



УДК 537.1

Томилин А.К.

ВКГТУ, г. Усть-Каменогорск

Смагулов А.Е.

КТЛ, г. Усть-Каменогорск

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТА ПРОДОЛЬНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

В монографии Г.В. Николаева [1] и других публикациях этого автора приведены разработки принципа теории, показывающей, что при определенных условиях возникает магнитная сила, действующая по направлению тока или против него. Приведено довольно много экспериментов, подтверждающих эту теорию. Два интересных эксперимента проведены А.К. Томилиным и Г.Е. Асылкановым [2]. Созданы технические устройства, принцип действия которых подтверждает эту теорию [3-4]. Имеются серьезные основания полагать, что электродинамика Максвелла является неполной. Это принципиально новый взгляд на электродинамику, поскольку теория, созданная Ампером, Лоренцем, Фарадеем, Максвеллом оперирует только электромагнитными силами поперечного к току направления. Этой же проблеме посвящена статья А.К. Томилиной и Т.Н. Колесниковой [5], где в нескольких конкретных случаях проведены теоретические расчеты новой составляющей магнитного поля, так называемого «скалярного магнитного поля», вызывающего возникновение продольной магнитной силы.

Цель данной работы – предложить новый достаточно простой и однозначный эксперимент, который мог бы служить в качестве демонстрации при обнаружении продольной магнитной силы и позволил бы экспериментально определить значение напряженности «скалярного магнитного поля».

Как следует из вышеназванных публикаций, «скалярное магнитное поле» создается токами конечной длины. Бесконечные прямолинейные токи или замкнутые токовые контуры создают только обычное магнитное поле. Однако в некоторых случаях при помощи комбинации нескольких токовых контуров можно создать скалярное магнитное поле.

Объемная плотность продольной магнитной силы, возникающей при взаимодействии тока плотности \vec{j} с новой составляющей магнитного поля, напряженность которого характеризуется скалярной функцией $H^*(x, y, z)$, предлагается [5] находить по формуле

$$\vec{F}^* = \mu\mu_0\vec{j}H^*, \quad (1)$$

где μ_0 – магнитная постоянная, μ – магнитная проницаемость среды.

Заметим, что размерность функции $H^*(x, y, z)$ такая же, как и напряженности обычного магнитного поля: А/м. Можно ввести и скалярную функцию $B^*(x, y, z)$, размерность которой совпадает с Тесла (Тл). Возможно впоследствии для этих величин будут введены специальные единицы измерения, чтобы отличать их от величин, характеризующих обычное магнитное поле.

Изложим суть нового эксперимента. В Ш-образную стеклянную трубку, заливается

электропроводная жидкость – ртуть. Поверх ртути в каждую из вертикальных трубок заливается строго одинаковое количество воды. Это делается для того, чтобы предотвратить испарение ртути. В каждое отверстие трубки вводится стальной электрод. Средний электрод соединяется с положительным полюсом источника постоянного тока, а крайние подводятся к отрицательному полюсу. Плоские прямоугольные магниты устанавливаются в плоскости горизонтальной части трубки симметрично относительно ее середины (рис. 1). При проведении эксперимента использовались постоянные магниты, изготовленные из сплава «железо-неодим-бор», создающего довольно сильное магнитное поле.

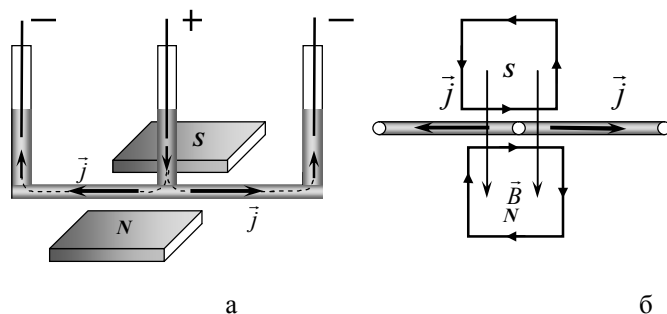


Рис. 1

До замыкания электрической цепи мениски ртути во всех вертикальных трубках находятся на одинаковом уровне. При замыкании цепи уровень ртути в вертикальных трубках сосуда изменяется (фото 1). В случае расположения магнитов (рис. 1, б), в правой трубке мениск поднимается, а в левой – опускается. Если изменить полярность всех электродов на противоположную при том же расположении магнитов наблюдается обратный эффект.

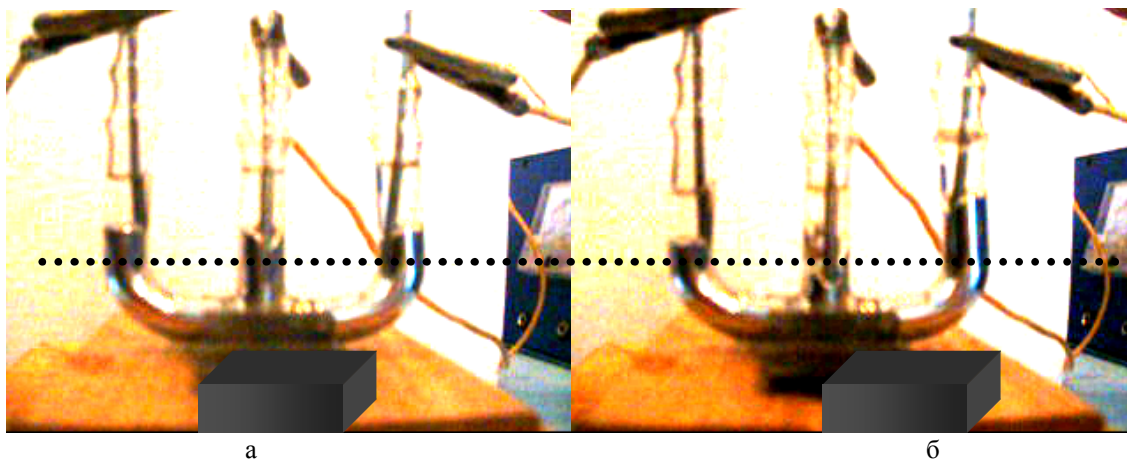


Фото 1

Попытаемся объяснить этот эффект действием обычной поперечной силы Ампера на ртуть в горизонтальной трубке. Действительно, такая сила возникает за счет взаимодействия вертикальной составляющей тока (она имеется в основании средней вертикальной трубки) с горизонтальной составляющей магнитной индукции. Горизонтальная составляющая вектора \vec{B} изображена на рис. 1, б с учетом направления токов, моделирующих

магниты. В таком случае сила Ампера направлена в левую сторону, что должно привести к поднятию ртути в левой трубке и опусканию – в правой. В эксперименте же при расположении магнитов, как указано на рис. 1, б, наблюдается противоположный эффект (рис. 2).

Следовательно, объяснить результат опыта, оперируя только обычной поперечной силой Ампера невозможно. Следует сделать однозначный вывод о проявлении продольной электромагнитной силы. Причем на левом участке горизонтальной трубки сила направлена против тока, а на правом – по току.

В статье [6] рассмотрена система двух одинаковых токовых контуров, расположенных в одной плоскости (рис. 3). Именно такая магнитостатическая система моделирует поле, созданное в описанном эксперименте. В этой статье теоретически показано, что в областях, выделенных окружностями, создается скалярное магнитное поле. Причем в правой области функция H^* имеет положительный знак, а в левой – отрицательный. Следовательно, в соответствии с формулой (1) в левой части горизонтальной трубки сила \vec{F}^* направлена против тока, в правой – по току. Этот вывод соответствует результату эксперимента.

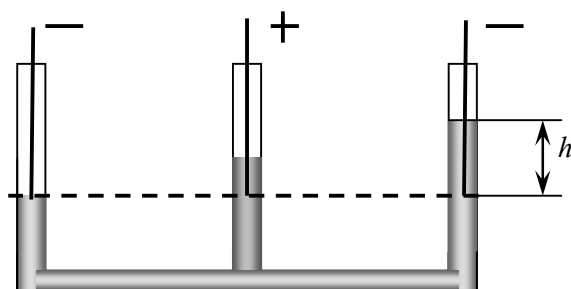


Рис. 2

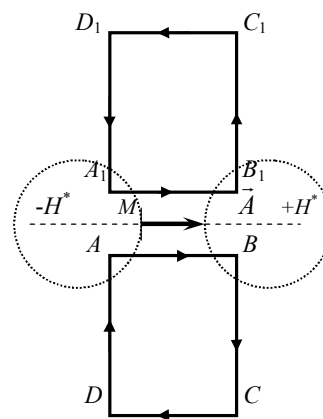


Рис. 3

Данный эксперимент можно использовать для оценки величины напряженности скалярного магнитного поля H^* (рис. 2). Измерив разность высот ртути в крайних трубках ($h = 0,01$ м) не трудно определить объем $V_p = Sh$ поднятого столба жидкости, а затем и силу тяжести $\rho g V_p$ находящейся в нем ртути. Ее следует приравнять продольной магнитной силе, действующей на объем ртути V' :

$$\mu\mu_0 j H^* V' = \rho g V_p. \quad (2)$$

Так как $V' = Sl'$, где S – площадь поперечного сечения трубки (в проведенном эксперименте $S = 5 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2$), l' – расстояние, на котором действует скалярное магнитное поле. Поскольку действующее скалярное магнитное поле неоднородно, это расстояние можно определить лишь оценочно. В проведенном эксперименте принято $l' = 0,025$ м.

Из формулы (2) получим:

$$H^* = \frac{\rho g S h}{\mu \mu_0 J'}, \quad (3)$$

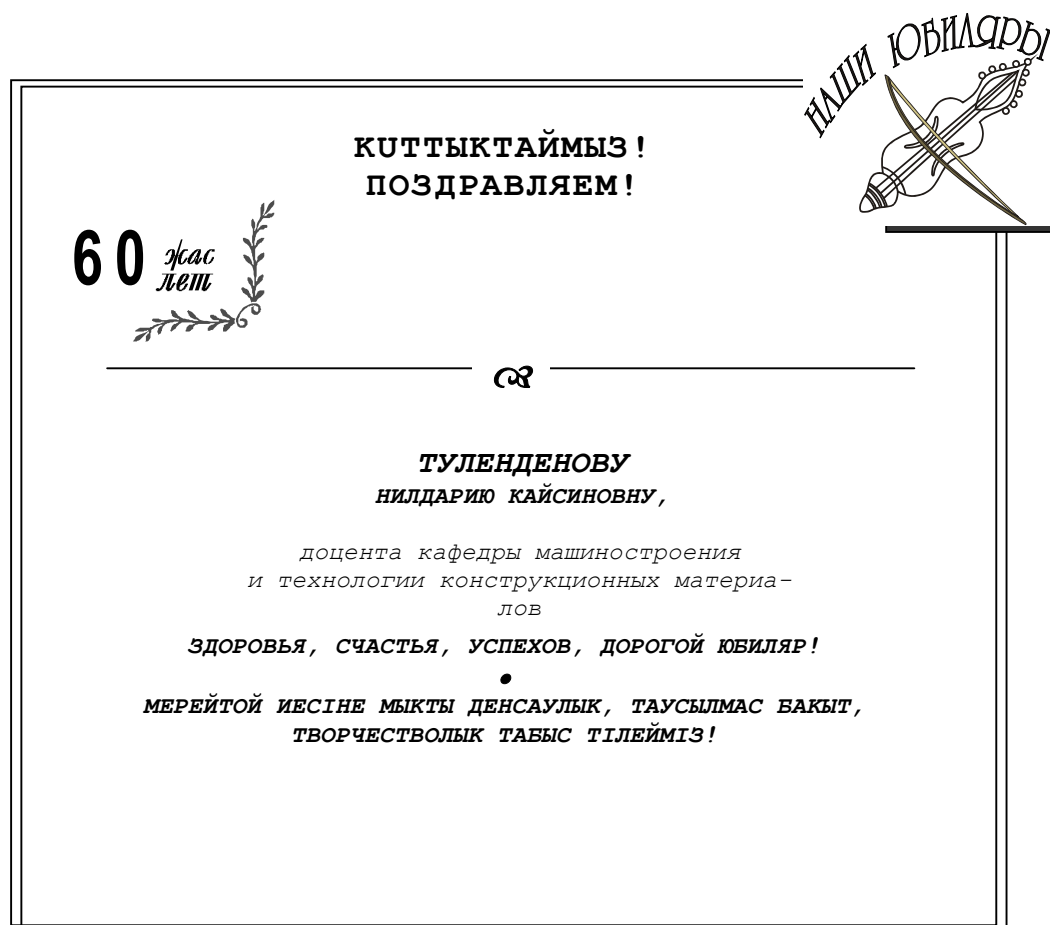
где $J = jS$ – сила тока, пропускаемого в ртути ($J = 2_A$).

Проведенные оценочные расчеты привели к результату: $H^* = 1,06 \cdot 10^6$ А/м, что соответствует магнитной индукции $B^* = 1,25$ Тл.

Список литературы

1. Николаев Г.В. Непротиворечивая электродинамика /Теория, эксперименты, парадоксы.- Томск: НТЛ, 1997.
2. Томилин А.К. Эксперименты по обнаружению продольной магнитной силы/ А.К. Томилин, Г.Е. Асылканов // Вестник ВКГТУ. - 2004. - № 2. - Усть-Каменогорск, 2004. - С. 115-120.
3. Томилин А.К. Проект электродвигателя нового типа: Материалы 1 МНТК «Энергетика, экология, энергосбережение», 2-4 июня 2005 г. - Усть-Каменогорск. - С. 272-273.
4. Томилин А.К. Проект генератора с использованием продольного электромагнитного взаимодействия / А.К. Томилин, О.В. Тупицин, М.М. Степанов: Материалы Респ. СНТК «Студент и наука: творчество, инновации и перспективы», 19-21 апреля 2005 г. - Ч.З. - Усть-Каменогорск. - С. 218-220.
5. Томилин А.К. О проблеме магнитостатического взаимодействия/ А.К. Томилин, Т.Н. Колесникова // Региональный вестник Востока. - 2001. - № 3. - Усть-Каменогорск: ВКГУ, 2001. - С. 21-26.
6. Томилин А.К. Особенности колебаний точечного заряда в магнитном поле/А.К. Томилин, Е.В. Прокопенко/ Вестник ВКГТУ. - 2006. - № 1. - Усть-Каменогорск, 2006.- С. 93-100.

Получено 15.05.06.





УДК 539.3

В.Н.Украинец

ПГУ им. С. Торайгырова, г. Павлодар

**О РАСЧЁТЕ НЕПОДКРЕПЛЁННОГО ТОННЕЛЯ МЕЛКОГО ЗАЛОЖЕНИЯ
ПРИ ДЕЙСТВИИ СТАЦИОНАРНОЙ ПОДВИЖНОЙ НАГРУЗКИ**

Используя для исследований модельный подход, представим тоннель как бесконечную круговую цилиндрическую полость радиуса R , расположенную в упругом, однородном и изотропном полупространстве с параметрами Ламе λ , μ и плотностью ρ . Пусть в декартовой системе координат ось Z совпадает с осью полости, параллельной свободной от нагрузок плоской границе полупространства, а ось X перпендикулярна к этой границе: $x \leq h$, где h – расстояние от оси полости до границы полупространства (земной поверхности).

В направлении оси полости по её поверхности движется с постоянной скоростью c нагрузка P :

$$\sigma_{rj}|_{r=R} = P_j(\theta, \eta), \quad j = r, \theta, \eta, \quad (1)$$

где σ_{rj} – компоненты тензора напряжений в среде, $P_j(\theta, \eta)$ – составляющие интенсивности подвижной нагрузки P в подвижной цилиндрической системе координат $(r, \theta, \eta = z - ct)$.

Так как граница полупространства свободна от нагрузок, то при $x = h$

$$\sigma_{xx} = \sigma_{xy} = \sigma_{x\eta} = 0. \quad (2)$$

Движение полупространства описывается динамическими уравнениями теории упругости:

$$\left(\frac{1}{M_P^2} - \frac{1}{M_S^2} \right) \text{grad div } u + \frac{1}{M_S^2} \nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2}, \quad (3)$$

где u – вектор смещения упругой среды; $M_P = c/c_P$, $M_S = c/c_S$ – числа Маха; $c_P = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$, $c_S = \sqrt{\mu/\rho}$ – скорости распространения волн расширения – сжатия и сдвига в среде.

Преобразуем уравнение (3), выразив вектор смещения упругой среды через потенциалы Ламе [1]:

$$u = \text{grad} \varphi_1 + \text{rot} \psi. \quad (4)$$

Потенциал ψ можно представить в виде:

$$\psi = \varphi_2 e_\eta + \text{rot}(\varphi_3 e_\eta),$$

где e_η – орт оси η .

Из (3) и (4) следует, что потенциалы φ_j удовлетворяют видоизменённым волновым уравнениям:

$$\nabla^2 \varphi_j = M_j^2 \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial \eta^2}, \quad j=1,2,3, \quad (5)$$

где $M_1 = M_P$, $M_2 = M_3 = M_S$.

Применив к (5) преобразование Фурье по η , находим:

$$\nabla_2^2 \varphi_j^* - m_j^2 \xi^2 \varphi_j^* = 0, \quad j=1,2,3, \quad (6)$$

где ∇_2^2 – двумерный оператор Лапласа, $m_j^2 = 1 - M_j^2$, $m_1 \equiv m_P$, $m_2 = m_3 \equiv m_S$,

$$\varphi_j^*(r, \theta, \xi) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_j(r, \theta, \eta) e^{-i\xi\eta} d\eta.$$

Выразив компоненты напряжённо-деформированного состояния среды через потенциалы Ламе и применив преобразование Фурье по η , можно получить выражения для трансформант напряжений σ_{ij}^* и перемещений u_i^* в декартовой ($i=x,y,\eta$, $j=x,y,\eta$) и цилиндрической ($i=r,\theta,\eta$, $j=r,\theta,\eta$) системах координат как функции от φ_j^* .

Предположим, что скорость нагрузки меньше скорости распространения волн сдвига в окружающей полости среде («дозвуковой» случай). В этом случае $M_S < 1$ ($m_2 = m_3 = m_S > 0$) и решения уравнений (6) можно представить в виде

$$\varphi_j^* = \Phi_j^{(1)} + \Phi_j^{(2)}, \quad (7)$$

$$\text{где } \Phi_j^{(1)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nj} K_n(k_j r) e^{in\theta}, \quad \Phi_j^{(2)} = \int_{-\infty}^{\infty} g_j(\xi, \eta) \exp\left(iy\xi + (x-h)\sqrt{\xi^2 + k_j^2}\right) d\xi.$$

здесь $K_n(k_j r)$ – функции Макдональда, $k_j = m_j \xi$; $g_j(\xi, \eta)$, a_{nj} – неизвестные функции и коэффициенты, подлежащие определению.

Как показано в [2], представление потенциалов в форме (7) приводит к следующим выражениям для трансформант потенциалов в декартовой системе координат:

$$\varphi_j^* = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{e^{-xf_j}}{2f_j} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nj} \Phi_{nj} + g_j(\xi, \zeta) e^{(x-h)f_j} \right] e^{iy\zeta} d\zeta, \quad (8)$$

$$\text{где } f_j = \sqrt{\zeta^2 + k_j^2}, \quad \Phi_{nj} = \left(\frac{\zeta + f_j}{k_j} \right)^n, \quad j=1,2,3.$$

Воспользуемся переписанными для трансформант граничными условиями (2) с учётом (8). Выделяя коэффициенты при $e^{iy\zeta}$ и приравнявая, в силу произвольности y , их нулю, получим систему трёх уравнений, из которой выражаем $g_j(\xi, \zeta)$ через коэффициенты a_{nj} :

$$g_j(\xi, \zeta) = \sum_{k=1}^3 \frac{\Delta_{jk}}{\Delta} e^{-hf_k} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nk} \Phi_{nk}, \quad (9)$$

$$\text{где } \Delta = (2\rho_0^2 - \beta^2)^2 - 4\rho_0^2 \sqrt{\rho_0^2 - \alpha^2} \sqrt{\rho_0^2 - \beta^2},$$

$$\begin{aligned} \Delta_{11} &= \frac{\Delta}{2\sqrt{\rho_0^2 - \alpha^2}} - \frac{(2\rho_0^2 - \beta^2)^2}{\sqrt{\rho_0^2 - \alpha^2}}, \Delta_{12} = -2\zeta(2\rho_0^2 - \beta^2), \Delta_{13} = 2\zeta(2\rho_0^2 - \beta^2)\sqrt{\rho_0^2 - \beta^2}, \\ \Delta_{21} &= -\frac{M_S^2}{m_S^2} \Delta_{12}, \quad \Delta_{22} = -\frac{\Delta^*}{2\sqrt{\rho_0^2 - \beta^2}}, \quad \Delta_{23} = -4\zeta\zeta \frac{M_S^2}{m_S^2} \sqrt{\rho_0^2 - \alpha^2} \sqrt{\rho_0^2 - \beta^2}, \\ \Delta_{31} &= -\frac{\Delta_{13}}{m_S^2 \zeta^2}, \quad \Delta_{32} = \frac{\Delta_{23}}{\beta^2}, \quad \Delta_{33} = -\frac{\Delta^*}{2\sqrt{\rho_0^2 - \beta^2}} + \frac{(2\rho_0^2 - \beta^2)^2}{\sqrt{\rho_0^2 - \beta^2}}, \\ \alpha &= M_P \zeta, \quad \beta = M_S \zeta, \quad \rho_0^2 = \zeta^2 + \zeta^2, \quad \Delta^* = (2\rho_0^2 - \beta^2)^2 - 4\rho_0^2 \sqrt{\rho_0^2 - \alpha^2} \sqrt{\rho_0^2 - \beta^2} \\ \rho_0^{2*} &= \zeta^2 + (2/m_S^2 - 1)\zeta^2. \end{aligned}$$

Заметим, что $\Delta(\rho_0)$ – определитель (функция) Релея, который, как хорошо известно, имеет два действительных корня: $\pm \rho_R = \pm \xi M_R$. Здесь $M_R = c/c_R$ – число Маха, c_R – скорость поверхностной волны Релея ($c_R < c_S$) в упругом полупространстве. Поскольку соответствующие $\pm \zeta_R = \pm \xi \sqrt{M_R^2 - 1}$, то $\Delta(\rho_0)$ не обращается в ноль на действительной оси, если $M_R < 1$ или $c < c_R$ (дорелеевские скорости). В этом случае условия существования преобразования Фурье выполняются, и для вычислений интегралов (8) можно воспользоваться одним из численных методов интегрирования, предварительно определив коэффициенты a_{nj} .

Для дорелеевской скорости движущейся нагрузки соотношения (8) с учетом (9) переписываются в виде

$$\varphi_j^* = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{e^{-xf_j}}{2f_j} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nj} \Phi_{nj} + e^{(x-h)f_j} \sum_{k=1}^3 \frac{\Delta_{jk}}{\Delta} e^{-hf_k} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nk} \Phi_{nk} \right] e^{iy\zeta} d\zeta. \quad (10)$$

Подставляя (10) в выражения для трансформант перемещений и напряжений в декартовых координатах, получим:

$$\begin{aligned} u_l^* &= \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^3 \left(T_{lj}^{(1)} F_{nj}^{(1)} + T_{lj}^{(2)} F_{nj}^{(2)} \right) e^{iy\zeta} d\zeta, \\ \frac{\sigma_{lm}^*}{\mu} &= \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^3 \left(S_{lmj}^{(1)} F_{nj}^{(1)} + S_{lmj}^{(2)} F_{nj}^{(2)} \right) e^{iy\zeta} d\zeta, \end{aligned} \quad (11)$$

где $l = x, y, \eta$, $m = x, y, \eta$.

$$\begin{aligned} F_{nj}^{(1)} &= \frac{e^{-xf_j}}{2f_j} \sum_n a_{nj} \Phi_{nj}, \quad F_{nj}^{(2)} = e^{(x-h)f_j} \sum_{k=1}^3 \frac{\Delta_{jk}}{\Delta} e^{-hf_k} \sum_n a_{nk} \Phi_{nk}, \\ T_{x1}^{(1)} &= -T_{x1}^{(2)} = -f_1, \quad T_{x2}^{(1)} = T_{x2}^{(2)} = -\zeta, \quad T_{x3}^{(1)} = -T_{x3}^{(2)} = f_3 \zeta, \\ T_{y1}^{(1)} &= T_{y1}^{(2)} = i\zeta, \quad T_{y2}^{(1)} = -T_{y2}^{(2)} = if_2, \quad T_{y3}^{(1)} = T_{y3}^{(2)} = -i\xi\zeta, \\ T_{\eta 1}^{(1)} &= T_{\eta 1}^{(2)} = i\zeta, \quad T_{\eta 2}^{(1)} = T_{\eta 2}^{(2)} = 0, \quad T_{\eta 3}^{(1)} = T_{\eta 3}^{(2)} = -im_S^2 \zeta^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{xx1}^{(1)} = S_{xx1}^{(2)} = n_2 + 2(f_1^2 - \zeta^2 m_P^2), \quad S_{xx2}^{(1)} = -S_{xx2}^{(2)} = 2\zeta f_2, \quad S_{xx3}^{(1)} = S_{xx3}^{(2)} = -2f_3^2 \xi, \\ S_{yy1}^{(1)} = S_{yy1}^{(2)} = n_2 - 2(\zeta^2 + \xi^2 m_P^2), \quad S_{yy2}^{(1)} = -S_{yy2}^{(2)} = -2f_2 \zeta, \quad S_{yy3}^{(1)} = S_{yy3}^{(2)} = 2\zeta \xi^2, \\ S_{\eta\eta 1}^{(1)} = S_{\eta\eta 1}^{(2)} = n_2 - 2n_1, \quad S_{\eta\eta 2}^{(1)} = S_{\eta\eta 2}^{(2)} = 0, \quad S_{\eta\eta 3}^{(1)} = S_{\eta\eta 3}^{(2)} = 2m_S^2 \xi^3, \\ S_{xy1}^{(1)} = -S_{xy1}^{(2)} = -2f_1 \zeta i, \quad S_{xy2}^{(1)} = S_{xy2}^{(2)} = -(f_2^2 + \zeta^2)i, \quad S_{xy3}^{(1)} = -S_{xy3}^{(2)} = 2f_3 i \xi \zeta, \\ S_{\eta y 1}^{(1)} = S_{\eta y 1}^{(2)} = -2\xi \zeta, \quad S_{\eta y 2}^{(1)} = -S_{\eta y 2}^{(2)} = -\xi f_2, \quad S_{\eta y 3}^{(1)} = S_{\eta y 3}^{(2)} = n_2 \zeta, \\ S_{x\eta 1}^{(1)} = -S_{x\eta 1}^{(2)} = -2f_1 i \xi, \quad S_{x\eta 2}^{(1)} = S_{x\eta 2}^{(2)} = -\xi \zeta i, \quad S_{x\eta 3}^{(1)} = -S_{x\eta 3}^{(2)} = n_2 f_3 i, \\ n_1 = (1 + m_P^2)\xi^2, \quad n_2 = (1 + m_S^2)\xi^2. \end{aligned}$$

Представим ϕ_j^* в цилиндрической системе координат. Воспользовавшись разложением $e^{ikr \cos \theta} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(kr) e^{in\theta}$, находим, что

$$\exp\left(iy\zeta + (x-h)\sqrt{\zeta^2 + k^2}\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n(kr) e^{in\theta} \left(\frac{\zeta + \sqrt{\zeta^2 + k^2}}{k}\right)^n e^{-h\sqrt{\zeta^2 + k^2}}.$$

Тогда:

$$\phi_j^* = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(a_{nj} K_n(k_j r) + I_n(k_j r) \int_{-\infty}^{\infty} g_j(\xi, \zeta) \Phi_{nj} e^{-hf_j} d\zeta \right) e^{in\theta}.$$

Используя (9), последнее выражение можно представить в виде

$$\phi_j^* = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (a_{nj} K_n(k_j r) + b_{nj} I_n(k_j r)) e^{in\theta}, \quad (12)$$

$$\text{где } b_{nj} = \sum_{k=1}^3 \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_{mk} A_{nj}^{mk}, \quad A_{nj}^{mk} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Delta_{jk}}{\Delta} \Phi_{mk} \Phi_{nj} e^{-h(f_k + f_j)} d\zeta.$$

Подставляя (12) в выражения для трансформант НДС среды в цилиндрических координатах, получим:

$$u_l^* = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^3 \left[T_{lj}^{(1)} (K_n(k_j r)) a_{nj} + T_{lj}^{(2)} (I_n(k_j r)) b_{nj} \right] e^{in\theta}, \quad (13)$$

$$\frac{\sigma_{lm}^*}{\mu} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^3 \left[S_{lmj}^{(1)} (K_n(k_j r)) a_{nj} + S_{lmj}^{(2)} (I_n(k_j r)) b_{nj} \right] e^{in\theta},$$

$$l = r, \theta, \eta, \quad m = r, \theta, \eta.$$

$$\text{Здесь } T_{r1}^{(1)} = k_1 K_n'(k_1 r), \quad T_{r2}^{(1)} = -\frac{n}{r} K_n(k_2 r), \quad T_{r3}^{(1)} = -\xi k_3 K_n'(k_3 r);$$

$$T_{\theta 1}^{(1)} = \frac{n}{r} K_n(k_1 r) \cdot i, \quad T_{\theta 2}^{(1)} = -k_2 K_n'(k_2 r) \cdot i, \quad T_{\theta 3}^{(1)} = -\frac{n}{r} \xi K_n(k_3 r) \cdot i;$$

$$T_{\eta 1}^{(1)} = \xi K_n(k_1 r) \cdot i, \quad T_{\eta 2}^{(1)} = 0, \quad T_{\eta 3}^{(1)} = -k_3^2 K_n(k_3 r) \cdot i;$$

$$\begin{aligned}
 S_{rr1}^{(1)} &= 2 \left(k_1^2 + \frac{n^2}{r^2} - \frac{\lambda M_P^2 \xi^2}{2\mu} \right) K_n(k_1 r) - \frac{2k_1 K_n'(k_1 r)}{r}, \\
 S_{rr2}^{(1)} &= \frac{2n}{r^2} K_n(k_2 r) - \frac{2k_2 K_n'(k_2 r)}{r}, \\
 S_{rr3}^{(1)} &= -2\xi \left(k_3^2 + \frac{n^2}{r^2} \right) K_n(k_3 r) + \frac{2\xi k_3 K_n'(k_3 r)}{r}, \\
 S_{\theta\theta 1}^{(1)} &= -2 \left(\frac{n^2}{r^2} + \frac{\lambda M_P^2 \xi^2}{2\mu} \right) K_n(k_1 r) + \frac{2k_1 K_n'(k_1 r)}{r}, \\
 S_{\theta\theta 2}^{(1)} &= -\frac{2n K_n(k_2 r)}{r^2} + \frac{2n k_2 K_n'(k_2 r)}{r}, \quad S_{\theta\theta 3}^{(1)} = \frac{2\xi n^2 K_n(k_3 r)}{r^2} - \frac{2\xi k_3 K_n'(k_3 r)}{r}, \\
 S_{\eta\eta 1}^{(1)} &= -2\xi^2 \left(\frac{1 + \lambda M_P^2}{2\mu} \right) K_n(k_1 r), \quad S_{\eta\eta 2}^{(1)} = 0, \quad S_{\eta\eta 3}^{(1)} = 2m_3^2 \xi^3 K_n(k_3 r); \\
 S_{r\theta 1}^{(1)} &= \left(-\frac{2n K_n(k_1 r)}{r^2} + \frac{2n k_1 K_n'(k_1 r)}{r} \right) \cdot i, \\
 S_{r\theta 2}^{(1)} &= \left(-\left(k_2^2 + \frac{2n^2}{r^2} \right) K_n(k_2 r) + \frac{2k_2 K_n'(k_2 r)}{r} \right) \cdot i, \\
 S_{r\theta 3}^{(1)} &= \left(\frac{2n \xi K_n(k_3 r)}{r^2} - \frac{2n \xi k_3 K_n'(k_3 r)}{r} \right) \cdot i; \\
 S_{\theta\eta 1}^{(1)} &= -\frac{2n \xi K_n(k_1 r)}{r}, \quad S_{\theta\eta 2}^{(1)} = \xi k_2 K_n'(k_2 r), \quad S_{\theta\eta 3}^{(1)} = \frac{n \xi^2 (1 + m_3^2) K_n(k_3 r)}{r}, \\
 S_{r\eta 1}^{(1)} &= 2\xi k_1 K_n'(k_1 r) \cdot i, \quad S_{r\eta 2}^{(1)} = -\frac{\xi n K_n(k_2 r)}{r} \cdot i, \quad S_{r\eta 3}^{(1)} = -\xi^2 k_3 (1 + m_3^2) K_n'(k_3 r) \cdot i; \\
 K_n'(kr) &= \frac{dK_n(kr)}{d(kr)}; \quad T_{lj}^{(2)}, S_{lmj}^{(2)} \text{ получаются из } T_{lj}^{(1)}, S_{lmj}^{(1)} \text{ заменой } K_n(k_j r) \text{ на } I_n(k_j r).
 \end{aligned}$$

Для определения коэффициентов a_{nj} воспользуемся граничными условиями (1), представив их в виде

$$\sigma_{rj}^* \Big|_{r=R} = P_j^*(\theta, \xi), \quad j = r, \theta, \eta, \quad (14)$$

где $P_j^*(\theta, \xi) = p_j(\theta) p_j^*(\xi)$, $p_j(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} P_{nj} e^{in\theta}$, $p_j^*(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} p_j(\eta) e^{-i\xi\eta} d\eta$, $j = r, \theta, \eta$.

Подставляя в (14) соответствующие выражения из (13) и приравнивая коэффициенты рядов Фурье-Бесселя при $e^{in\theta}$, получим бесконечную систему линейных алгебраических уравнений с определителем нормального типа:

$$\mu \sum_{j=1}^3 \left[S_{rmj}^{(1)} (K_n(k_j R)) a_{nj} + S_{rmj}^{(2)} (I_n(k_j R)) b_{nj} \right] = P_{nm} p_m^*(\xi), \quad (15)$$

$$m = r, \theta, \eta; \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

После определения коэффициентов a_{nj} , применяя к (11) и (13) обратное преобразование Фурье, можно вычислить компоненты НДС полупространства в декартовой и цилиндрической системах координат. Окончательное решение будет зависеть от вида движущейся нагрузки.

При численной реализации задач, для решения систем уравнений (15) удобно пользоваться методом последовательных отражений. Для этого представим φ_j^* в виде

$$\varphi_j^* = \sum_{k=0}^{\infty} \Phi_j^{(k)},$$

где $\Phi_j^{(2k)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nj}^{(2k)} (K_n(k_j r)) e^{in\theta}$, ($k=0, 1, 2, \dots$) назовём потенциалами волн,

излучаемых полостью, а $\Phi_j^{(2k+1)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nj}^{(2k+1)} (I_n(k_j r)) e^{in\theta}$, ($k=0, 1, 2, \dots$) – потенциалы

ми волн, отражённых границей полупространства.

С учётом этого граничные условия (15) можно представить в виде бесконечной системы уравнений блочно-диагонального типа с матрицами (3×3) вдоль главной диагонали:

$$\sum_{j=1}^3 S_{rmj}^{(1)} (K_n(k_j R)) a_{nj}^{(2k)} = \begin{cases} P_{nm} p_m^*(\xi) / \mu, & \text{при } k=0, \\ - \sum_{j=1}^3 S_{rmj}^{(2)} (I_n(k_j R)) a_{nj}^{(2k-1)}, & \text{при } k \neq 0, \end{cases} \quad (16)$$

$$m = r, \theta, \eta; \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Коэффициенты $a_{nj}^{(2k-1)}$ определяются соотношением $a_{nj}^{(2k-1)} = \sum_{l=1}^3 \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_{ml}^{2(k-1)} A_{nj}^{ml}$.

Окончательно получим: $a_{nj} = a_{nj}^{(0)} + a_{nj}^{(2)} + a_{nj}^{(4)} + \dots$

Заметим, что, рассматривая граничные условия (16) только $\Phi_j^{(2)}$, получим решение аналогичной задачи для упругого про-

ПО СТРАНИЦАМ



Список литературы

1. Новацкий В. Теория упругости. – М.: Мир, 1975. – 872 с.
2. Украинец В.Н. Реакция упругого полупространства на бегущую вдоль оси периодическую нагрузку // Математический журнал. – 2005. – № 3. – С. 96-102.

Получено 20.04.06.

ДОМА ИЗ ПЛАСТМАССЫ

Поливинилхлорид (ПВХ) относится к самым распространенным полимерам. К сожалению, он плохо выдерживает низкие температуры и ультрафиолетовое излучение и поэтому на свету быстро стареет. Но химики придумали способ улучшения характеристик изделий из ПВХ, добавив в него особые вещества – стабилизаторы. Стабилизированный ПВХ превращается, по сути, в новый материал. Сейчас в качестве стабилизаторов начали использовать органические соли свинца, кадмия, цинка, бария. Помимо высокой прочности и износостойкости ПВХ с такими добавками перестает бояться солнечного света. Из него можно изготавливать оконные рамы и двери, вагонку, черепицу.

Соли органических кислот применяют и для других целей. Скажем, стеарат цинка, добавленный в эмалевую краску, делает окрашенную поверхность матовой.

«Наука и жизнь» № 3, 2006