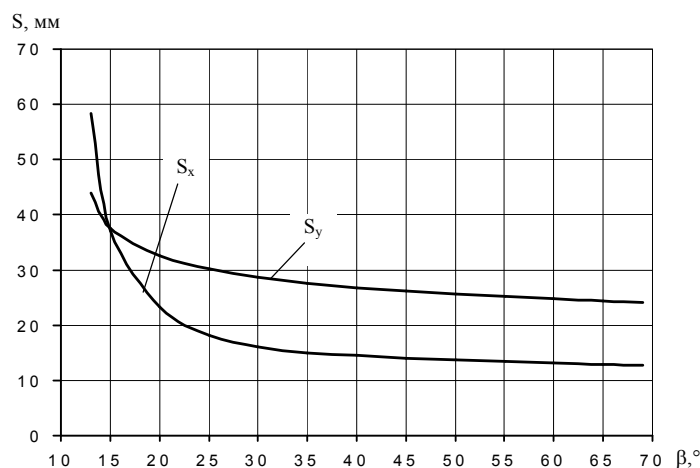


Рисунок 6 – Графики зависимости хода подвижной щеки в месте приложения наибольшей нагрузки в горизонтальном  $S_x$  и вертикальном  $S_y$  направлении от угла установки распорной плиты  $\beta$

Таким образом, учитывая все перечисленные факторы, а также возможность получе-

ния требуемого гранулометрического состава дробленого продукта, окончательно приходим к выводу, что целесообразным при проектировании дробилок будет являться диапазон углов  $\beta = 30...60^\circ$ . А оптимальным для проектирования дробилки является угол, близкий к  $50^\circ$ .

Список литературы

1. Клушанцев Б.В. Дробилки. Конструкция, расчет, особенности эксплуатации / Б.В. Клушанцев, А.И. Косарев, Ю.А. Муйземнек. – М.: Машиностроение, 1990. – 320 с., ил.

Получено 15.02.07

УДК 625.7.084

**М.В. Дудкин, М.А. Сакимов**  
ВКГТУ, г. Усть-Каменогорск

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ РАБОЧИМИ ПАРАМЕТРАМИ ДОРОЖНОГО КАТКА С ИЗМЕНЯЕМОЙ ГЕОМЕТРИЕЙ ВАЛЬЦА И ХАРАКТЕРИСТИКАМИ УПЛОТНЯЕМОГО МАТЕРИАЛА**

Согласно ранее проведенным исследованиям [1, 2], валец катка воздействует на поверхность уплотняемого слоя в пределах дуги АД, которая разделена на три зоны. Основное значение при уплотнении материала имеет вторая зона – участок ВС (рис. 1, 2).

На элементарный столбик шириной в 1 см воздействуют силы между поверхностью вальца и уплотняемым слоем  $q \cdot \frac{dX}{\cos \alpha}$  и  $\mu q \cdot \frac{dX}{\cos \alpha}$ , где  $\mu$  – коэффициент трения между этими поверхностями. В нижней части уплотняемого слоя возникают реакции  $\alpha q$  и  $\mu_1 \alpha q$ , где  $\alpha$  – коэффициент, характеризующий распределительную способность уплотняемого слоя;  $\mu_1$  – коэффициент трения между уплотняемым слоем и основанием.

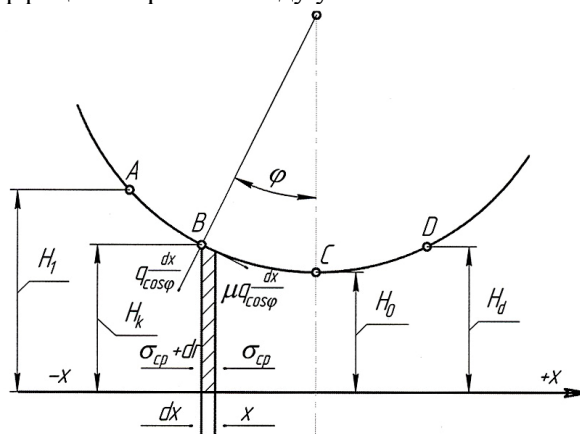


Рисунок 1 – Схема к выводу уравнения удельного давления на поверхности контакта вальца с уплотняемым слоем

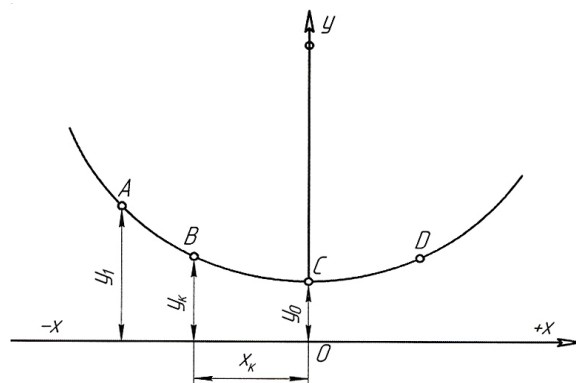


Рисунок 2 – Схема к выводу уравнения равновесия элементарного слоя во второй зоне уплотнения

На боковые стенки воздействуют реакции  $\sigma_{cp}$  и  $\sigma_{cp} + d\sigma$ , где  $\sigma$  - напряжение внутри слоя,  $\sigma_{cp} \approx \frac{\mu q + \mu_1 \alpha q}{2}$  - среднее напряжение в столбике уплотняемого слоя.

Наиболее благоприятные условия для уплотнения создаются во второй зоне, поэтому конструктивные мероприятия должны быть направлены для расширения второй зоны уплотнения.

Из условия равновесия столбика можно записать уравнение в дифференциальной форме, и после интегрирования найти выражение удельного давления на поверхности контакта вальца с уплотняемым слоем:

$$q = q_{\max} \cdot \left( \frac{H_K}{H} \right)^{I - \frac{2}{\mu + \mu_1}} \cdot e^{\pm \frac{2\sqrt{D}}{\sqrt{H_0}} \left[ \arctg \sqrt{\frac{H_K - H_0}{H_0}} - \arctg \sqrt{\frac{H - H_0}{H_0}} \right]}. \quad (1)$$

Знак "-" относится ко 2-й и 3-й зонам, а "+" относится к первой зоне;  $H_K$  - высота слоя в начале второй зоны.

При решении задачи о распределении контактных давлений по дуге захвата при прокатке металлов [2] с позиций теории пластичности установлена зависимость:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = -\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot K_f = K_{ne}, \quad (2)$$

где  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$  - главные вертикальные и горизонтальные нормативы напряжения;

$K_f$  - сопротивление пластическому деформированию, равное пределу текучести.

При решении аналогичной задачи применительно к слою дорожного покрытия, учитывая при этом формоизменение, а не уплотнение, можно рассмотреть как частный случай предельного состояния взаимодействия вальца с уплотняемым слоем [3, 4]. Механические свойства слоя характеризуются закономерностями распределения вертикальных и горизонтальных давлений внутри слоя [5]. В случае уплотнения вальцами [6] установлена экспериментальная зависимость:

$$K_{ne} = \left( 1 - \frac{2}{\mu + \alpha \mu_1} \right) K_f. \quad (3)$$

Из рассмотрения равновесия элементарного слоя во второй зоне уплотнения можно

записать уравнение (рис. 2):

$$dqy - K_{ne} \cdot dy + q \cdot (\mu + \mu_1) \cdot dx = 0. \quad (4)$$

Если выразить (рис. 2)  $\frac{dx}{dy}$ , то найдем

$$\frac{dx}{dy} = -\frac{x_K}{y_0 - y_K} = \pm \frac{\sqrt{D \cdot \Delta h}}{\Delta h} = \pm \sqrt{\frac{D}{\Delta h}}.$$

Обозначая выражение

$$\frac{x_K}{y_0 - y_K} (\mu + \mu_1) = \sqrt{\frac{D}{\Delta h}} \cdot (\mu + \mu_1) = \eta_2, \quad (5)$$

где  $\eta_2$  - коэффициент для второй зоны уплотнения.

После интегрирования уравнения (4), найдем выражение для удельного давления

$$q = q_{\max} \cdot \left( \frac{y_K}{y} \right)^{\eta_2} + \frac{K_{ne}}{\eta_2} \left[ 1 - \left( \frac{y_K}{y} \right)^{\eta_2} \right]. \quad (6)$$

После подстановки граничных условий находим:

$$q_{\max} = \frac{K_{ne}}{\eta_2}. \quad (7)$$

Уравнение (7) является критерием предельного состояния, при котором заканчивается процесс возрастания плотности и модуля деформации.

Учитывая предыдущие уравнения, находим:

$$\eta_2 = \pm \sqrt{\frac{D}{\Delta h}} \cdot (\mu + \mu_1) = \sqrt{\frac{D \cdot K_0}{2H \cdot \delta'_{ocm}}} \cdot (\mu + \mu_1). \quad (8)$$

Подставляя в (7), находим:

$$K_{ne} = \eta_2 \cdot q_{\max} = q_{\max} \sqrt{\frac{D \cdot K_0}{2H \cdot \delta'_{ocm}}} \cdot (\mu + \mu_1). \quad (9)$$

Умножаем правую и левую части уравнения (7) на  $\ell_2$  - длину дуги контакта для второй зоны, находим:

$$q_{\max} \cdot \ell_2 = \beta \cdot P = \frac{K_{пл} \cdot \ell_2}{\eta} = \frac{K_{пл} \cdot \ell_2}{\sqrt{\frac{D}{\Delta h}} \cdot (\mu + \mu_1)}.$$

Подставляя  $\Delta h = \frac{\ell_2^2}{D}$ , находим

$$\frac{P \sqrt{\frac{D}{\Delta h}}}{\ell_2} = \frac{K_{ne}}{\beta(\mu + \mu_1)} \quad \text{или} \quad \frac{P \cdot D}{\ell_2^2} \leq \frac{K_{ne}}{\beta(\mu + \mu_1)}. \quad (10)$$

Уравнение (10) устанавливает связь между параметрами катка ( $P$ ,  $D$ ,  $\ell_2$ ) и характеристиками уплотняемого слоя ( $K_{ne}$ ,  $\beta$ ,  $\mu$ ,  $\mu_1$ ).

Принимая во внимание, что при полном уплотнении слоя дуга охвата может быть выражена через коэффициент трения при качении  $f$ , а именно:

$$\ell_2 = \frac{fD}{2},$$

то после подстановки в уравнение (10) получим выражение для диаметра вальца

$$D = \frac{4P\beta \cdot (\mu + \mu_1)}{f^2 \cdot K_{ne}} \quad (11)$$

или после подстановки  $K_{ne}$  из (4) имеем:

$$D = \frac{4P\beta \cdot (\mu + \mu_1)}{f^2 \cdot \left(1 - \frac{2}{\mu + \alpha\mu_1}\right) \cdot K_f}. \quad (12)$$

Практически воспользоваться зависимостью (12) для установления размеров вальца и выбора веса катка не представляется возможным, так как в правой части уравнения имеется ряд неизвестных коэффициентов, которые следует установить экспериментально для разных материалов и условий их уплотнения.

Если принять, что для определения условий коэффициенты  $\beta$ ,  $\mu$ ,  $\mu_1$ ,  $f$ ,  $\alpha$  и  $K_f$  остаются неизменными, то между диаметром вальца и давлением на единицу ширины вальца  $P$  существует прямая зависимость.

Вышеизложенное показывает, что чисто теоретическими соображениями не представляется возможным установить зависимость между характеристиками катка и характеристиками уплотняемого покрытия. Для решения этой задачи необходимо искать другие подходы.

#### Список литературы

1. Обоснование и исследование конструкции ведущего вальца самоходного катка с переменной кривизной в зоне уплотнения: Отчет о НИР/ МАДИИ / Рук-ль темы Г.С. Маслов. – Тема К 250187 (785). – М., 1988. – 89 с.
2. Головин А.А. Виброволновые дорожные катки. Конструкция. Теория и расчет. Опыт применения. – Тверь, 2002. – 75 с.: ил.
3. Калужский Я.А., Батраков О.Т. Уплотнение земляного полотна и дорожных одежд. – М.: Транспорт, 1971. – 160 с.
4. Полетаев А.Ф. Основы теории сопротивления качению и тяги жесткого колеса по деформируемому основанию. – М.: Машиностроение, 1987. – 68 с.
5. Захаренко А.В. Теоретические и экспериментальные исследования процессов уплотнения катками грунтов и асфальтобетонных смесей: Дисс. ... д-ра техн. наук: 05.05.04. – Омск: СибАДИ, 2005. – 320 с.: ил.
6. Дудкин М.В., Сакимов М.А. Уплотнение дорожно-строительных материалов катком с изменяемой геометрией вальца / Материалы Республ. науч.-техн. конф. «Роль технических ВУЗов в становлении инновационной экономики». – Усть-Каменогорск: ВКГТУ, 2006.

Получено 18.01.07

УДК 624.133.22:666.97.033.16

**М.В. Дудкин**

ВКГТУ, г. Усть-Каменогорск

**Е.С. Темирбеков, Б.О. Бостанов**

ЕНУ, г. Астана

#### ИССЛЕДОВАНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ИНЕРЦИОННОГО БЕГУНКА ПЛАНЕТАРНОГО ВИБРОВОЗБУДИТЕЛЯ С ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ БЕГОВОЙ ДОРОЖКОЙ

Рассмотрим планетарный вибровозбудитель с поводковым водилом, бегунок которого совершает движение по эллиптической дорожке (рис.1). Водило  $AC$ , вращаясь вокруг



неподвижной оси  $A$  с постоянной угловой скоростью  $\omega$ , приводит в движение бегунок радиуса  $r$ , центр которого описывает эллипс с полуосями  $a$  и  $b$ . Точка закрепления оси  $A$  совпадает с центром эллипса  $O$ .

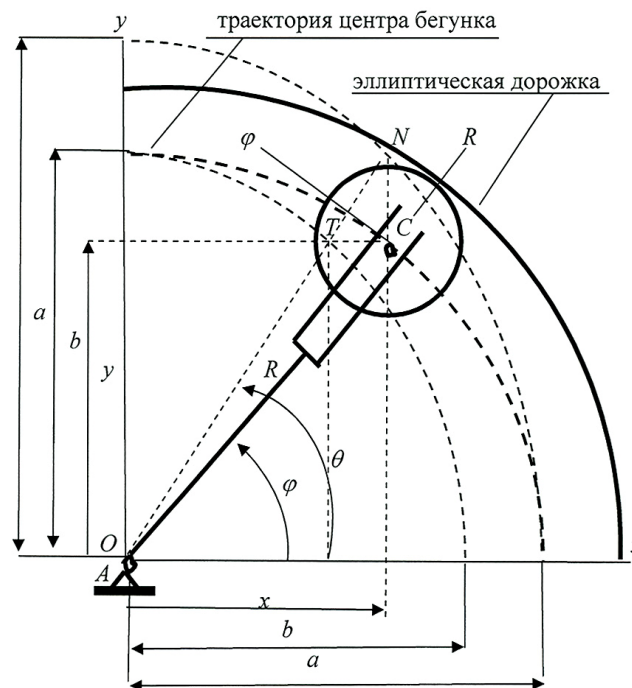


Рисунок 1 - Расчетная схема планетарного вибровозбудителя с эллиптической беговой дорожкой

В декартовой системе координат возьмем неподвижные декартовы оси координат  $Oxy$ . Положение центра  $C$  в этой системе координат определяется соотношениями:

$$\begin{cases} x = ON \cos \theta = a \cos \theta, \\ y = OT \sin \theta = b \sin \theta, \end{cases}$$

где  $\theta$  - параметр.

С другой стороны, при движении изменяется расстояние  $AC$ , и положение центра бегунка можно описывать радиусом-вектором точки  $C$ .

Введем полярные координаты: за радиус-вектор берем длину водила  $R = AC$  и угол  $\varphi$ , образованный радиусом-вектором с осью  $x$ ; этот угол будем считать положительным, если он отложен от оси  $x$  против вращения часовой стрелки ( $\dot{\varphi} = \omega = \text{const}$ ). Оси полярных координат выберем следующим образом: продолжим радиус-вектор точки  $C$  в сторону возрастающих  $R$  и проведем через точку  $C$  прямую, перпендикулярную к радиусу-вектору, которой припишем направление в сторону возрастающих  $\varphi$  (рис. 1)

Декартовые и полярные координаты точки  $C$  связаны следующими соотношениями:

$$\begin{cases} x = R \cos \varphi = a \cos \theta, \\ y = R \sin \varphi = b \cos \theta, \end{cases}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{a} \operatorname{tg} \theta.$$

Подставляя связующие формулы в каноническое уравнение эллипса  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  и сделав необходимые выкладки, получаем уравнение движения центра бегунка вибровозбудителя:

$$R = \frac{b}{\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \varphi}}, \quad (1)$$

где  $e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$  - эксцентриситет эллипса.

При исследовании движения вибровозбудителя и решении практических задач проще воспользоваться приближенной формулой. Для этого применим формулу бинома Ньютона к подкоренному выражению

$$\frac{1}{\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \varphi}} = (1 - e^2 \cos^2 \varphi)^{-\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2} e^2 \cos^2 \varphi + \underbrace{\frac{3}{8} e^4 \cos^4 \varphi + \frac{15}{48} e^6 \cos^6 \varphi + \dots}_{\text{отбросим}}$$

Значение величины всегда  $e < 1$  и чем выше степень, тем меньше принимаемое значение. Например, если принимать значения экспериментальных данных [1], т.е.,  $a = R_0 - r = 35 \text{ мм}$  и  $b = 30 \text{ мм}$ , то  $e = 0,52$ ;  $\frac{1}{2} e^2 = 0,13$ ;  $\frac{3}{8} e^4 = 0,02$  и т.д.

Отбрасывая члены ряда, содержащие  $e^4$  и выше, получаем приближенное уравнение

$$R = \left( b + \frac{b}{4} e^2 \right) + \frac{b}{4} e^2 \cos 2\varphi. \quad (2)$$

Тогда скорость и ускорение изменения полярного радиуса  $R$  имеют вид:

$$\begin{cases} \dot{R} = -\frac{b\omega e^2}{2} \sin 2\varphi, \\ \ddot{R} = -b\omega^2 e^2 \cos 2\varphi. \end{cases} \quad (3)$$

Эти уравнения представляются более удобными для применения, чем точные уравнения. Точность этих приближенных уравнений в большинстве случаев достаточна для практических целей. Величины  $R$ ,  $\dot{R}$ ,  $\ddot{R}$  входят в выражения, описывающие кинематические характеристики бегунка, и формулы (2), (3) являются основными определяющими формулами.

Аналоги скорости и ускорения изменения полярного радиуса

$$R'_\varphi = -\frac{be^2}{2} \sin 2\varphi, \quad R''_\varphi = -be^2 \cos 2\varphi. \quad (4)$$

Графики  $R$ , вычисленные по точным и приближенным формулам и графики аналогов  $R'_\varphi$ ,  $R''_\varphi$  представлены на рис. 2.

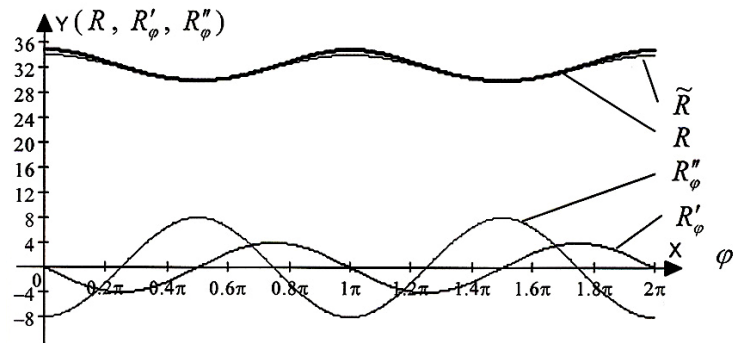


Рисунок 2 - Диаграмма  $R, R', R''$

Определим скорость и ускорение центра бегунка  $C$  в декартовой и полярной системах координат. При вычислении кинематических характеристик в полярной системе координат разложим абсолютное движение центра бегунка  $C$  на переносное (вращательное) движение вместе с радиусом-вектором (водителем)  $R$  и на относительное движение вдоль радиуса-вектора. Обозначим проекции скорости  $\bar{v}$  точки  $C$  на оси  $R$  и  $\varphi$  через  $v_1$  и  $v_2$ , а проекции ускорения  $\bar{a}$  через  $a_1$  и  $a_2$ .

Скорость точки  $C$  в декартовой системе координат:

$$\begin{cases} v_x = \dot{R} \cos \varphi - R \omega \sin \varphi, \\ v_y = \dot{R} \sin \varphi + R \omega \cos \varphi, \end{cases} \quad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2};$$

в полярной системе координат:

$$\begin{cases} v_1 = -v^r = \dot{R}, \\ v_2 = v^e = R \omega, \end{cases} \quad v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}.$$

Вектор  $\bar{v}^r$  направлен в отрицательную сторону  $R$ , а вектор  $\bar{v}^e$  направлен по оси  $\varphi$ .

Формула определения абсолютной скорости центра бегунка  $C$  в обоих случаях одинакова и имеет вид:

$$v = \sqrt{\dot{R}^2 + R^2 \omega^2}. \quad (5)$$

$$\text{Аналоги скоростей: } v_\varphi^r = -R', \quad v_\varphi^e = R, \quad v_\varphi = \sqrt{R'^2 + R^2}. \quad (6)$$

Диаграмма аналогов скоростей центра бегунка представлена на рис.3.

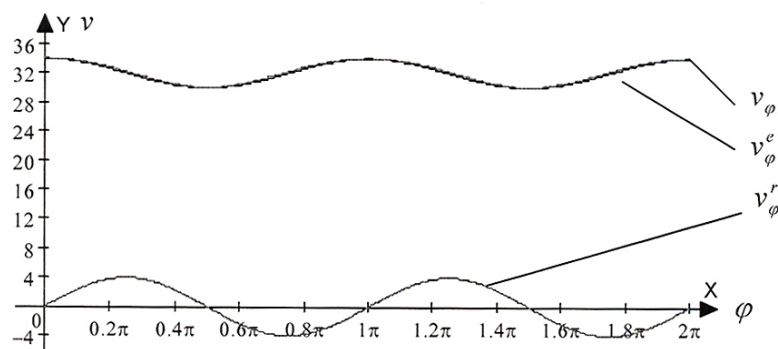


Рисунок 3

Аналогично, ускорение центра бегунка  $C$  в декартовой системе координат:

$$\begin{cases} a_x = \dot{v}_x = \ddot{R} \cos \varphi - 2\dot{R}\omega \sin \varphi - R\omega^2 \cos \varphi, \\ a_y = \ddot{R} \sin \varphi + 2\dot{R}\omega \cos \varphi - R\omega^2 \sin \varphi, \end{cases} \quad a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}.$$

Для определения ускорения  $\bar{a}$  в полярной системе координат рассмотрим движение центра бегунка как сложное движение, и тогда абсолютное ускорение точки  $C$  складывается из трех ускорений: относительного ускорения  $\bar{a}^r$ , переносного ускорения  $\bar{a}^e$  и кориолисова ускорения  $\bar{a}^k$ :

$$\bar{a} = \bar{a}^r + \bar{a}^e + \bar{a}^k.$$

Относительное ускорение  $\bar{a}^r$  направлено по отрицательной оси  $R$  к центру  $A$  (как  $\bar{v}^r$ ) и равно

$$a^r = -\ddot{R}.$$

Переносное касательное ускорение равно нулю, так как  $\omega = const$ .

Переносное нормальное ускорение направлено по отрицательной оси  $R$  (к центру вращения) и равно:

$$a^{en} = R\omega^2.$$

Кориолисово ускорение направлено по отрицательной оси  $\varphi$  и равно:

$$a^k = -2\dot{R}\omega.$$

Следовательно,

$$\begin{cases} a_1 = \ddot{R} - R\omega^2, \\ a_2 = 2\dot{R}\omega. \end{cases}$$

Таким образом, ускорение в обоих способах определения равно:

$$a = \sqrt{\ddot{R}^2 + 4\dot{R}^2\omega^2 + R^2\omega^4 - 2\ddot{R}R\omega^2}. \quad (7)$$

Аналоги ускорений:

$$a_\varphi^r = -R_\varphi'',$$

$$a_\varphi^{en} = R,$$

$$a_\varphi^k = -2R_\varphi',$$

$$a_\varphi = \sqrt{R_\varphi''^2 + 4R_\varphi'^2 + R^2 - 2R_\varphi''R}. \quad (8)$$

Диаграмма аналогов ускорений центра бегунка представлена на рис.4.

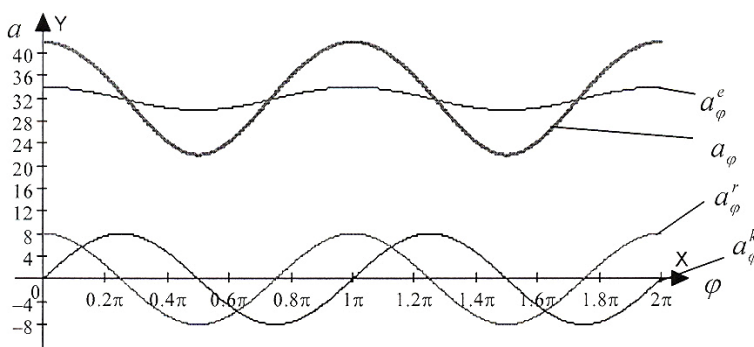


Рисунок 4

Бегунок совершает плоское движение по эллиптической дорожке без скольжения и его угловые кинематические характеристики определяются

$$\omega_1 = \frac{v}{r} = \frac{\sqrt{\dot{R}^2 + R^2 \omega^2}}{r}, \quad \varepsilon_1 = \frac{\dot{R}(\ddot{R} + R\omega^2)}{r\sqrt{\dot{R}^2 + R^2 \omega^2}}. \quad (9)$$

Аналоги угловой скорости и ускорения бегунка

$$\omega_{1\varphi} = \frac{\sqrt{R_{\varphi}'^2 + R^2}}{r}, \quad \varepsilon_{1\varphi} = \frac{R_{\varphi}'(R_{\varphi}'' + R)}{r\sqrt{R_{\varphi}'^2 + R^2}}. \quad (10)$$

Диаграмма изменения аналогов угловых кинематических параметров бегунка представлена на рис.5.

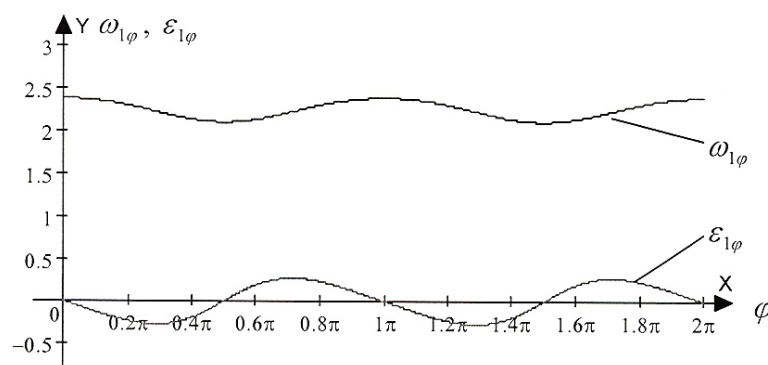


Рисунок 5

#### Список литературы

1. Дудкин М.В. Определение параметров и рациональной конструкции вибрационных катков с асимметричным планетарным вибровозбудителем: Дисс. ... канд. техн. наук. – Астана, 2002

Получено 12.01.07

УДК 538.9:621.785.6

**Ж.М. Исаева**

ВКГУ им. С. Аманжолова, г. Усть-Каменогорск

#### ВЛИЯНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОРИСТЫХ СВС-ФИЛЬТРОВ НА ПАРАМЕТРЫ УЛАВЛИВАЕМЫХ ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ В ПРОЦЕССЕ ФИЛЬТРОВАНИЯ

Интенсивное развитие промышленности и энергетики в последние десятилетия привело к возрастающему загрязнению окружающей среды всеми видами вредных выбросов.

Улучшение экологической обстановки связано с проведением ряда мероприятий, на-

правленных на снижение уровней выбросов твердых частиц с отработавшими газами в химической промышленности и транспортной энергетике. Решение проблемы снижения выбросов твердых частиц в атмосферу является актуальным направлением. Опыт разработки процессов и аппаратов для очистки газов в основном сосредоточен в химической промышленности, но существует возможность переноса его и в другие отрасли производств.

С появлением новых технологий получения каталитических материалов, например технологий самораспространяющегося высокотемпературного синтеза (СВС-технологий), возникли перспективы дальнейшего развития аппаратурно-технологического оформления стадий газоочистки. Исследования в этой области способствуют решению экологических проблем и являются актуальными.

Изучение физических процессов фильтрования конденсированной фазы связано с выявлением зависимостей качественных показателей от состава СВС-блоков, структуры материалов и размера среднего приведенного диаметра пор, наличия катализаторов в составе материалов.

В связи с этим программа испытаний строилась таким образом, чтобы была возможность осуществления проверки влияния последних указанных параметров СВС-блоков на качество фильтрования и выявление ограничений, связанных с особенностями применения нейтрализаторов газов тепловых двигателей.

На основе данных составов методом СВС-технологии получены пористые проницаемые каталитические блоки для нейтрализаторов отработавших газов (табл. 1).

При определении влияния относительной площади фильтра на дисперсность твердых частиц в конденсированной фазе продуктов сгорания был использован состав материала (3) фильтра, средний диаметр пор составлял  $d_p=150$  мкм, извилистость  $\xi_u=1,27$ , толщина стенок  $\delta_{ст}=12$  мм, относительная площадь фильтрующего материала

$$F_{\phi м}^{нм} = \frac{F_{\phi}^{нм}}{V_{ог}^{нм}} = (1,64...2,83) \cdot 10^{-4} \left( \frac{M}{\mu} \right)^{-1},$$
 объем пористого материала фильтра составлял  $2,13 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ .

Результаты исследования концентраций твердых частиц в полостях реактора нейтрализатора, проведенного методом оптического продольного зондирования и температур в полостях реактора, разделенных СВС-блоками, приведены на графиках рис. 1. Здесь номера кривых соответствуют линиям зондирования.

В табл. 2 приведены сравнительные данные зондирования полостей каталитических нейтрализаторов и прямых измерений содержания твердых частиц в полостях реактора, разделенных пористой проницаемой стенкой СВС-блока. Здесь же для оценки качества фильтрования приведено сравнение полученных результатов.

Из данных табл. 2 видно, что площадь фильтра, относительно к расходу газов, характеризующая напор конденсированной фазы на пористую фильтрующую перегородку, в значительной степени влияет на качество очистки газов. Данные оптического зондирования полостей реактора подтверждаются результатами прямых измерений.

Здесь мы видим при отборе газов через реакторы наблюдалось присутствие частиц размером до 36 мкм, а наибольшее количество 4...8 мкм.

Таблица 1  
*Сравнение материалов СВС-блоков для фильтров дымовых аэрозолей*

Отдельные характеристики	Варианты шихты для, СВС-блоков			
	1	2	3	4
Содержание компонентов шихты в процентах по массе				
Окалина легированной стали	47,5	47,5	47,5	47,5
Оксид хрома	18,0	17,7	17,8	17,9
Хром	5,0	7,1	7,1	7,0
Никель	4,9	4,9	12,4	12,4
Алюминий	24,5	22,5	15,0	15,0
Иридий	0,1	0,2	0,1	0,1
Родий	0,0	0,1	0,1	0,1
Эффективность очистки отработавших газов при 320 °С, %				
Снижение выбросов оксидов азота	33	48	52	55
Снижение выбросов оксида углерода	70	72	86	89
Снижение выбросов углеводородов	65	67	67	65
Снижение выбросов твердых частиц	90	90	90	90
Характеристики СВС-материалов каталитических блоков				
Средний размер пор, мкм	260	180	150	120
Механическая прочность при сжатии в МПа	8,6	9,7	12,2	12,2
Коррозионная стойкость относительная по измерению массы, %	14	13	10	9

Таблица 2  
*Сравнительные данные по изучению выбросов твердых частиц при фильтровании конденсированной фазы продуктов сгорания углеводородных топлив в пористых проницаемых каталитических СВС-блоках в зависимости от относительной площади фильтра*

относительная площадь фильтра, $\frac{м^2}{м^3}$ $\varphi$	Данные оптического зондирования			Прямые измерения	
	Твердые частицы, г/м <sup>3</sup>		Температура: $\frac{\text{до фильтра}}{\text{после фильтра}}$ , К	Твердые частицы, г/м <sup>3</sup>	
	до фильтра	после фильтра		до фильтра	после фильтра
$1,63 \cdot 10^{-4}$	0,188	0,130	800/860	0,195	0,130
$1,82 \cdot 10^{-4}$	0,186	0,128	780/840	0,190	0,130
$2,13 \cdot 10^{-4}$	0,181	0,126	700/770	0,180	0,125
$2,46 \cdot 10^{-4}$	0,180	0,120	580/650	0,180	0,120

Увеличение  $\frac{F_{\phi}}{V_{ог}}$  с  $1,63 \cdot 10^{-4}$  до  $2,46 \cdot 10^{-4}$  приводит к изменению размеров твердых час-

тиц. Если в первом случае преобладают частицы с размером до 8 мкм и наибольшая их доля составляет 5 %, то во втором случае – преобладают частицы от 2 до 10 мкм и доля частиц 4...6 мкм составляет 7...6%.

При определении влияния среднего приведенного диаметра пор на дисперсность твердых частиц в конденсированной фазе применяется состав материала (3) фильтра представленного в таблице 1, средний диаметр пор составлял  $d_n = 120...280$  мкм, извилистость принималась как  $\xi_u = \frac{l_u}{\delta_{ст}}$ , толщина стенок  $\delta_{ст} = 12$  мм, относительная пло-

щадь фильтрующего материала  $F_{фм}^{пм} = \frac{F_{\phi}^{пм}}{V_{ог}^{пм}} = 1,64 \cdot 10^{-4} \left( \frac{м}{ч} \right)^{-1}$ , объем пористого материала фильтра составлял  $2,13 \cdot 10^{-3} м^3$ .

Результаты исследования концентраций твердых частиц в полостях реактора нейтрализатора, проведенного методом оптического зондирования и температур в полостях реактора, разделенных СВС-блоками, приведены на графиках рис. 2. Здесь номера кривых соответствуют линиям зондирования.

В табл. 3 приведены сравнительные данные зондирования полостей каталитических нейтрализаторов и прямых измерений содержания твердых частиц в полостях реактора, разделенных пористой проницаемой стенкой СВС-блока. Здесь же для оценки качества фильтрования приведено сравнение полученных результатов.

Таблица 3

*Сравнительные данные по изучению выбросов твердых частиц при фильтровании конденсированных фаз в пористых проницаемых каталитических СВС-блоках в зависимости от среднего приведенного диаметра пор*

Средний приведенный диаметр пор, мкм	Данные оптического зондирования			Прямые измерения	
	Твердые частицы, г/м <sup>3</sup>		Температура: до фильтра после фильтра К	Твердые частицы, г/м <sup>3</sup>	
	до фильтра	после фильтра		до фильтра	после фильтра
120	0,152	0,015	780/820	0,15	0,018
150	0,152	0,036	780/820	0,15	0,04
180	0,152	0,050	780/820	0,15	0,05
240	0,152	0,060	780/820	0,15	0,06

Из данных табл. 3 видно, что при увеличении среднего приведенного диаметра пор СВС-блоков со 120 до 240 мкм качество очистки от твердых частиц снижается с 90 до 57 %. Однако здесь необходимо отметить, что при  $d_n = 120$  мкм увеличивается противодавление, создаваемое фильтром при прочих равных условиях. Одним из путей сохранения высокого качества очистки является создание мелкопористых фильтров с большой



площадью поверхностей  $F_{\phi}$ .

Анализ обработки фильтров говорит о том, что уменьшение диаметра пор позволяет после фильтра иметь в составе газов твердых частиц до 8 мкм, но с долями содержания их не более 4%, что свидетельствует о высоком качестве очистки.

При изучении влияния пористости фильтрующего материала на дисперсность твердых частиц в конденсированной фазе продуктов сгорания использовались составы материалов (1, 2, 3, 4) фильтра, представленные в табл. 1. Пористость СВС-блоков составляла от 0,25 до 0,72, извилистость  $\xi_u$  от 1,63 до 1,08, толщина стенок  $\delta_{CT} = 12$  мм, объем пористого материала фильтра составлял  $2,13 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ . Пористость материала определялась как  $\Pi = 1 - \frac{\rho_{\text{пм}}}{\rho_{\text{КТ}}}$ , где  $\rho_n$  и  $\rho_{\text{КТ}}$  – плотности пористого материала и контактного тела.

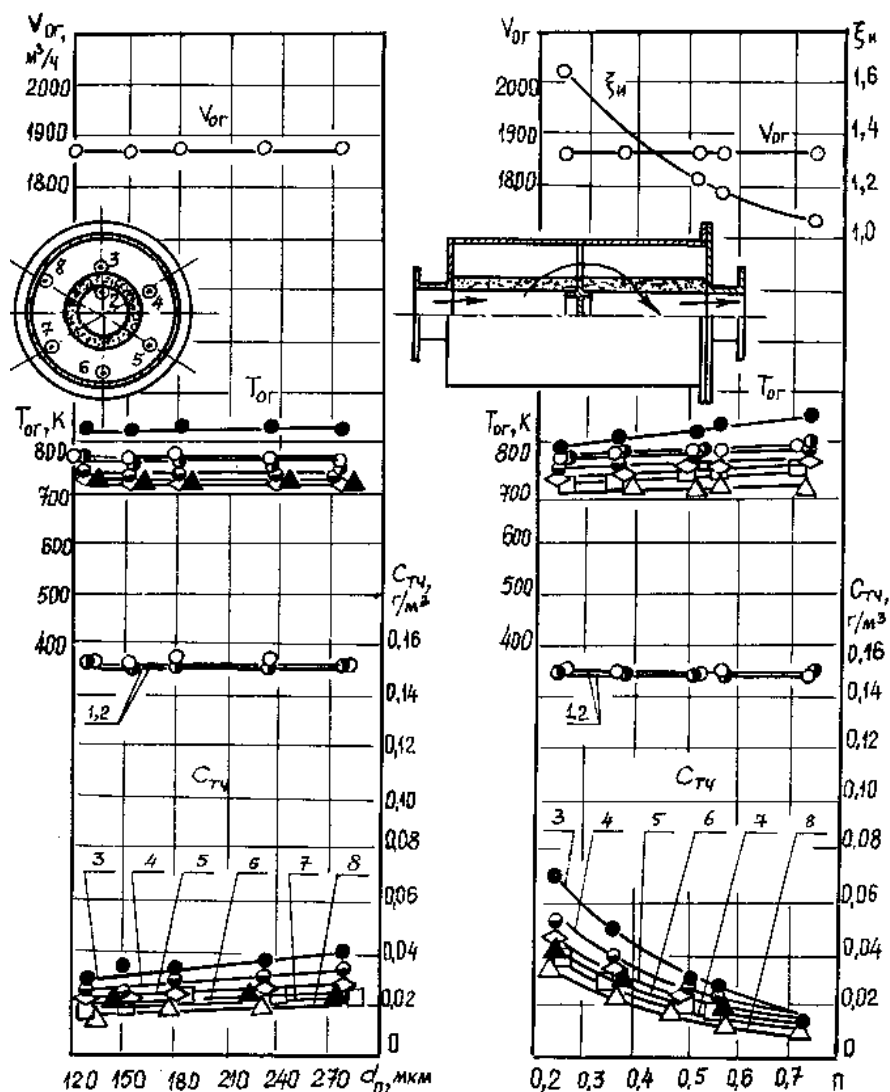


Рисунок 1 - Влияние среднего диаметра пор СВС-материала на качество очистки газов от твердых частиц

Рисунок 2 - Влияние пористости пор СВС-материала на качество очистки газов от твердых частиц

В табл. 4 приведены сравнительные данные зондирования полостей каталитических нейтрализаторов и прямых измерений содержания твердых частиц в полостях реактора, разделенных пористой проницаемой стенкой СВС-блока. Здесь же для оценки качества фильтрования приведено сравнение полученных результатов.

Таблица 4

*Сравнительные данные по изучению выбросов твердых частиц при фильтровании конденсированной фазы продуктов сгорания в пористых проницаемых каталитических СВС-блоках в зависимости от пористости материала*

Пористость материала	Данные оптического зондирования			Прямые измерения	
	Твердые частицы, г/м <sup>3</sup>		Температура: <i>до фильтра</i> <i>после фильтра</i> , К	Твердые частицы, г/м <sup>3</sup>	
	до фильтра	после фильтра		до фильтра	после фильтра
0,2	0,152	0,070	780/790	0,15	0,07
0,37	0,152	0,052	785/805	0,15	0,05
0,50	0,152	0,031	790/810	0,15	0,03
0,72	0,152	0,015	800/850	0,15	0,01

При отборе газов из реактора после фильтров обнаружено, что при пористости  $\Pi = 0,37$  в конденсированной фазе содержится до 1 % частиц размером 2 мкм, до 3 % - до 4 мкм, до 2 % - 8 мкм.

При увеличении пористости фильтров до  $\Pi = 0,5$  в конденсированной фазе содержится до 2 % частиц до 2 мкм, до 6 % частиц размером до 6 мкм и 6 % частиц размером 8 мкм.

Получено 12.01.07

УДК 621.01

**Е.С. Темирбеков**

ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, г. Астана

#### ПОКАЗАТЕЛИ ПЕРЕДАЧИ ДВИЖЕНИЯ И СИЛ МЕХАНИЗМОВ ВЫСОКИХ КЛАССОВ

Значительные изменения выходных кинематических параметров и реакций в кинематических парах под действием внешних сил в результате малых изменений входного параметра, возникающих для особых положений одноподвижных механизмов высоких классов (МВК), исследованы недостаточно [1]. Для особых положений плоского четырехзвенного механизма передача движения оценивалась абсолютным значением синуса угла

передачи. Аналогичный подход применялся и в случае плоского шестизвенного механизма II класса, и вообще многосвязных механизмов II класса. Однако для шестизвенных механизмов с изменяемым замкнутым контуром, то есть для механизмов IV класса для оценки способности передачи движения, углов передачи оказывается явно недостаточно.

Здесь получены показатели для оценки способности передачи движения и сил шестизвенных механизмов III и IV классов с определением особых положений, в которых значительно увеличиваются значения выходных кинематических параметров и реакции в парах под влиянием внешней силы в результате малых изменений входного параметра.

Рассмотрим шестизвенный кривошипно-ползунный механизм IV класса (рис. 1), его векторные уравнения замкнутости имеют вид:

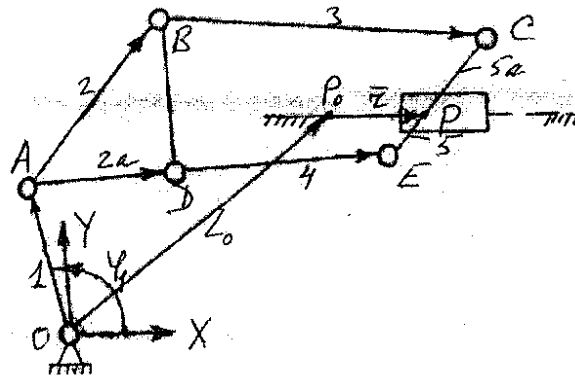


Рисунок 1

$$\begin{cases} \bar{L}_1 + \bar{L}_2 + \bar{L}_3 + \bar{L}_{CP} + \bar{r} = \bar{L}_0, \\ \bar{L}_1 + \bar{L}_{2A} + \bar{L}_4 + \bar{L}_{EP} + \bar{r} = \bar{L}_0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\bar{r} = \bar{L}_{PP_0}$ , характеризует ползун 5;  $\bar{L}_0$  - расстояние между неподвижными точками  $P_0$  и A. Пусть ведущее звено - 1, тогда проекция (1) на оси OXY имеет вид:

$$\begin{cases} L_2 \cos \varphi_2 + L_3 \cos \varphi_3 + r = -L_1 \cos \varphi_1 + L_{0x} - L_{(CP)_x}, \\ L_2 \sin \varphi_2 + L_3 \sin \varphi_3 = -L_1 \sin \varphi_1 + L_{0y} - L_{(CP)_y}, \\ L_{2A} \cos \varphi_{2A} + L_4 \cos \varphi_4 + r = -L_1 \cos \varphi_1 + L_{0x} - L_{(EP)_x}, \\ L_{2A} \sin \varphi_{2A} + L_4 \sin \varphi_4 = -L_1 \sin \varphi_1 + L_{0y} - L_{(EP)_y}. \end{cases}$$

Если входному параметру « $\varphi_1$ » дать малую вариацию  $\delta \varphi_1$ , получим:

$$\begin{cases} -L_2 \sin \varphi_2 \delta \varphi_2 - L_3 \sin \varphi_3 \delta \varphi_3 + \delta r = -L_1 \sin \varphi_1 \delta \varphi_1, \\ L_2 \cos \varphi_2 \delta \varphi_2 + L_3 \cos \varphi_3 \delta \varphi_3 = -L_1 \cos \varphi_1 \delta \varphi_1, \\ -L_{2A} \sin \varphi_{2A} \delta \varphi_2 + L_4 \sin \varphi_4 \delta \varphi_4 + \delta r = L_1 \sin \varphi_1 \delta \varphi_1, \\ L_{2A} \cos \varphi_{2A} \delta \varphi_2 + L_4 \cos \varphi_4 \delta \varphi_4 = -L_1 \cos \varphi_1 \delta \varphi_1. \end{cases}$$

Полученные уравнения представляют собой систему линейных уравнений в отношении вариаций  $\delta \varphi_2, \delta \varphi_3, \delta \varphi_4, \delta r$ . Когда значение определителя не равно нулю, величина малых вариаций угловых смещений  $\delta \varphi_2, \delta \varphi_3, \delta \varphi_4, \delta r$  определяется конечными значениями. Вычислить значения величин малых вариаций  $\delta \varphi_2, \delta \varphi_3, \delta \varphi_4, \delta r$

$$\Delta = \begin{vmatrix} -L_2 \sin \varphi_2 & -L_3 \sin \varphi_3 & 0 & 1 \\ +L_2 \cos \varphi_2 & +L_3 \cos \varphi_3 & 0 & 0 \\ -L_{2A} \sin \varphi_{2A} & 0 & -L_4 \sin \varphi_4 & 1 \\ +L_{2A} \cos \varphi_{2A} & 0 & +L_4 \cos \varphi_4 & 0 \end{vmatrix} \quad (2)$$

с помощью системы уравнений (2) можно в случае, когда абсолютное значение определителя  $\Delta$  достаточно велико по сравнению с порядком  $O(\delta\varphi_1)$  величины вариации  $\delta\varphi_1$ , но когда это значение равностепенно или меньше  $O(\delta\varphi_1)$ , необходимо привлечение расчетных формул с учетом членов выше 2-го порядка малости. Во всяком случае, в этом положении угловое смещение в результате ничтожно малого изменения входного параметра « $\varphi_1$ » изменяется очень значительно и поэтому способность передачи движения ухудшена.

Рассмотрим положения механизма, в которых значение  $\Delta = 0$ :

$$L_3 L_4 [L_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3) \cos \varphi_4 - L_{2A} \sin(\varphi_{2A} - \varphi_4) \cos \varphi_3] = 0. \quad (3)$$

Значение этого уравнения равно нулю в следующих случаях:

1. Случай реализации  $\sin(\varphi_2 - \varphi_3) = 0$  и  $\sin(\varphi_{2A} - \varphi_4) = 0$ , а именно, параллельности двух прямых, совпадающих с  $\overline{L_2}, \overline{L_3}$ , а также параллельности двух прямых, совпадающих с  $\overline{L_{2A}}, \overline{L_4}$ , соответственно.
2. Случай реализации  $\sin(\varphi_2 - \varphi_3) = 0$  и  $\cos \varphi_3 = 0$ , а именно, перпендикулярности двух прямых, совпадающих с  $\overline{L_2}, \overline{L_3}$ , направляющей ползуна 5.
3. Случай реализации  $\sin(\varphi_{2A} - \varphi_4) = 0$  и  $\cos \varphi_4 = 0$ , а именно перпендикулярности двух прямых, совпадающих с  $\overline{L_{2A}}, \overline{L_4}$ , направляющей ползуна 5.
4. Случай реализации  $\cos \varphi_3 = 0$  и  $\cos \varphi_4 = 0$ , а именно, перпендикулярности двух прямых, совпадающих с  $\overline{L_3}, \overline{L_4}$ , направляющей ползуна 5.
5. Случай реализации  $L_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3) \cos \varphi_4 - L_{2A} \sin(\varphi_{2A} - \varphi_4) \cos \varphi_3 = 0$ .

Считаем, что механизм состоит из жестких безмассовых звеньев и нагружен движущим моментом  $M_D$  и силой сопротивления  $F_c$ . Расчленим механизм на отдельные звенья, тогда условия равновесия для звеньев запишутся в виде (рис. 2):

$$\begin{aligned} R_{23}^x L_2 \sin \varphi_2 - R_{23}^y L_2 \cos \varphi_2 + R_{24}^x L_{2A} \sin \varphi_{2A} - R_{24}^y L_{2A} \cos \varphi_{2A} &= 0; \\ R_{23}^x L_3 \sin \varphi_3 - R_{23}^y L_3 \cos \varphi_3 &= 0; \quad R_{24}^x L_4 \sin \varphi_4 - R_{24}^y L_4 \cos \varphi_4 = 0; \\ -R_{23}^x L_5 \sin \varphi_5 + R_{23}^y L_5 \cos \varphi_5 + R_{24}^x L_{5A} \sin \varphi_{5A} - R_{24}^y L_{5A} \cos \varphi_{5A} &= 0; \\ R_{23}^x + R_{24}^x + F_c &= 0; \quad R_{23}^y + R_{24}^y + N_p = 0. \end{aligned}$$

Учитывая, что  $R_{ij}^x = -R_{ji}^x$  и  $R_{ij}^y = -R_{ji}^y$  ( $i, j = 1, \dots, 5$ ) имеем:

$$R_{23}^x = -R_{53}^x, \quad R_{23}^y = -R_{53}^y, \quad R_{24}^x = -R_{54}^x, \quad R_{24}^y = -R_{54}^y.$$

Тогда получим замкнутую систему шести уравнений:

$$\begin{cases} R_{23}^x L_2 \sin \varphi_2 - R_{23}^y L_2 \cos \varphi_2 + R_{24}^x L_{2A} \sin \varphi_{2A} - R_{24}^y L_{2A} \cos \varphi_{2A} = 0, \\ R_{23}^x L_3 \sin \varphi_3 - R_{23}^y L_3 \cos \varphi_3 = 0, \\ R_{24}^x L_4 \sin \varphi_4 - R_{24}^y L_4 \cos \varphi_4 = 0, \\ -R_{23}^x L_5 \sin \varphi_5 + R_{23}^y L_5 \cos \varphi_5 + R_{24}^x L_{5A} \sin \varphi_{5A} - R_{24}^y L_{5A} \cos \varphi_{5A} = 0, \\ R_{23}^x + R_{24}^x + F_c = 0, \\ R_{23}^y + R_{24}^y + N_p = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Введем нормальные и тангенциальные составляющие силы реакций, направление которых определяется углом наклона контурных звеньев 3 и 4. Для этого спроектируем  $R_{23}^x$ ,  $R_{23}^y$ ,  $R_{24}^x$ ,  $R_{24}^y$  на контурные двухшарнирные звенья 3 и 4, соответственно. Рассмотрим условие равновесия узла В:

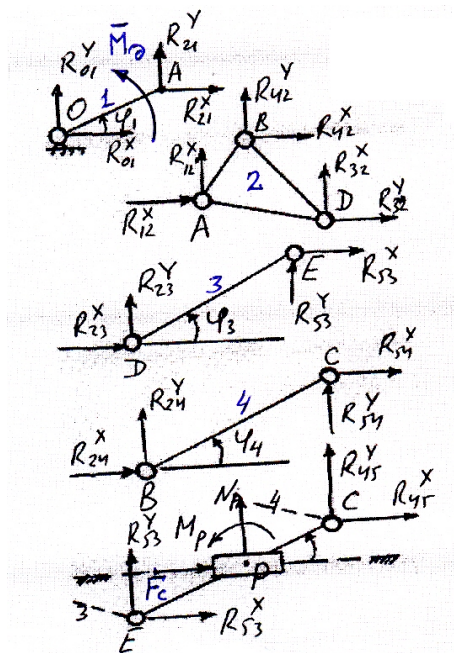


Рисунок 2

$$\begin{aligned} R_{24}^x + R_B^n \cos \varphi_4 + R_B^\tau \cos(\varphi_4 + 90^\circ) &= 0 \quad \text{или} \quad R_{24}^x = -R_B^n \cos \varphi_4 + R_B^\tau \sin \varphi_4, \\ R_{24}^y + R_B^n \sin \varphi_4 + R_B^\tau \sin(\varphi_4 + 90^\circ) &= 0 \quad \text{или} \quad R_{24}^y = -R_B^n \sin \varphi_4 + R_B^\tau \cos \varphi_4. \end{aligned} \quad (5)$$

Аналогично для узла D:

$$\begin{aligned} R_{23}^x + R_D^n \cos \varphi_3 + R_D^\tau \cos(\varphi_3 + 90^\circ) &= 0 \quad \text{или} \quad R_{23}^x = -R_D^n \cos \varphi_3 + R_D^\tau \sin \varphi_3, \\ R_{23}^y + R_D^n \sin \varphi_3 + R_D^\tau \sin(\varphi_3 + 90^\circ) &= 0 \quad \text{или} \quad R_{23}^y = -R_D^n \sin \varphi_3 + R_D^\tau \cos \varphi_3. \end{aligned} \quad (6)$$

Рассмотрим равновесие тангенциальных реакций сил, действующих на звенья 3 и 4, и моментов сил относительно шарниров С и Е, соответственно:

$$R_B^\tau + R_C^\tau = 0, \quad R_D^\tau + R_E^\tau = 0, \quad R_B^\tau L_4 = 0, \quad R_D^\tau L_3 = 0,$$

откуда следует,  $R_B^r = R_C^r = 0$ ,  $R_D^r = R_E^r = 0$ , что, и следовательно, из (5) и (6) получим:

$$\begin{aligned} R_{23}^x &= -R_D^n \cos \varphi_3, & R_{24}^x &= -R_B^n \cos \varphi_4, \\ R_{23}^y &= -R_D^n \sin \varphi_3, & R_{24}^y &= -R_B^n \sin \varphi_4. \end{aligned} \quad (7)$$

Подставим в (4<sub>1</sub>)-(4<sub>4</sub>) выражения (4), тогда (4<sub>2</sub>), (4<sub>3</sub>) превращаются в тождества вида  $0 \equiv 0$  и вся система уравнений (4) преобразуется:

$$\begin{cases} R_{E2}^n L_2 \sin(\varphi_3 - \varphi_2) + R_{E1}^n L_{2A} \sin(\varphi_4 - \varphi_{2A}) = 0, \\ R_{E2}^n L_5 \sin(\varphi_5 - \varphi_3) + R_{E1}^n L_{5A} \sin(\varphi_4 - \varphi_{5A}) + M_p = 0, \\ -R_{E2}^n \cos \varphi_3 - R_{E1}^n \cos \varphi_4 + F_c = 0, \\ -R_{E2}^n \sin \varphi_3 - R_{E1}^n \sin \varphi_4 + N_p = 0, \end{cases} \quad (8)$$

или в матричном виде:

$$\begin{bmatrix} L_{2A} \sin(\varphi_4 - \varphi_{2A}) & L_2 \sin(\varphi_3 - \varphi_2) & 0 & 0 \\ L_{5A} \sin(\varphi_4 - \varphi_{5A}) & L_5 \sin(\varphi_5 - \varphi_3) & 0 & 1 \\ -\cos \varphi_4 & -\cos \varphi_3 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi_4 & -\sin \varphi_3 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_{E1}^n \\ R_{E2}^n \\ M_p \\ N_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -F_c \\ 0 \end{bmatrix}$$

Рассмотрим положения механизма, в которых значение определителя  $\Delta$  при  $R_{E1}^n, R_{E2}^n, M_p, N_p$  равно нулю:

$$\Delta = -L_2 \sin(\varphi_3 - \varphi_2) \cos \varphi_4 + L_{2A} \sin(\varphi_4 - \varphi_{2A}) \cos \varphi_3. \quad (9)$$

Из сравнения (3) и (8) видно, что они совпадают с точностью до  $L_3 L_4$ . Таким образом, положения, в которых действующие реакции кинематических пар становятся значительными, совпадают с особыми положениями механизма, то есть с положениями, в которых изменения выходных параметров в результате ничтожно малых изменений входного угла становятся крайне большими. Определим аналитическое соотношение между движущим моментом и силой полезного сопротивления через кинематические параметры механизма.  $R_B^n, R_D^n$  равны:

$$R_B^n = \frac{-L_2 \sin(\varphi_3 - \varphi_2) F_c}{\Delta} \quad \text{и} \quad R_D^n = \frac{-L_{2A} \sin(\varphi_4 - \varphi_{2A}) F_c}{\Delta}.$$

Из уравнений равновесия имеем:

$$R_{12}^x = -R_D^n \cos \varphi_3 - R_B^n \cos \varphi_4, \quad R_{12}^y = -R_D^n \sin \varphi_3 - R_B^n \sin \varphi_4,$$

тогда получим соотношение, связывающее  $M_D$  и  $F_c$ :

$$M_D = \frac{-L_2 \sin(\varphi_3 - \varphi_2) \sin(\varphi_1 - \varphi_4) + L_{2A} \sin(\varphi_4 - \varphi_{2A}) \sin(\varphi_1 - \varphi_3)}{L_2 \sin(\varphi_3 - \varphi_2) \cos \varphi_4 - L_{2A} \sin(\varphi_4 - \varphi_{2A}) \cos \varphi_3} \cdot L_1 F_c. \quad (10)$$

Из (10) видно, что для неособых положений механизма в случае реализации  $\sin(\varphi_1 - \varphi_3) = 0$  и  $\sin(\varphi_1 - \varphi_4) = 0$  - параллельности трех прямых, совпадающих с  $\overline{L_1}$ ,  $\overline{L_3}$  и  $\overline{L_4}$ , момент движущих сил на ведомый ползун не передается.

Вблизи особых положений реакции связей в результате ничтожно малого изменения входного параметра существенно увеличиваются и трудно осуществить движение механизма с сохранением теоретической точности. Когда механизм попадает в особое положение, определитель  $\Delta$  становится равным нулю, и по мере удаления от этого положения абсолютное значение  $\Delta$  увеличивается. Нормализуем функциональную часть определи-

теля и назовем полученное выражение показателем передачи заданного движения для рассматриваемого механизма, обозначим его  $\tau_1$ . По  $\tau_1$  будем давать оценку способности передачи движения в механизме:

$$\tau_1 = \frac{-L_2 \sin(\varphi_3 - \varphi_2) \cos \varphi_4 + L_{2A} \sin(\varphi_4 - \varphi_{2A}) \cos \varphi_3}{L_2 + L_{2A}}.$$

Показатель передачи движения  $\tau_1$  ( $-1 \leq \tau_1 \leq 1$ ) только в особых положениях становится равным нулю и перемена его знака означает, что механизм из одной сборки переходит в другую.

Примем теперь за ведущее звено ползун 5 и рассмотрим механизм III класса с изменяемым замкнутым контуром. Спроектируем систему векторных уравнений (1) на координатные оси ОХУ:

$$\begin{cases} L_1 \cos \varphi_1 + L_2 \cos \varphi_2 + L_3 \cos \varphi_3 = L_{0x} - L_{(CP)_x} - r, \\ L_1 \sin \varphi_1 + L_2 \sin \varphi_2 + L_3 \sin \varphi_3 = L_{0y} - L_{(CP)_y}, \\ L_1 \cos \varphi_1 + L_{2A} \cos \varphi_{2A} + L_4 \cos \varphi_4 = -L_{0x} - L_{(EP)_x} - r, \\ L_1 \sin \varphi_1 + L_{2A} \sin \varphi_{2A} + L_4 \sin \varphi_4 = L_{0y} - L_{(EP)_y}. \end{cases}$$

Теперь, если параметру «г» дать малую вариацию  $\delta r$ , получим:

$$\begin{cases} -L_1 \sin \varphi_1 \delta \varphi_1 - L_2 \sin \varphi_2 \delta \varphi_2 - L_3 \sin \varphi_3 \delta \varphi_3 = -\delta r, \\ L_1 \cos \varphi_1 \delta \varphi_1 + L_2 \cos \varphi_2 \delta \varphi_2 + L_3 \cos \varphi_3 \delta \varphi_3 = 0, \\ -L_1 \sin \varphi_1 \delta \varphi_1 - L_{2A} \sin \varphi_{2A} \delta \varphi_2 - L_4 \cos \varphi_4 \delta \varphi_4 = -\delta r, \\ L_1 \cos \varphi_1 \delta \varphi_1 + L_{2A} \cos \varphi_{2A} \delta \varphi_2 + L_4 \cos \varphi_4 \delta \varphi_4 = 0. \end{cases}$$

Полученные уравнения представляют собой систему линейных уравнений в отношении вариаций  $\delta \varphi_1$ ,  $\delta \varphi_2$ ,  $\delta \varphi_3$ ,  $\delta \varphi_4$ . Когда значение определителя

$$\Delta = \begin{vmatrix} -L_1 \sin \varphi_1 & -L_2 \sin \varphi_2 & -L_3 \sin \varphi_3 & 0 \\ L_1 \cos \varphi_1 & L_2 \cos \varphi_2 & L_3 \cos \varphi_3 & 0 \\ -L_1 \sin \varphi_1 & -L_{2A} \sin \varphi_{2A} & 0 & L_4 \sin \varphi_4 \\ L_1 \cos \varphi_1 & L_{2A} \cos \varphi_{2A} & 0 & L_4 \cos \varphi_4 \end{vmatrix} \quad (11)$$

не равно нулю, величина малых вариаций угловых смещений  $\delta \varphi_1$ ,  $\delta \varphi_2$ ,  $\delta \varphi_3$ ,  $\delta \varphi_4$  определяется конечным значением.

Вычислить величины малых вариаций угловых смещений  $\delta \varphi_1$ ,  $\delta \varphi_2$ ,  $\delta \varphi_3$ ,  $\delta \varphi_4$  с помощью системы уравнений можно в случае, когда абсолютное значение определителя (11) достаточно велико по сравнению с порядком  $O(\delta r)$  величины вариации  $\delta r$ , но когда это значение равносильно или меньше  $O(\delta r)$ , необходимо привлечение расчетных формул с учетом членов выше 2-го порядка малости. Во всяком случае, в этом положении угловое смещение в результате ничтожно малого изменения входного параметра «г» изменяется очень значительно и поэтому способность передачи заданного движения ухудшена.

Рассмотрим положения механизма, в которых  $\Delta$  равно нулю:

$$L_1 L_3 L_4 [L_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3) \sin(\varphi_1 - \varphi_4) - L_{2A} \sin(\varphi_1 - \varphi_3) \sin(\varphi_4 - \varphi_{2A})] = 0. \quad (12)$$

Значение (12) становится равным нулю в следующих случаях:

1. Случай реализации  $\sin(\varphi_2 - \varphi_3) = 0$  и  $\sin(\varphi_1 - \varphi_3) = 0$ , а именно, параллельности трех прямых, совпадающих с векторами  $\bar{L}_1, \bar{L}_2, \bar{L}_3$ .

2. Случай реализации  $\sin(\varphi_1 - \varphi_3) = 0$  и  $\sin(\varphi_4 - \varphi_{2A}) = 0$ , а именно, параллельности двух прямых, совпадающих с векторами  $\bar{L}_2, \bar{L}_3$  и двух прямых, совпадающих с векторами  $\bar{L}_{2A}, \bar{L}_4$  соответственно.

3. Случай реализации  $\sin(\varphi_1 - \varphi_4) = 0$  и  $\sin(\varphi_1 - \varphi_3) = 0$ , а именно, параллельности трех прямых, совпадающих с векторами  $\bar{L}_1, \bar{L}_3, \bar{L}_4$ .

4. Случай реализации  $\sin(\varphi_1 - \varphi_4) = 0$  и  $\sin(\varphi_4 - \varphi_{2A}) = 0$ , а именно, параллельности трех прямых, совпадающих с векторами  $\bar{L}_1, \bar{L}_2, \bar{L}_3$ .

5. Случай реализации  $L_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3) \sin(\varphi_1 - \varphi_4) = -L_{2A} \sin(\varphi_1 - \varphi_3) \sin(\varphi_4 - \varphi_{2A}) = 0$ .

Рассмотрим условие передачи сил в зависимости от положения звеньев механизма. Для наглядности считаем, что механизм состоит из жестких безмассовых звеньев и нагружен лишь движущей силой  $F_D$ , приложенной к ползуну 5, и моментом полезного сопротивления  $M_C$ , приложенным к звену 1. Условия равновесия для звеньев запишутся в виде:

звено 1:  $R_{01}^x + R_{21}^x = 0, \quad R_{01}^y + R_{21}^y = 0, \quad -R_{21}^x L_1 \sin \varphi_1 + R_{21}^y L_1 \cos \varphi_1 + M_D = 0;$

звено 5: 
$$\begin{cases} R_{35}^x + R_{45}^x + F_D = 0, & R_{35}^y + R_{45}^y + N_p = 0, \\ -R_{35}^x L_5 \sin \varphi_5 + R_{35}^y L_5 \cos \varphi_5 - R_{45}^x L_{5A} \sin \varphi_{5A} + R_{45}^y L_{5A} \cos \varphi_{5A} + M_p = 0. \end{cases}$$

Условия равновесия звеньев 2, 3, 4 не отличаются от условий равновесия, рассмотренных ранее. Рассуждая по алгоритму, изложенному для аналогичного механизма с ведущим звеном 1, система уравнений равновесия преобразуется в следующую систему уравнений:

$$\begin{bmatrix} L_{2A} \sin(\varphi_4 - \varphi_{2A}) & -L_2 \sin(\varphi_3 - \varphi_2) & 0 & 0 \\ L_{5A} \sin(\varphi_4 - \varphi_{5A}) & -L_5 \sin(\varphi_5 - \varphi_3) & 0 & 1 \\ L_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_4) & L_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_3) & 0 & 0 \\ -\sin \varphi_4 & -\sin \varphi_3 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_B^n \\ R_D^n \\ M_p \\ N_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -M_c \\ 0 \end{bmatrix}$$

Рассмотрим положения механизма, в которых значение определителя коэффициентов  $\Delta$  при неизвестных  $R_B^n, R_D^n, M_p, N_p$  равно нулю:

$$\Delta = L_1 [-L_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3) \sin(\varphi_1 - \varphi_4) + L_{2A} \sin(\varphi_1 - \varphi_3) \sin(\varphi_4 - \varphi_{2A})] = 0. \quad (13)$$

Из сравнения (12) и (13) видно, что они совпадают с точностью до  $L_3 L_4$ . Таким образом, положения, в которых действующие реакции кинематических пар становятся довольно большими, совпадают с особыми положениями механизма, то есть с положениями, в которых изменение выходных параметров в результате ничтожно малых изменений входного угла становятся крайне большими. Определим аналитическое соотношение между движущей силой и моментом полезного сопротивления через кинематические параметры механизма.  $R_B^n, R_D^n$  равны:

$$R_B^n = \frac{L_2 \sin(\varphi_3 - \varphi_2) M_c}{\Delta} \quad \text{и} \quad R_D^n = \frac{L_{2A} \sin(\varphi_4 - \varphi_{2A}) M_c}{\Delta}.$$



Тогда из равновесия звена 5 получим соотношение, связывающее  $F_D$  и  $M_C$ :

$$F_D = \frac{L_2 \sin(\varphi_3 - \varphi_2) \cos \varphi_4 + L_{2A} \sin(\varphi_4 - \varphi_{2A}) \cos \varphi_3}{-L_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3) \sin(\varphi_1 - \varphi_4) + L_{2A} \sin(\varphi_1 - \varphi_3) \sin(\varphi_4 - \varphi_{2A})} \cdot \frac{M_c}{L_1}. \quad (14)$$

Из (14) видно, что для неособых положений механизма в случае реализации  $\sin(\varphi_3 - \varphi_2) = 0$  и  $\cos \varphi_3$  - перпендикулярности прямых, совпадающих с векторами  $\bar{L}_2, \bar{L}_3$  направляющей ползуна 5, или же в случае реализации  $\sin(\varphi_4 - \varphi_{2A}) = 0$  и  $\cos \varphi_4 = 0$  - перпендикулярности прямых, совпадающих с векторами  $\bar{L}_{2A}, \bar{L}_4$  направляющей ползуна 5, движущая сила на ведомое звено 1 не передается. Нормализуем функциональную часть определителя, и назовем полученное выражение показателем передачи заданного движения для рассматриваемого механизма, обозначим его  $\tau_2$ . По этому показателю будем давать оценку способности передачи движения в механизме:

$$\tau_2 = \frac{-L_2 \sin(\varphi_3 - \varphi_2) \cos(\varphi_1 - \varphi_4) + L_{2A} \sin(\varphi_1 - \varphi_3) \sin(\varphi_4 - \varphi_{2A})}{L_2 + L_{2A}}.$$

Как видно из приведенного кинематического и силового анализа рассматриваемых механизмов, существует прямая связь между кинематическими и силовыми параметрами рассмотренного механизма. Эта связь основана на том, что выражения матрицы коэффициентов для векторных уравнений замкнутости механизма при вариации обобщенной координаты и выражения матрицы коэффициентов уравнений равновесия механизма совпадают с точностью до множителя. Это подтверждает выводы работ [1,3].

#### Список литературы

1. Муратов А.М. Особенности передачи сил и движения между звеньями плоских рычажных механизмов и возможности использования их при синтезе схемы механизма // Теория механизмов и машин / А.М. Муратов, М.С.Сарыпбеков, Л.В. Моргун. - Алма-Ата: Изд-во КазГУ, 1985. - С.63-70.
2. Темирбеков Е.С. Анализ и синтез механизмов III класса с изменяемым замкнутым контуром: Дис. ... канд. техн. наук. - Алма-Ата, 1986.
3. Молдабеков М. Аналитические методы анализа и синтеза, автоматизированное проектирование механизмов и манипуляционных устройств высоких классов: Дис. ... д-ра техн. наук. - Алма-Ата, 1989.

Получено 03.01.07

**КУТТЫКТАЙМЫЗ!  
ПОЗДРАВЛЯЕМ!**

**60**

*жас  
лет*



**КУЗЬМИНЫХ**

**ВИТАЛИЯ АЛЕКСАНДРОВИЧА,**

кандидата физико-математических наук,  
доцента кафедры промышленной энергетике

**ЗДОРОВЬЯ, СЧАСТЬЯ, УСПЕХОВ, ДОРОГОЙ ЮБИЛАР!**



**МЕРЕЙТОЙ ИЕСІНЕ МЫКТЫ ДЕНСАУЛЫК, ТАУСЫЛМАС ВАКЫТ,  
ТВОРЧЕСТВОЛЫК ТАБЫС ТІЛЕЙМІЗ!**



