



УДК 681.3.06

О.Е. Бакланова

ВКГТУ, г. Усть-Каменогорск

**РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА $\Sigma\Pi$ -АППРОКСИМАЦИИ НА НЕПРЕРЫВНЫХ В-СПЛАЙНАХ
ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО СЖАТИЮ ДАННЫХ**

Достижением последнего десятилетия стало широкое применение цифровой техники во многих прикладных областях. Это связано с совершенствованием цифровой измерительной аппаратуры, возможностью и удобством использования компьютеров для обработки, передачи и хранения поступающих данных. При этом объем хранимых и передаваемых данных весьма велик. Возникает проблема эффективного сжатия данных.

В зависимости от типа информации требуются различные алгоритмы сжатия. В настоящее время разработаны эффективные методы архивации данных. Эти алгоритмы кодируют данные без потери информации. Они основаны на замене часто повторяющихся последовательностей короткими кодами (кодирование по алгоритму Хаффмана или Лемпеля-Зива). Эти методы, хорошо применимые при сжатии текстов и монохромных изображений, неэффективны при сжатии вещественных данных (упаковке вещественных таблиц, сжатии экспериментальных данных), а также при сжатии полуточновых и цветных изображений.

Одним из эффективных вычислительных методов сжатия вещественных данных, являющихся функциональными зависимостями от двух переменных, может быть алгоритм $\Sigma\Pi$ -приближения. Этот алгоритм позволяет сжимать данные с желаемым уровнем точности. При этом процесс восстановления данных, в отличие от многих алгоритмов, выполняется достаточно быстро.

1. Необходимые сведения из теории $\Sigma\Pi$ -аппроксимаций.

Алгоритм $\Sigma\Pi$ -аппроксимации основан на приближении функции двух переменных суммами произведений одномерных функций. Этот способ приближения, начало которому положено в работах Шмидта в 1907 году, в настоящее время находит применение при обработке двумерных сигналов, в задачах аппроксимации, сжатии данных и сведении двумерных обратных задач к небольшому числу одномерных. Данный подход может быть применен для упаковки таблиц и данных, при решении интегральных уравнений и др.

Шмидт в работе [1] показал, что любую квадратично-интегрируемую функцию двух переменных $f(x,y)$ можно приблизить в среднем квадратичном с желаемой степенью точности с помощью конечного числа членов, каждый из которых представляет произведение функции от x на функцию от y , при этом минимум нормы погрешности такого разложения достигается на фундаментальных функциях Шмидта, соответствующих сингулярным значениям интегрального оператора с ядром $f(x,y)$.

Оптимизация этих приближений в среднем квадратичном рассматривалась для функций непрерывного или дискретного аргумента различными авторами: Е. Шмидт, 1907 [1], М.Р. Шураба, 1957 [2], В.В. Поспелов, 1978 [3]. Наиболее общая постановка и вычислительный алгоритм решения даны В.А. Василенко в 1990 году [4, 5].

Пусть $X(\Omega_x)$ и $Y(\Omega_y)$ - гильбертовы функциональные пространства на областях $\Omega_x \subset R^{n_x}$ и $\Omega_y \subset R^{n_y}$. Через Ω обозначим декартово произведение $\Omega_x \times \Omega_y$, а через $Z(\Omega)$ - гильбертово пространство функций, являющихся тензорным произведением $X(\Omega_x) \otimes Y(\Omega_y)$. Требуется найти наилучшее приближение $f(x, y) \in Z(\Omega)$ функцией вида

$$\sum_{k=1}^s \Phi^{(k)}(x) \cdot \Psi^{(k)}(y), \quad (1)$$

где $\Phi^{(k)}(x)$ и $\Psi^{(k)}(y)$ принадлежат конечномерным подпространствам $X_n(\Omega_x)$ и $Y_m(\Omega_y)$ пространств $X(\Omega_x)$ и $Y(\Omega_y)$, соответственно.

Такая задача редуцируется к некоторой нелинейной алгебраической системе, для решения которой достаточно рассмотреть обобщенную спектральную задачу для следующих матриц:

$$\begin{bmatrix} 0 & F \\ F^* & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где $F - n \times m$ - матрица из элементов

$$f_{ij} = (f(x, y), \Phi_i(x) \Psi_j(y))_z, \quad (3)$$

а матрицы A и B - суть матрицы Грама базисных элементов $\Phi_i(x)$ и $\Psi_j(y)$ подпространств X_n и Y_m .

При этом для ошибки приближения справедливо равенство

$$E_{n,m}^s = \|f\|_z^2 - \sum_{k=1}^s \lambda_k^2. \quad (4)$$

Естественно вычислять собственные значения в порядке убывания.

Отметим, что функция $f \in X_n(\Omega_x) \otimes Y_m(\Omega_y)$ может быть восстановлена с помощью $\sum \Pi$ -приближения точно, количество членов приближения при этом не может превышать величины $\min\{n, m\}$.

Для данного алгоритма используются вычислительные схемы $\sum \Pi$ -аппроксимации на конкретных базисных функциях - непрерывных и дискретных B-сплайнах [7].

2. Реализация алгоритма на непрерывных сплайнах.

Пусть $\Omega_x = [a, b], \Omega_y = [c, d]$, и $X(\Omega_x) = H^s(a, b), Y(\Omega_y) = H^r(c, d)$ - гильбертовы функциональные пространства со скалярными произведениями

$$\begin{aligned} (u, v)_{H^s(a,b)} &= \int_a^b [uv + u^{(s)}v^{(s)}] dx, \\ (u, v)_{H^r(c,d)} &= \int_c^d [uv + u^{(r)}v^{(r)}] dy. \end{aligned} \quad (5)$$

Тензорное произведение $H^{s,r}(\Omega), \Omega = [a, b] \times [c, d]$ этих двух пространств будет соответствовать кросс-норме функции от двух переменных:

$$\|u(x, y)\|_{H^{s,r}(\Omega)} = \left[\int_a^b \int_c^d \left[u^2 + \left(\frac{\partial^s u}{\partial x^s} \right)^2 + \left(\frac{\partial^r u}{\partial y^r} \right)^2 + \left(\frac{\partial^{s+r} u}{\partial x^s \partial y^r} \right)^2 \right] d\Omega \right]^{1/2} \quad (6)$$

и соответствующему скалярному произведению. Зададим на отрезках $[a, b]$ и $[c, d]$ сетки

$$a = x_1 < x_2 < \dots < x_n = b, c = y_1 < y_2 < \dots < y_m = d \quad (7)$$

по переменным x и y соответственно и связем эти сетки с конечномерными подпространствами гильбертовых пространств $X_n = S_n \subset H^s(a, b), Y_m = S_m \subset H^r(c, d)$ полиномиальных сплайнов дефекта 1 подходящей гладкости. В таких подпространствах существует базис из локальных функций (В-сплайнов) [4]. Если функция $f(x, y)$ лежит в пространстве $H^{s,r}(\Omega)$, тогда описанная $\sum\Pi$ -процедура может быть применена для аппроксимации $f(x, y)$ суммой произведений одномерных сплайнов. Алгоритм $\sum\Pi$ -аппроксимации выполняется в несколько этапов:

а) выбираются конечномерные $X_n = S_n \subset H^s(a, b), Y_m = S_m \subset H^r(c, d)$ и строятся базисные функции $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots, \varphi_n(x)$ для X_n и $\psi_1(y), \psi_2(y), \dots, \psi_m(y)$ для Y_m , являющиеся одномерными В-сплайнами со степенями p и q . Выбранные порядки дифференцирования s, r не должны превышать степеней базисных В-сплайнов p и q ;

б) вычисляются матрицы Грама для базисных В-сплайнов [6], элементы которых определяются по формулам:

$$a_{ij} = (\varphi_i, \varphi_j)_{H^s(a, b)}, b_{ij} = (\psi_i, \psi_j)_{H^r(c, d)}. \quad (8)$$

Матрицы A, B симметричные и $(2p+1), (2q+1)$ – диагональные. Поэтому достаточно хранить $(p+1), (q+1)$ нижних диагоналей;

в) ленточные матрицы A и B подвергаются разложению Холецкого [6] в виде

$$A = LL^*, B = MM^*; \quad (9)$$

г) вычисляется прямоугольная $n \times m$ матрица F скалярных произведений исходной функции и базисных В-сплайнов со следующими элементами:

$$f_{ij} = (f(x, y), \varphi_i(x)\psi_j(y))_{H^{s,r}}; \quad (10)$$

д) для возможности контроля ошибки вычисляем норму $\|f\|_{H^{s,r}(\Omega)}$;

е) последовательно определяем собственные значения и собственные вектора

$$(L^{-1}FM^{*-1}) * (L^{-1}FM^{*-1})\omega = \lambda^2\omega \quad (11)$$

до достижения нужной точности в $\sum\Pi$ -аппроксимации;

ж) собственные вектора задачи определяются по формулам:

$$v^{(k)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(M^*)^{-1}\omega^{(k)}, u^{(k)} = \frac{1}{\lambda}A^{-1}Fv^{(k)}; \quad (12)$$

з) оптимальные коэффициенты определяются по формулам:

$$\bar{\alpha}^{(k)} = \sqrt{2\lambda_k}u^{(k)}, \bar{\beta}^{(k)} = \sqrt{2\lambda_k}v^{(k)}.$$

Затем выполняем процесс восстановления данных, который, в отличие от многих алгоритмов, выполняется достаточно быстро.

3. Комплект программ PRESS_NSPL.

Назначение комплекта - сжатие непрерывных кусочно-полиномиальных сплайновых зависимостей двух переменных в прямоугольной области. Исходная информация подается в виде коэффициентов разложения по В-сплайнам любой степени, вообще говоря, различной по переменным x и y . Задавая уровень точности $\epsilon > 0$ в любой допустимой гильбертовой кросс-норме, можно получить оптимальный $\sum\Pi$ -аналог сплайна, содержащий, как правило, значительно меньшее число коэффициентов, чем в исходной информации. Вещественная процедура-функция, использующая вновь полученный $\sum\Pi$ -аналог сплайна, позволяет вычислять его значение в любой точке области, а полное представление – производить более сложные операции: дифференцирование, интегрирование и т.д.

Пример 1. Модельный расчет.

В единичном квадрате $\Omega = [0,1] \times [0,1]$ с равномерной по x и y сеткой 32 x 32 сформируем бикубический сплайн

$$\sigma(x, y) = \sum_{i=1}^{35} \sum_{j=1}^{35} b_{ij} B_i(x) B_j(y),$$

коэффициенты, которого зададим по формуле

$$b_{ij} = \sin^3 \left(10 \left(\frac{i-1}{31} \right)^2 + 10 \left(\frac{j-1}{31} \right)^2 \right).$$

Задаваясь точностью $\epsilon = 0,01$, определим оптимальную в норме $H^{2,2}(\Omega)$ $\sum \Pi$ - аппроксимацию. Для достижения такой точности потребовалось только 4 собственных значения из 35. Тем самым, вместо 1225 исходных коэффициентов потребовалось только 280, и коэффициент сжатия равен 4,38. На рисунке 1 изображена аппроксимируемая поверхность, которая визуально не отличима от полученной $\sum \Pi$ - аппроксимации.

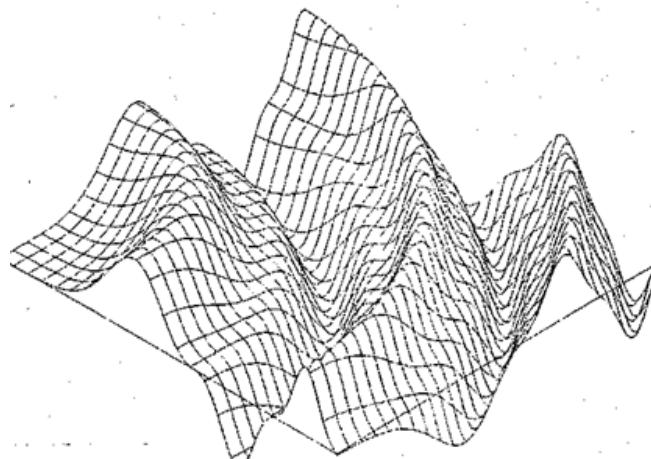


Рисунок 1 - Бикубический сплайн с коэффициентами $b_{ij} = \sin^3 \left(10 \left(\frac{i-1}{31} \right)^2 + 10 \left(\frac{j-1}{31} \right)^2 \right)$

Пример 2. Эффект сглаживания.

На этом примере мы проиллюстрируем сглаживающий эффект при применении $\sum \Pi$ -аппроксимаций. С точки зрения теории такой эффект при применении нелинейного $\sum \Pi$ -алгоритма вовсе неочевиден и теоретически не изучен. Тем не менее, в экспериментах он имеет место. На рис. 2 приведена поверхность на равномерной сетке 32 x 32, полученная путем формирования бикубического сплайна со следующими коэффициентами:

$$b_{ij} = e^{\frac{i+j}{31}}.$$

С помощью датчика случайных чисел в узлах сетки была внесена ошибка порядка 20 % от измерений (рис. 3). На рис. 4 приведена поверхность $\sum \Pi$ -аппроксимации с одним членом. Уровень случайных ошибок уменьшился до 2 %.

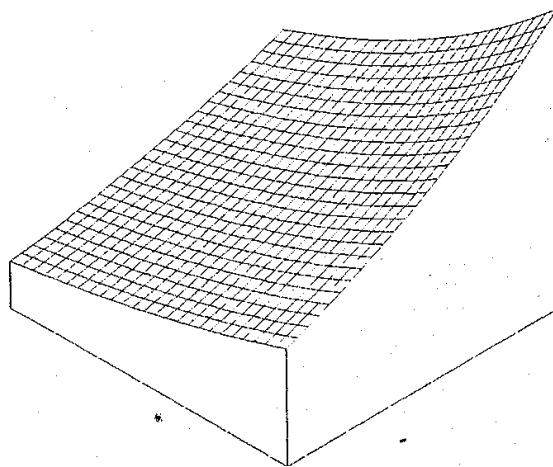


Рисунок 2 - Исходная поверхность

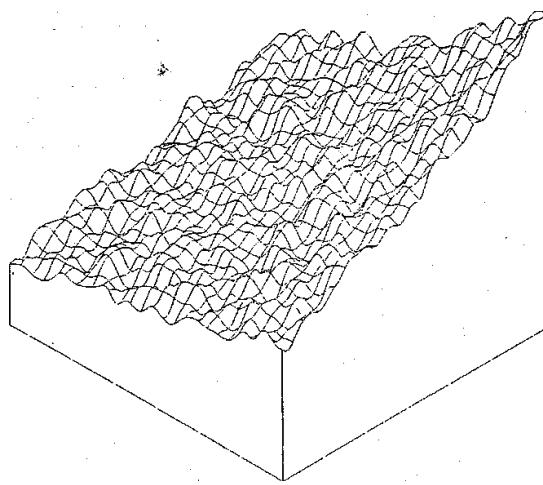
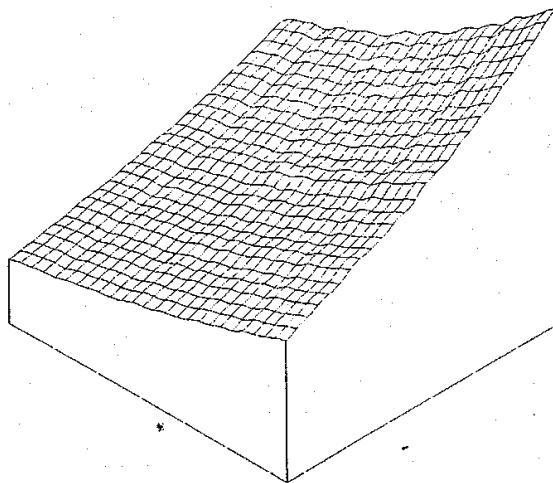


Рисунок 3 - Зашумленная поверхность

Рисунок 4 - Поверхность, обработанная с помощью $\Sigma\Pi$ -аппроксимации

Список литературы

1. Schmidt E. Zur theorie der linearen und nichtlinearen integralgleichungen. - Math. Ann., 1907. - 63. - P.433-476.
2. Шура-Бура М.Р. Аппроксимация многомерных функций суммой произведений одномерных функций // Журнал вычисл. матем. и матем. физ. - Т.2. - 1957. - С. 13-19.
3. Поступов В.В. Точность аппроксимации двумерных функций суммой произведений одномерных функций // Журнал вычисл. матем. и матем. физ. - 1978. - Т. 18. - N 5. - С.1307-1308.
4. Василенко В.А. Наилучшие конечномерные $\Sigma\Pi$ -приближения // Численные методы и математическое моделирование.- Новосибирск, 1990. - С.25-39.
5. Vasilenko V.A., The best finite dimensional $\Sigma\Pi$ -approximation.- Sov.J. Num.Anal. Math.Mod. - 1990. - vol.5. - №.4/5. - P.435-443.
6. Лоран П.-Ж. Аппроксимация и оптимизация. - М.: Мир, 1975. - 496 с.
7. Baklanova O.E. Data compression with $\Sigma\Pi$ -approximations based on splines /O.E. Baklanova, V.A. Vasilenko. - NCC Bulletin, series "Numerical Analysis", 1993, issue 2.- Novosibirsk NCC Publisher. - P. 11-18.

Получено 01.02.10

УДК 004.3

И.С. Баранович
ВКГТУ им. Д. Серикбаева, г. Усть-Каменогорск

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО РЕЗЕРВА НЕНАДЕЖНЫХ БЛОКОВ
ДЛЯ ПАРКА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МАШИН ВКГТУ**

При эксплуатации парка вычислительной техники часть блоков имеют ограниченный ресурс времени их эксплуатации, и требуется их частичная ротация.

Анализ статистических данных по эксплуатации парка персональных компьютеров (ПК) в ВКГТУ показал, что из-за низкой надежности отдельных компонентов ПК сотрудниками информационно-технологического центра осуществляется ремонт по двум направлениям: аппаратный и программный ремонт устройств. К компьютерным проблемам, связанным с аппаратным обеспечением компьютера, относятся: ремонт, замена, модернизация, установка и настройка комплектующих (материнской платы, процессора, оперативной памяти, жесткого диска HDD, накопителя на гибких магнитных дисках FDD, оптического привода CD-ROM/DVD-ROM, видеoadаптера, звуковой карты, сетевой карты, модема); прошивка BIOS; ремонт систем охлаждения либо их замена; ремонт блока питания либо его замена. В программный ремонт входит: переустановка операционной системы, установка и настройка программного обеспечения, поиск и удаление вирусов, настройка сети и интернет, восстановление удаленной информации.

Изучив заявки, поступающие в отдел информационно-технологического центра, пришел к выводу, что значительная часть отказов связана с выходом из строя аппаратной составляющей ПК, а именно: с производственными дефектами, большими нагрузками, а также из-за несовместимости между собой отдельных устройств. Поэтому дальнейшие исследования были направлены на создание методики определения оптимального запаса необходимых расходуемых частей для замены наиболее часто выходящих из строя компьютерных компонентов.

Возникает проблема выбора оптимального резерва. Нами предложен имитационный алгоритм на примере парка ВКГТУ. Но так как имитационный метод дает доверительное

решение, то для его обоснования требуется аналитический вариант в качестве опорного алгоритма Эрланга-Калмогорова.

Рассмотрим задачу определения надёжности работы многозвенной машины, состоящей из однотипных блоков (с резервным запасом блоков).

Для нашей задачи вероятности всевозможных состояний системы могут быть определены по следующей системе дифференциальных уравнений:

Введём следующие обозначения:

$P_0(t)$ - вероятность того, что в момент t все блоки находятся в исправном состоянии и машина работает;

$P_K(t)$ - вероятность того, что в момент t имеется K неисправных блоков;

$P_{n+1}(t)$ - вероятность того, что машина не может работать из-за отсутствия исправных блоков для замены вновь вышедшего.

Вероятности возможных состояний системы описываются следующей системой дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} P'_0(t) &= -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t), \\ P'_K(t) &= -(\lambda + k\mu)P_K(t) + \lambda P_{K-1}(t) + (k+1)\mu P_{K+1}(t) \text{ при } 0 < k < c, \\ P'_K(t) &= -(\lambda + c\mu)P_K(t) + \lambda P_{k-1}(t) + c\mu P_{k+1}(t) \text{ при } c \leq k < n+1, \\ P'_n(t) &= -c\mu P_{n+1}(t) + \lambda P_n(t). \end{aligned} \quad (1)$$

Если обозначить $\alpha = \frac{\lambda}{\mu}$ и учесть нормирующее условие

$$\sum_{k=0}^{n+1} P_k(t) = 1, \quad (2)$$

то получим при стационарном режиме следующие решения:

1. Вероятность того, что K блоков машины находятся в ремонте

$$\begin{aligned} p_k &= \frac{\alpha^k}{k!} P_0 \text{ при } k \leq c, \\ P_k &= \left(\frac{\alpha}{c} \right)^{k-c} \cdot \frac{\alpha^k}{c!} P_0 \text{ при } c \leq k \leq n+1. \end{aligned} \quad (3)$$

2. Вероятность того, что все n запасных блоков находятся в неисправном состоянии

$$P_0 = \left[1 + \sum_{k=1}^c \frac{\alpha^k}{k!} + \frac{\alpha^c}{c!} \sum_{k=1}^{n-c+1} \left(\frac{\alpha}{c} \right)^k \right]^{-1}. \quad (4)$$

3. Машина не будет работать в том случае, если $n+1$ блок выйдет из строя. Вероятность этого состояния определяется формулой (3) при $k=n+1$, т.е

$$P_{omk} = \frac{\left(\frac{\alpha}{c} \right)^{n-c+1} \frac{\alpha^c}{c!}}{1 + \sum_{k=1}^c \frac{\alpha^k}{k!} + \frac{\alpha^c}{c!} \sum_{r=1}^{n-c+1} \left(\frac{\alpha}{c} \right)^r}. \quad (5)$$

Мы определили вероятности состояний ($P_0, P_1, P_2, \dots, P_i, \dots, P_n$).

Теперь с помощью этих величин можно определить любые характеристики системы обслуживания.

4. Среднее число блоков, находящихся в ремонте при бесперебойной работе машины, определяется из зависимости

$$N_p = \sum_{k=1}^n k P_k . \quad (6)$$

5. Среднее число занятых ремонтом операторов

$$N_3 = \sum_{k=1}^c k P_3 + C \sum_{k=c+1}^{n+1} P_k . \quad (7)$$

6. Коэффициент загрузки операторов равен

$$K_3 = \frac{N_3}{c} . \quad (8)$$

7. Среднее число блоков, описывающих ремонт

$$N_0 = \sum_{k=c+1}^{n+1} (k - c) P_k . \quad (9)$$

Для определения экономически целесообразного количества запасных блоков и числа операторов, производящих их ремонт, предлагается воспользоваться следующей формулой, по которой среди всех вариантов надо выбрать такой, который обеспечивает минимум потерь при эксплуатации машины:

$$\min C_0 = n C_{\text{зап}} + (c C_{\text{оп}} + C_{\text{пр}} P_{\text{отк}}) T_a, \quad (10)$$

где $C_{\text{зап}}$ – стоимость запасного блока;

$C_{\text{пр}}$ – стоимость одной единицы времени простоя машины;

$C_{\text{оп}}$ – стоимость содержания одного оператора в единицу времени;

T_a – среднее время амортизации запасного блока.

Если число операторов вполне определенное (т.е. задано), то оптимальное число запасных частей, обеспечивающих минимум потерь, возникающих из-за простоя машины и затрат на запасные блоки, можно определить по формуле

$$\min C_0 = n C_{\text{зап}} + C_{\text{пр}} P_{\text{отк}} T_a. \quad (11)$$

Далее рассмотрим имитационный метод. Поскольку для решения задачи аналитическим методом требуется составить очень сложную систему дифференциальных уравнений, этим методом моделирования эту задачу решить нельзя. Поэтому имитационный метод применяется в подобных задачах впервые.

Часть исходных условий не входит в схему решения аналитическим методом, и единственным возможным является имитационный подход. Был сделан статистический анализ исходных данных. В результате чего было установлено, что заявки на ремонт образуют простейший поток, а система относится к марковскому типу, что укладывается в схему имитационного метода. Построена математическая модель в виде таблицы условных функционалов переходов (ТУФП), в которой в качестве инструментов моделирования используется вероятностные автоматы.

Рассмотрим технический вариант этой проблемы и введем следующие обозначения: пусть система обслуживания состоит из m блоков; наработка на отказ каждого блока имеет случайный характер и подчиняется показательному распределению со средним временем отказа $\bar{t}_{\text{отк}}$. Как только блок выходит из строя, его заменяют запасным, если он имеется в резерве. Блок, который был заменён исправным, поступает в ремонт.

Имеется бригада, состоящая из C операторов, каждый из которых может восстановить неисправный блок за какое-то время. Будем считать, что время восстановления имеет показательное распределение с параметром μ .

Введём в рассмотрение два накопителя: BR – накопитель резервных блоков и BN – накопитель неисправных блоков.

В начале обслуживания будем считать, что отдел по ремонту имеет n резервных блоков и ноль неисправных блоков, т.е. $BR = n$, а $BN = 0$.

Введём два массива автоматов:

1) $0 = \{0_1, 0_2, \dots, 0_c\}$ - с автоматов, генерирующих работу операторов по ремонту блоков;

2) $A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$ - m автоматов, генерирующих исправную работу блоков.

Далее приведена схема обслуживания (рис.1).

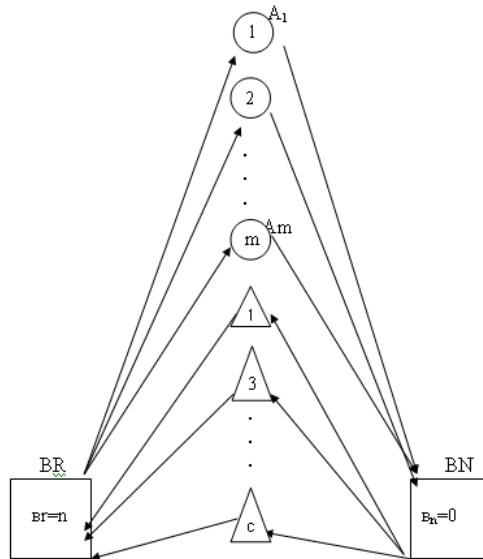


Рисунок 1 – Схема обслуживания системы с ненадежными блоками

Для создания программного модуля необходимо записать:

1) блок инициализации, где должны быть установлены начальные значения внутренних состояний автоматов;

2) блок, представляющий собой ТУФП;

3) блок, формирующий вычисление индикаторов системы, которые являются выходными данными.

Запишем систему блоков программного модуля с подробными комментариями.

Произведем инициализацию исходных данных. Для этого установим генератор автоматного времени. Будем считать, что производственный эксперимент укладывается в определенный промежуток времени. Если в качестве единицы автоматного времени взять один час и проследить работу системы в течение одного месяца (24 раб. дня) по 8 часов в день, то производственный промежуток времени составит 192 часа. Генератор автоматного времени можно установить на 192 часа.

В силу особенностей имитационного моделирования результатом решения задачи будет лишь доверительный вариант, для уточнения которого необходимо эксперимент повторить несколько раз, например ещё три раза. Для окончательного решения необходимо четыре экспериментальных варианта решения усреднить.

Вместо этого можно тот же уточненный ответ получить одним приёмом, но для этого генератор автоматного времени нужно установить на $G = 192 \cdot 4 = 768$ тактов.

В этом случае усреднение произойдёт автоматически. В силу сказанного, инициализацию генератора будем устанавливать на заведомо большое число тактов, что при условии современного быстродействия ЭВМ не скажется на характере самого решения, но приведёт к повышению его точности.

Инициализацию автоматов A_1, A_2, \dots, A_m и O_1, O_2, \dots, O_c устанавливают также произвольно, но в диапазоне реальных значений. Это связано со свойством Марковских, Эргодических процессов, которые быстро переходят к стационарному режиму независимо от данных.

Возьмём например $a_1 = 1, a_2 = 2, \dots, a_m = m$, т.е. через каждую единицу времени запускается очередной блок.

Пусть $O_1 = 0, O_2 = 0, \dots, O_c = 0$.

Если все блоки исправны, то мастера свободны.

Величины λ (плотность потока неисправных блоков), μ (плотность потока исправных блоков), m, n являются параметрами. Из числовых значений, определяемых только для конкретной задачи, число состояний в данной системе $S_0, S_1, S_2 \dots S_n, S_{n+1}$ равно $n + 1$. При этом номер состояния определяется числом неисправных блоков в накопителе BN . Особый случай: когда все блоки неисправны, тогда машина приходит к полной остановке.

Именно вероятность этого состояния определяет минимальную степень ненадёжности системы. В этом случае возникает задача выбора оптимального запаса n резервных блоков по максимально допустимой вероятности P_n аварийного состояния системы.

Например, из соображения экономической целесообразности необходимо выбрать такой резерв блоков, чтобы он обеспечил вероятность полного отказа системы P_n – не более 0,1 ...

$$P_n \leq 0,1.$$

Будем считать, что процесс инициализации восстанавливается в некотором промежуточном периоде обслуживания.

Поэтому резерв блоков разделим между накопителями поровну и примем начальное состояние для $\nu_c = n/2$ и $\nu_n = n/2$. Это следует из того, что в течение всего процесса обслуживания $\nu_c + \nu_n = n$. Теперь запишем ТУФП.

Начало $G = 1000, m = 20, n = 6, c = 3, \bar{t}_{omk} = 20$ раб. дней, $\bar{t}_{rem} = 3, \nu_c = 3, \nu_n = 3$;

$\nu, W, R, WP [2, n+1]$ - индикаторы.

Начало цикла $y=1/1000$	
Начало цикла $I=1/m$	
A	если $A[I] > 1$, то $A[I] = A[I]-1$
	если i -му блоку СМО осталось работать больше, чем одна единица автоматного времени, то в следующую единицу эта величина уменьшится на единицу
A	если $A[I]=1$ и $\nu_c \geq 1$, то $\nu_c = \nu_c - 1$ и $\nu_n = \nu_n + 1$, и $A[I] = [-\bar{t}_{omk} \cdot \ln(\text{RANDOM})]$
	если до отказа i -го блока СМО осталась одна единица автоматного времени и в резерве оказался хотя бы один исправный блок ($\nu_c \geq 1$), то в следующую единицу времени неисправный блок поступает в накопитель BN ($\nu_n = \nu_n + 1$), а вместо него ставится исправный блок из накопителя BR ($\nu_c = \nu_c - 1$). Новому блоку назначается новое время наработки до очередного отказа ($A[I] = [-\bar{t}_{omk} \cdot \ln(\text{RANDOM})]$)

	з $Ln(RANDOOM)$]. Квадратные скобки обозначают операцию округления до натурального значения
--	--

Окончание таблицы

A	если $A[I]=1$ и $v\chi=0$, то $v\pi=v\pi+1$ и $A[I]=0$
	если до отказа i -го блока СМО осталась одна единица времени и резервных блоков нет, то в следующую единицу времени неисправный блок отправляется в накопитель $BN(v\pi=v\pi+1)$, а сам блок снимается из обслуживания
A	если $A[I]=0$ и $v\chi \geq 1$, то $v\chi=v\chi-1$ и $A[I]=[-\bar{t}_{omk} \cdot Ln(RANDOOM)]$
	если блок был снят, но в резерве появился новый блок ($v\chi \geq 1$), то в следующую единицу времени i блок системы восстанавливается за счёт резервного блока, изъятого из накопителя ($v\chi=v\chi-1$)
A	если $A[I]=0$ и $v\chi=0$, то $A[I]=0$
	если i -й блок был снят и в резерве нет блоков, то i -й блок в следующую единицу остается снятым из обслуживания
Конец цикла I	
Начало цикла $I=1/C$	
O	если $O[I]>1$, то $O[I]=O[I]-1$
	если у i -го оператора до окончания ремонта неисправного блока осталось больше чем одна единица автоматного времени, то в следующую единицу автоматного времени эта величина уменьшится на единицу
O	если $O[I]=1$ и $v\pi \geq 1$, то $v\chi=v\chi+1$ и $v\pi=v\pi-1$, и $O[I]=[-\bar{t}_{pcm} \cdot Ln(RANDOOM)]$
	если i -му оператору до окончания ремонта осталась одна единица автоматного времени и в накопителе неисправных блоков есть хотя бы один блок ($v\pi \geq 1$), то в следующую минуту исправный блок попадет в накопитель BR ($v\chi=v\chi+1$), а неисправный из накопителя BN перейдёт оператору ($v\pi=v\pi-1$) и ему будет назначен новый отрезок времени ремонта
O	если $O[I]=1$ и $v\pi=0$, то $v\chi=v\chi+1$ и $O[I]=0$
	если i -му оператору до окончания ремонта осталась одна единица автоматного времени, а в накопителе неисправных блоков BN их нет, то в следующую единицу времени исправный блок попадает в накопитель BR ($v\chi=v\chi+1$), а оператор считается свободным от обслуживания
O	если $O[I]=0$ и $v\pi \geq 1$, то $v\pi=v\pi-1$ и $O[I]=[-\bar{t}_{obcl} \cdot Ln(RANDOOM)]$
	если i -й оператор был свободен и в накопителе BN появился неисправный блок, то оператор приступает к его ремонту и ему назначается новый отрезок времени ремонта
O	если $O[I]=0$ и $v\pi=0$, то $O[I]=0$
	если оператор был свободен и в накопителе не оказалось неисправных блоков, то оператор остаётся свободным

Конец цикла I

Начало цикла $I=0/n$

Если $v\pi=I$, то

$W[2 I] = W[2 I]+1$

Конец цикла I

Просматриваются ячейки массива

$$WP \begin{Bmatrix} 0 & 1 & 2 & \dots & I & \dots & n \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \end{Bmatrix}$$

И если номер столбца массива в данную единицу автоматного времени совпадает с числом неисправных блоков n , если в накопителе BN окажется I неисправных блоков, то это будет означать, что в эту единицу автоматного времени система будет находиться в I -м состоянии.

Эта единица и заносится во вторую строку i -го столбца массива WP и суммируется с предыдущими единицами.

В результате работы I -цикла все единицы генератора G распределяются во второй строке массива WP :

Конец цикла I

Начало цикла $I=0/n$

$$WP[2 I] = WP[2 I]/G$$

Конец цикла I

В результате работы этого цикла в массиве $WP[2 I]$ будет получен закон распределения состояний P_0, P_i, \dots, P_n .

Если P_n окажется больше чем 0, $P_n > 0,1$, то число запасных блоков нужно увеличить до $n+1$. Такой процесс необходимо продолжать до тех пор, пока P_n не станет меньше чем 0; 1; n_1 – будет оптимальным количеством резерва.

Полученный результат показывает необходимость дальнейших исследований в области расширения этой проблемы для более полного учета исходных условий, что даст возможность создать автоматизированное программное управление выбора оптимального резерва ненадежных элементов.

Список литературы

1. Лившиц А.Л. Статистическое моделирование систем массового обслуживания / А.Л. Лившиц, Э.А. Мальц. – М., 1978.
2. Чернявский В.С. Имитационное моделирование процессов и систем. – Усть-Каменогорск: ВКГТУ, 2010. – 320 с.
3. Чернявский В.С. Системные понятия математического моделирования. – Усть-Каменогорск: ВКГТУ, 2009. – 190 с.
4. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем. – М., 1978. – 415 с.
5. Рыжиков Ю.И. Имитационное моделирование. – СПб., 2004. – 276 с.

Получено 1.02.10

УДК 681.3.06

Ю.А. Вайс

ВКГТУ, г. Усть-Каменогорск

КОЛИЧЕСТВЕННАЯ ОЦЕНКА ЧЕЛОВЕЧЕСКОГО КАПИТАЛА В ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ МЕДИЦИНСКОГО ПЕРСОНАЛА

Оценить рыночную стоимость действующего бизнеса его владельцу самостоятельно очень непросто. Когда основной капитал бизнеса заключен в материальном имуществе, разобраться в ситуации еще можно. Оценка же нематериальных активов, которые порой

и приносят основную прибыль, в большинстве случаев сильно затруднена и потому, как правило, весьма условна. Это признают и профессионалы — представители компаний, предлагающих оценку действующих бизнесов [3]. Проще всего оценить материальные активы: имущество компаний, стоимость помещения или земли. Для определения доходности специалист рассматривает учредительские и бухгалтерские документы. Если речь идет о более сложном бизнесе, на чашу весов кладутся нематериальные активы: имеющиеся патенты или ноу-хау, зарегистрированный бренд или просто известность торговой марки на рынке и особенно человеческие ресурсы.

Особенно сложной задачей для оценщика является выявление стоимости человеческих ресурсов, так как для многих предприятий сотрудники являются одной из основных составляющих капитала. Чаще всего, стоимость сотрудников определяется из доходности бизнеса. Если прибыль высокая, значит кадры работают профессионально, и наоборот, но данный подход имеет и свои недостатки.

Современная неоклассическая теория человеческого капитала получила развитие в работах Гэри Беккера, Джорджа Минцера, Теодора Шульца, Бартона Вейсброда, Б. Л. Хансена и многих других экономистов в 1950-1980-е годы. Исторические корни ее могут быть найдены в работах Адама Смита и Вильяма Петти, Карла Маркса, Уильяма Фарра и Эрнста Энгеля, Теодора Витстейна и многих других крупных экономистов прошлого [4]. Один из выдающихся современных экономистов, профессор экономики и социологии Чикагского университета Гэри С. Беккер получил в 1992 г. Нобелевскую премию за «распространение сферы микроэкономического анализа на целый ряд аспектов человеческого поведения и взаимодействия, включая нерыночное поведение».

Человеческий капитал — это имеющийся у каждого запас знаний, навыков, мотиваций. Инвестициями в него являются образование, накопление производственного опыта, охрана здоровья, географическая мобильность, поиск информации. По Беккеру, при принятии решений о вложении средств в образование учащиеся и их родители сопоставляют ожидаемую предельную норму отдачи от таких вложений с доходностью альтернативных инвестиций (процентами по банковским вкладам, дивидендами по ценным бумагам и т.д.).

В современной теории в человеческом факторе выделяются три основных элемента:

- 1) человеческий капитал, которому соответствует доход на этот капитал;
- 2) природные способности, которым соответствует рента на эти способности;
- 3) чистый труд.

Все элементы вместе характеризуют труд в общепринятом смысле, а первые два — человеческий капитал.

Главное отличие человеческого капитала от вещественного состоит в том, что человеческий капитал воплощен в человеке и не может продаваться или передаваться, или оставляться в наследство по завещанию, как деньги и материальные ценности. Но он может использоваться во внутрисемейном производстве человеческого капитала следующих поколений.

Труды Г. Беккера, Т. Шульца и их последователей позволили перейти от текущих одномоментных показателей к показателям, охватившим весь жизненный цикл человека (пожизненные заработки), выделению «капитальных» инвестиционных аспектов в поведении агентов на рынке труда, признанию человеческого времени в качестве ключевого экономического ресурса.

Важнейшими формами вложений в человека западные экономисты считают образование. И для выпускников средних школ, и для выпускников колледжей прослеживается

довольно строгая тенденция: чем выше уровень способностей, тем больше размер среднегодового заработка.

В таблице приводятся данные о средних затратах на обучение в США и доходах работников с разным уровнем образования.

*Средние издержки на обучение и доходы работников с разным образованием в США
(тыс. долл. на человека)*

Образование	Издержки на образование			Пожизненный заработок		
	1960 г.	1983 г.	1990 г.	1960 г.	1983 г.	1990 г.
Начальное	3,2	19,8	30	168,8	384	756
Неполное среднее (9-11 лет)	4,8	29,9	45	193,1	384	836
Среднее (12 лет)	5,6	36	59,4	224,1	548	1084
Незаконченное высшее (13-15 лет)	9,6	55,2	81,8	273	618	1260
Высшее (16 лет и более)	15,1	74,3	107	360,6	805	1720
Разрыв в издержках и в доходах между крайними группами:						
- абсолютный	11,9	54,5	77	191,8	421	964
- относительный	4,7	3,7	3,6	2,1	2,1	2,3

Человек после окончания школы выбирает один из двух вариантов: первый - начинает работать сразу после окончания школы; второй - (выпускники институтов) первые пять лет отрицательный (из-за расходов на обучение), но затем становится положительным и быстро растет, превышая заработки выпускников школ (см. рис.1).

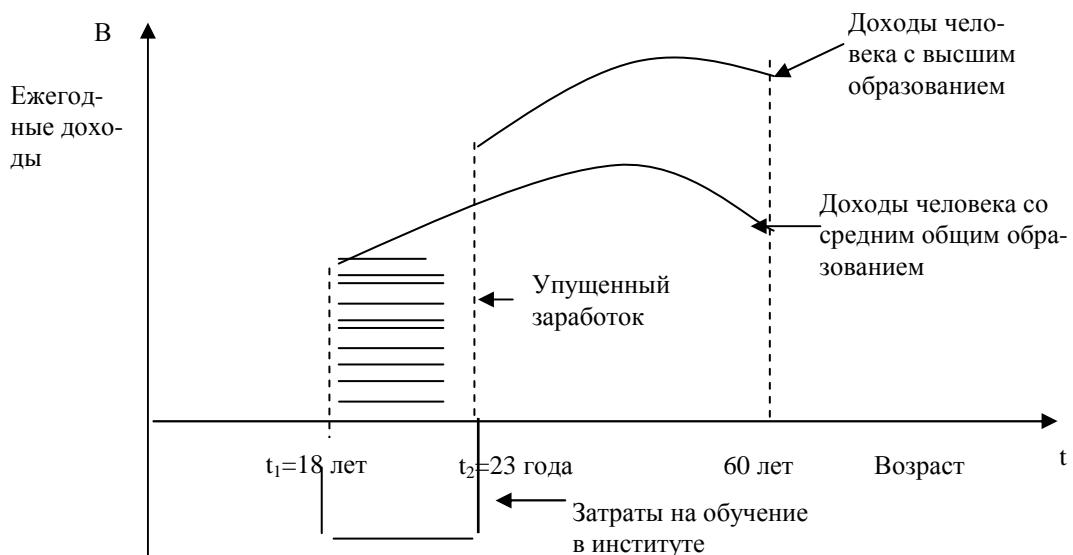


Рисунок 1 - Альтернативные потоки доходов выпускников школ и высших учебных заведений

Появились математические модели, в которых используется представление о человеческом капитале. Так, американские экономисты и социологи Луис Дублин и Альфред Лотка вывели следующую формулу для определения денежной стоимости человека определенного возраста:

$$V_a = \left[\sum_{x=a}^{\infty} V^{x-a} P_x (Y_x \cdot E_x - C_x) \right],$$

где $V^x = \frac{1}{(1+i)^x}$ - ценность в данный момент одного доллара, полученного через x

лет; P_x - вероятность дожития человека до возраста x ; Y_x - годовой заработок человека с момента x до $x+1$; E_x - доля занятых в производстве в возрасте от x до $x+1$; C_x - величина затрат на жизнь человека в возрасте от x до $x+1$.

Проблема оценки качества работы медицинского персонала заключается в ее высокой степени неопределенности как по объективным, так и по субъективным причинам [1]. При литературном анализе методов дифференцированной оценки качества труда и его оплаты, а также изучении практики врачей областной больницы Восточного Казахстана была экспертым методом выделена совокупность показателей (индикаторов), которые, с точки зрения экспертов, наиболее информативны и технологичны для измерения [2]. Данная совокупность ориентирована на расчет индикаторов качества в «цифровом эквиваленте».

Система дифференцированной оценки качества труда медицинских работников содержит следующую совокупность индикаторов:

K_1 - медикаментозное лечение. Основная задача обеспечить безопасность, эффективность и обоснованность назначенных лекарств. Источником информации являются листы назначения лекарств.

K_2 - оценка диагноза - определяет правильность формирования диагноза и соответствие его международной классификации болезней. Источником информации является история болезни.

K_3 - процент расхождения диагноза - рассматривает несоответствия между клиническим и заключительным клиническим диагнозом. Источником информации является история болезни.

K_4 - объем лечебных мероприятий - проводит оценку выполнения средним медицинским персоналом всех назначений врача. Источником информации является журнал назначений, формируемый дежурным врачом.

K_5 - анализ исхода заболевания по результату лечения (выписан с выздоровлением, с улучшением, без перемен, с ухудшением). Источниками являются протоколы вскрытия, выписка из истории болезни.

K_6 - профилактические мероприятия - оценивает полный набор профилактических мероприятий, рекомендованных при выписке из стационара. Источником информации является история болезни.

K_7 - инфекции внутри больницы - обеспечивает повсеместное выявление и сообщения о наличии инфекции. Источником информации являются отчеты инфекционного контроля.

K_8 - мера безопасности - предназначена для обеспечения безопасных условий пациент-

там. Источником информации является история болезни.

K_9 - баллы анкетирования - изучают удовлетворенность пациентов медицинской помощью. Источник формирования анкеты от пролеченных пациентов.

K_{10} – жалобы - контроль жалоб, связанных с профессиональным риском, их стоимости, продолжительности и результатов. Источником информации являются сообщения, которые периодически будут просматриваться экспертами с электронной почты и письменных обращений.

K_{11} - корреляционная оценка.

Определение значений коэффициентов возложено на врачей-экспертов. Экспертиза завершается определением интегрального показателя качества медицинской помощи $K_{общ}$.

Для проведения сравнительного анализа качества труда медицинского персонала и отдельных структурных подразделений по результатам экспертного контроля и формирования окончательных решений необходимо преобразовать информацию в цифровую форму. В медицине исходная информация как лингвистическая, так и цифровая относится к нечеткой информации.

В соответствии с методикой нечеткого описания параметра качества зададим для найденных индикаторов область определения, лингвистические термы и построим функции принадлежности для каждого лингвистического терма. Рассмотрим индикатор $K_{общ}$.

$K_{общ}$ - интегральный показатель качества медицинской помощи. $X = [0; 1]$. $T = \{«очень низкий», «низкий», «ниже среднего», «средний», «выше среднего», «высокий», «очень высокий»\}$ (рис. 2).

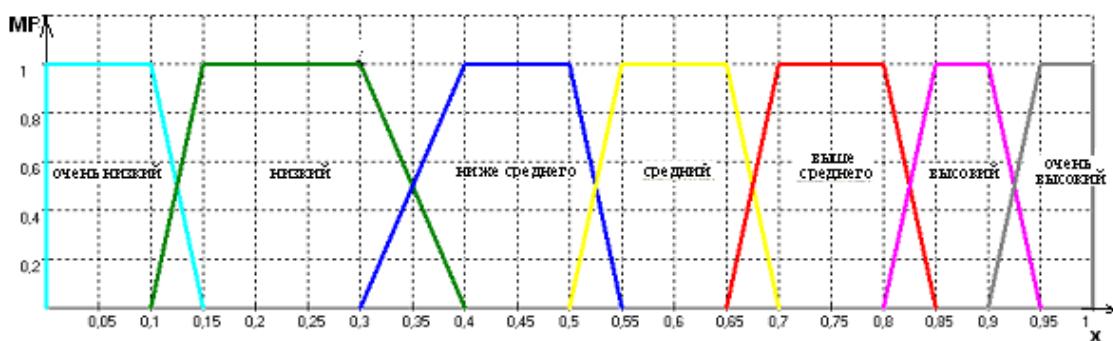


Рисунок 2 - Функция принадлежности лингвистической переменной $K_{общ}$

Индикаторы K_7, K_8, K_{10} могут принимать только два значения (0, 1) при этом $MF=1$ для обоих случаев. Индикатор корреляции K_{11} предполагается использовать отдельно для сравнительной оценки деятельности медперсонала.

Для каждого медицинского работника в зависимости от того к какой группе он относится, формула расчета интегрального показателя качества медицинской помощи является индивидуальной. Это обусловлено спецификой выполняемых работ в течение лечения пациента в стационаре.

Для заведующего отделением и младшего медперсонала рассчитываются индикаторы (K_7-K_{10}) по формуле:

$$K_{общ} = \frac{x_7 \cdot y_7 + x_8 \cdot y_8 + x_9 \cdot y_9 + x_{10} \cdot y_{10}}{y_7 + y_8 + y_9 + y_{10}},$$

$$y_i = \omega_i \cdot MF(x_i),$$

где ω_i - вес i -го коэффициента, подсчитанный по оценкам всех экспертов; $MF(x_i)$ - функция принадлежности; x_i - значение i -го коэффициента.

Для лечащего врача рассчитываются следующие индикаторы (K_1-K_3 , K_5-K_{10}) по формуле:

$$K_{общ} = \frac{x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 + x_5 y_5 + x_6 y_6 + x_7 y_7 + x_8 y_8 + x_9 y_9 + x_{10} y_{10}}{y_1 + y_2 + y_3 + y_5 + y_7 + y_8 + y_9 + y_{10}}.$$

Для среднего персонала рассчитываются следующие коэффициенты (K_4 , K_7-K_{10}) по формуле

$$K_{общ} = \frac{x_4 y_4 + x_7 y_7 + x_8 y_8 + x_9 y_9 + x_{10} y_{10}}{y_4 + y_7 + y_8 + y_9 + y_{10}}.$$

Общий алгоритм расчета $K_{общ}$, использующего нечеткую логику, содержит следующие этапы:

- фазификация;
- вычисление;
- дефазификация.

Блок фазификации преобразует четкие величины в нечеткие величины («низкое», «среднее»).

Блок дефазификации преобразует нечеткие данные в четкую количественную форму.

Для определения «веса» каждого из показателей необходимо их проранжировать. Шкала оценок включает в себя диапазон с интервалом оценок от 1 до 10, ранг 1 приписан максимальной оценке, а ранг 10 – минимальной.

Когда в экспертизе участвует несколько экспертов, необходимо получить усредненную оценку (вес) для каждого индикатора. Для этого нормированные оценки каждого объекта суммируются, а затем полученная сумма делится на число экспертов. Средняя оценка каждого индикатора рассчитывается по формуле:

$$\omega_i = \frac{\sum_{j=1}^m \omega_{ij}}{m},$$

где ω_{ij} - вес i -го коэффициента, подсчитанный по оценкам всех экспертов; m – число экспертов.

$$\omega_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sum_{i=1}^{10} x_{ij}},$$

где x_{ij} – оценка коэффициента i , данная экспертом j .

Предложенные методика дифференцированной оценки качества труда и необходимое математическое обеспечение внедрены в информационную систему Восточно-Казахстанского областного медицинского объединения.

Список литературы

1. Корнев В.А. Модели управления качеством в здравоохранении / В.А. Корнев, В.К. Кулешов, Ю.Б. Приходько, А.Ф. Троеглазов. – Томск: Изд-во ТПУ, 2004.- 180 с.
2. Китаев Н.Н. Групповые экспертные оценки.- М.: Знание, 1975.- 58 с.
3. <http://www.libertarium.ru/libertarium/68397>
4. http://www.mirrabit.com/work/work_56112.html

Получено 28.01.10

УДК 620.9:519.217

Б.Б. Утегулов, Н.К. Ердыбаева, Д.Б. Минисов
ПГУ им. С. Торайгырова, г. Павлодар

**МАРКОВСКИЙ ПРОЦЕСС КАК АППАРАТ МОДЕЛИРОВАНИЯ НАДЕЖНОСТИ В СИСТЕМАХ
ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ**

В настоящее время имеется большое количество информации по вопросам надежности функционирования СЭС. Одним из основных направлений в проблеме надежности СЭС является технико-экономическое обоснование резервирования отдельных ее элементов для обеспечения оптимального уровня надежности. Это направление охватывает большой круг задач, к которым относятся: оптимальное распределение резервов при минимуме затрат, оптимальная очередность введения резервирования, комплексное рассмотрение технологической схемы и схемы электроснабжения, выбор средств противоваварийной автоматики. Сюда же относится исключительно важная проблема определения и экономического обоснования оптимального уровня «живучести» [1, 2], под которой понимается свойство СЭС противостоять крупным возмущениям, не допуская их каскадного развития.

Все концепции, рассматриваемые в работах [3-6], базируются на факте наличия первоначального отказа – крупного возмущения, но при этом авторы определяют последствия не его величиной, а возможностью развития аварии.

Однако основными вопросами, решаемыми в любой теории, являются показатели, критерии оценки и методы исследования, что недостаточно изучено в отношении «живучести». Кроме этого, широкое внедрение информационно-вычислительных систем повышает роль оперативно-диспетчерского персонала (ОДП). Исследование надежности ОДП, и в частности моделирование надежности, является недостаточно изученной областью, а как указано в [7-8] частота отказов по причине ошибок ОДП составляет 10 – 15 %.

Кроме оптимизационных задач надежности, возникает необходимость в определении показателей надежности, вычислении вероятности бесперебойного электроснабжения, обеспечении заданного уровня надежности.

Некоторые из этих задач нашли решение в ряде работ [9, 10], однако в целом эта проблема решена не полностью.

Для заводов-изготовителей элементов СЭС, а также при проектировании и эксплуатации СЭС необходимы прогнозные оценки надежности используемых элементов, соответствующие погодно-климатическим условиям (ПКУ) и условиям эксплуатации того региона, где они будут функционировать. А в условиях со сложными ПКУ, когда метеофакторы резко меняются в течение года, такие оценки должны быть для принципиально различающихся периодов погоды [11, 12].

В стадии разработки находятся исследования по оценке достоверности показателей надежности СЭС с использованием теории чувствительности, статистического моделирования и прямых методов, а также по развитию принципов нормирования показателей надежности электроснабжения.

Недостаточно освещена проблема качества электроснабжения. Впервые эта проблема рассмотрена в [13], но в дальнейшем не получила развития. В то же время объединив надежность электроснабжения и качество электроэнергии, что вызывает отказы, и, введя термин качество электроснабжения, можно получить комплексную оценку надежности [17, 19].

Сравнительно мало работ посвящено надежности основных элементов СЭС – ВЛ, которым принадлежит важная роль в процессе обеспечения надежного электроснабжения. К существенным работам по этой проблеме можно отнести [2].

Недостаточная изученность эксплуатационных характеристик ВЛ, а в особенности эксплуатирующихся в сложных ПКУ, снижает качество проектирования и эксплуатационную надежность СЭС.

Практически отсутствуют работы по исследованию и моделированию надежности СЭС, эксплуатирующихся в сложных ПКУ, специфика у которых предъявляет повышенные требования к надежности СЭС [2].

Таким образом, проблема оптимизации надежности СЭС включает в себя большое число вопросов, которые не могут быть решены однозначно, а существующие мероприятия по повышению надежности СЭС в ряде случаев носят характер неполных и необоснованных рекомендаций, которые не удовлетворяют нуждам практики. Отсутствие единой методологической базы для оценки и исследования надежности СЭС, эксплуатирующихся в сложных ПКУ, определяет необходимость разработки специальных методик, позволяющих решать задачи проектирования и управления СЭС. В этом аспекте решение проблемы повышения надежности СЭС представляется в данный момент наиболее актуальным, так как настоящему времени накоплен значительный опыт повышения надежности СЭС различными способами и средствами.

При исследовании надежности таких сложных систем, как СЭС, чаще всего применяется сочетание различных математических аппаратов и методов.

Метод моделирования имеет особо важное значение для решения задач исследования и оптимизации СЭС, так как позволяет заменить дорогостоящие и невозможные эксперименты на реальных СЭС на математические модели. Основной частью в процессе моделирования является построение цифровой модели, определяемой, согласно [13], как некоторое подобие по отношению к моделируемой СЭС.

Отсюда следуют основные требования, предъявляемые к модели, или противоречивая ситуация, возникающая при оценке надежности СЭС: с одной стороны, желательно получить модель более полную, априорно адекватную процессам отказов и восстановлений в СЭС с учетом большого числа действующих факторов, а с другой – модель должна быть по возможности представлена в простой и удобной для реализации форме, обеспеченной достоверной исходной информацией [13].

Исключительное положение в методах моделирования занимает математическое моделирование, гибкость и универсальность, сравнительно невысокая стоимость которого дает возможность в краткие сроки «проигрывать процессы» и тем самым выбирать рациональные решения, что сделало методы математического моделирования незаменимым инструментом в руках специалистов-электриков.

В зависимости от цели задачи находится и оценка ее эффективности. Так, технико-экономическая оценка определяется параметром потока отказов, временем восстановления и удельным ущербом. С другой стороны, эта информация недостаточна для оценки надежности СЭС, эксплуатирующихся в сложных ПКУ, которые при отказовом состоянии являются определяющими, и в этом случае необходимы детальные характеристики

погодных условий [11, 17].

В практике моделирования используются два основных направления математического моделирования: статистические (имитационные) и аналитические модели.

При статистическом моделировании отсутствуют ограничения на вид функции распределения случайных величин. Но этот метод обладает и рядом недостатков, наиболее существенными из которых являются: трудоемкость моделирования, заключающаяся в большом числе испытаний и значительных затратах времени, и частный характер решений [6, 11].

Аналитические методы моделирования более наглядно отражают присущие процессу закономерности и более приспособлены для поиска оптимального решения, хотя и описывают процесс с большим количеством допущений. В практике исследования и оптимизации надежности СЭС аналитические методы пользуются предпочтением.

Аналитические методы базируются на основных положениях и теоремах теории вероятности и алгебры логики. Использование их отражено в [3, 9, 10].

Среди аналитических методов выделяют два основных класса: вероятностные методы, отражающие поведение системы на уровне случайных событий, и Марковские модели, описывающие систему на уровне случайных процессов.

Используемая при моделировании (по характеру случайных факторов) вероятностная модель рассматривается как прогрессивная альтернатива обычно практикуемой детерминированной модели при воздействии многочисленных факторов и их сочетаний, недостаточно обеспечивающих требуемый уровень надежности. При оценке надежности СЭС, функционирующих в сложных ПКУ, вероятностный метод, основанный на статистической обработке исходных метеоданных и показателей надежности СЭС с использованием разделения погодных условий, характеризующихся принципиально различными метеофакторами, дает более реалистические результаты.

Как показал анализ, аналитические модели наиболее приемлемы для построения моделей надежности исследуемых СЭС, причем для основных моделей в условиях дефицита исходной информации о надежности элементов СЭС и ограниченных затратах машинного времени, отводимого на выполнение расчетов, наиболее удобно использовать аппарат Марковских процессов (МП). Это наиболее полно удовлетворяет задаче моделирования надежности в том смысле, что позволяет полнее учесть функциональные основные связи элементов СЭС и ее структуру и дает возможность получить приемлемые, с точки зрения надежности, оценки комплекса показателей надежности [11, 12, 14, 15].

Широкое применение МП для описания поведения многих реальных физических систем, к которым относятся СЭС, объясняется тем, что с их помощью удается достаточно адекватно описывать случайные процессы этих систем и для них хорошо разработан математический аппарат, позволяющий решать многие прикладные задачи.

Кроме того, МП являются наиболее изученным классом случайных процессов с дискретным множеством состояний и непрерывным временем, которыми характеризуются СЭС и которыми можно описать эволюцию СЭС при изменении ее надежности, связанную с влиянием МФ, что является одной из задач настоящей работы.

При анализе надежности СЭС их функционирование рассматривается как случайный процесс перехода системы из состояния в состояние, обусловленный отказами и восстановлениями ее составляющих элементов и который может быть достаточно строго описан дискретным МП, а в некоторых задачах и Марковской цепью.

Свойством, определяющим МП, является не зависимость будущего поведения процес-

са от его прошлого, а зависимость только от настоящего (отсутствие последействия). Таким образом, случайный процесс $X(t)$ называется Марковским, если для любых моментов времени $t_1 < t_2 < t_n$ из отрезка (0, T) условная функция распределения последнего значения $X(t_n)$ при фиксированных значениях $X(t_1), X(t_2) \dots, X(t_{n-1})$ зависит только от $X(t_{n-1})$, т.е. при заданных $X_1, X_2 \dots, X_n$ справедливо выражение

$$P\{X(t_n) \leq \frac{X_n}{X(t_1)} = X_1 \dots, X(t_{n-1}) = X_{n-1}\} = P\{X(t_n) \leq \frac{X_n}{X(t_{n-1})} = X_{n-1}\}. \quad (1)$$

Если все законы распределения величин, характеризующих СЭС, экспоненциальные, а число состояний системы конечно, то поведение системы удобно описать с помощью однородных МП.

Моделирование процессов отказов и восстановлений МП предусматривает составление, анализ и решение системы дифференциальных уравнений, в которых неизвестными функциями являются вероятности состояний.

Для графа МП с двумя состояниями (рис. 1) система дифференциальных уравнений будет иметь вид:

$$\frac{dp_o(t)}{dt} = -\omega \cdot p_o(t) + \mu \cdot p_1(t) \text{ – состояние 0 (работоспособное);}$$

$$\frac{dp_1(t)}{dt} = -\mu \cdot p_1(t) + \omega \cdot p_o(t) \text{ – состояние 1 (неработоспособное).}$$

Произведения ωdt и μdt выполняют роль вероятностей перехода соответственно в отказное (неработоспособное) и в работоспособное состояние элемента СЭС.

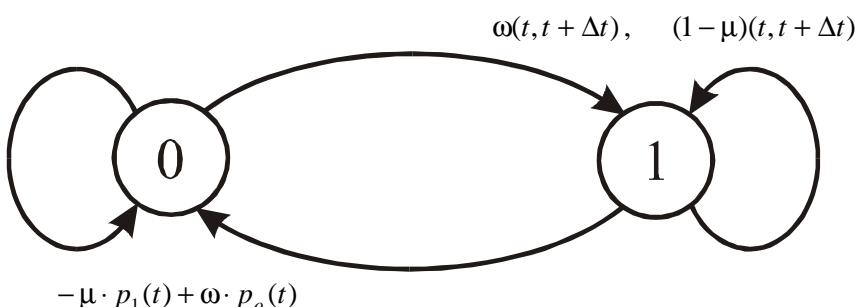


Рисунок 1 – Граф МП с двумя состояниями

На рисунке 2 представлен график состояний и переходов системы из двух элементов, соответствующий дискретному МП

$$\omega(t, t + \Delta t), (1 - \mu)(t, t + \Delta t)$$

Вершинам графа соответствуют состояния системы. Каждая связь состояния x_i характеризует интенсивность или вероятность перехода.

К показателям надежности СЭС, моделируемой МП, отнесены:

- параметр потока отказов $\omega(t)$;
- наработка на отказ $T_o(t)$;
- среднее время восстановления $t_B(t)$;

- коэффициент готовности K_r .

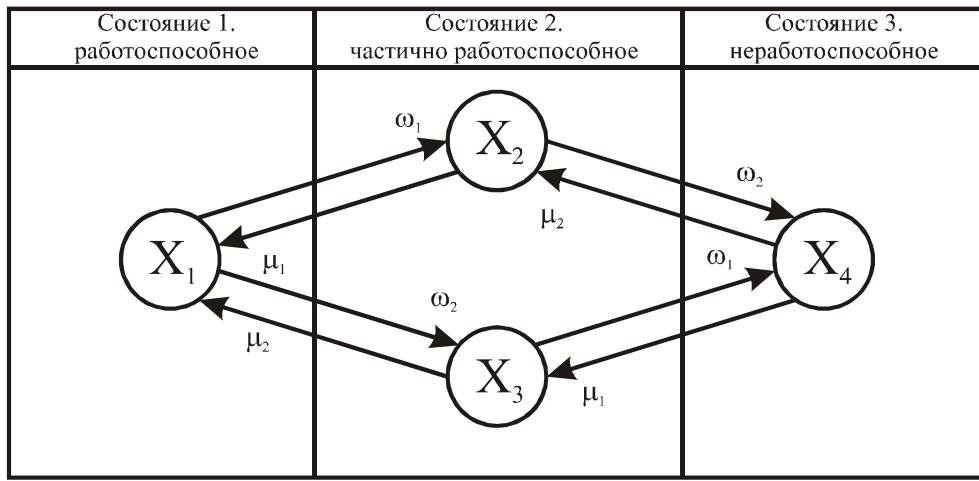


Рисунок 2- Граф состояния и переходов двухэлементной системы: X_1 – оба элемента в работе; X_2 – элемент 1 в работе, элемент 2 отказал; X_3 – элемент 2 в работе, элемент 1 отказал; X_4 – оба элемента отказали

Вероятность переходов между состояниями процесса запишутся как

$$P_{ij}(t, t') = P\{t_i, X_i \dots, t', X_j\} = P\{X(t) = \frac{X_j}{X(t)} = X_i\}. \quad (2)$$

Это условная вероятность того, что система в момент времени будет находиться в состоянии X_j , если в предшествующий момент времени t она находилась в состоянии X_i .

Определение параметров МП во многом зависит от свойств самого процесса (табл. 1).

Таблица 1
Свойства Марковского процесса

Свойства	Характеристика
1. Однородность	Вероятность переходов МП $X(t)$ для всех возможных состояний X_i и X_j не зависит от значений t и t' , а зависит от их разности $\tau = t - t'$, т.е. $P_{ij}(t, t') = P_{ij}(\tau)$ для всех $i, j = 1, 2, \dots, m$.
2. Ординарность	За малый промежуток времени τ невозможно более чем одно изменение процесса.
3. Эргодичность	Для вероятностей переходов из состояния X_i в любое состояние X_i, X_j, X существуют пределы.

Поведение технической системы во времени, которая укладывается в рамки ординарного дискретного процесса, отражается системой дифференциальных уравнений Колмогорова-Чепмена для вероятностей реализаций возможных состояний

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = -P_i(t) \sum_{j=1}^m \lambda_{ij}(t) + \sum_{i=1}^m P_j(t) \cdot \lambda_{ij}(t), \quad (3)$$

где $i, j = 1, m$ – для системы из n элементов $m = 2^n$; $\lambda_{ij}(t)$ – интенсивность перехода из X_i в X_j ; $P_i(t) = P(t, X_i)$ – вероятность того, что в момент t процесс будет находиться в состоянии X_i ; $P_i(t)$ – соответственно в X_j .

Вероятности $P_i(t)$ должны удовлетворять условию нормировки

$$\sum_{j=1}^m P_j(t) = 1. \quad (4)$$

Интенсивности связаны с переходными вероятностями следующим образом:

$$\lambda_{ij}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_{ij}(t, t' + \Delta t)}{\Delta t}, \quad (5)$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m \lambda_{ij}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1 - P_{ij}(t, t' + \Delta t)}{\Delta t}. \quad (6)$$

В однородном МП интенсивности переходов не зависят от времени $\lambda_{ij}(t) = \lambda_{ij}$. В этом случае система уравнений (7) примет вид

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = -P_i(t) \cdot \lambda_{ij} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m P_j(t) \cdot \lambda_{ij}, \quad (7)$$

или в матричной форме

$$|\dot{P}(t)| = A|P(t)|,$$

где $P(t)$ – вектор-строка из элементов $\frac{dP_1(t)}{dt}, \frac{dP_2(t)}{dt}, \dots$

A – матрица интенсивностей

$$A = \begin{vmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \dots & \lambda_{1m} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \dots & \lambda_{2m} \\ \lambda_{m1} & \lambda_{m2} & \dots & \lambda_{mm} \end{vmatrix}.$$

Диагональные элементы матрицы A определены в виде

$$\lambda_{ij} = -\sum_{i \neq j} \lambda_{ij}. \quad (8)$$

Сумма элементов в каждой строке этой матрицы равна нулю.

Если время работы до отказа и время восстановления элементов системы подчиняются экспоненциальному закону, то естественно обеспечивается отсутствие последствия в описании процесса и его однородность.

Система уравнений, соответствующая графу однородного МП (рис. 2), будет иметь вид

$$\begin{aligned} dP_1(t) &= -P_1(t) \cdot (\lambda_{12} + \lambda_{13}) + P_2(t) \cdot \lambda_{21} + P_3(t) \cdot \lambda_{31}, \\ dP_2(t) &= -P_2(t) \cdot (\lambda_{21} + \lambda_{24}) + P_1(t) \cdot \lambda_{12} + P_4(t) \cdot \lambda_{42}, \\ dP_3(t) &= -P_3(t) \cdot (\lambda_{31} + \lambda_{34}) + P_1(t) \cdot \lambda_{13} + P_4(t) \cdot \lambda_{43}, \\ dP_4(t) &= -P_4(t) \cdot (\lambda_{42} + \lambda_{43}) + P_2(t) \cdot \lambda_{24} + P_3(t) \cdot \lambda_{34}. \end{aligned} \quad (9)$$

Для графа (рис. 3) пространства состояний системы с двумя независимыми элементами матрица интенсивностей переходов А запишется в виде, представленном в табл. 2.

Таблица 2

Матрица интенсивностей переходов А

	1	2	3	4
1	$-(\omega_a + \omega_b)$	ω_a	ω_b	0
2	μ_a	$-(\omega_b + \mu_a)$	0	ω_b
3	μ_b	0	$-(\omega_a + \mu_b)$	λ_a
4	0	μ_b	μ_a	$-(\mu_a + \mu_b)$

Матрица записана с учетом, что поток отказов элементов СЭС принят простейшим, а время восстановления – подчиняющимся экспоненциальному распределению. Поэтому $\omega_i = \lambda$.

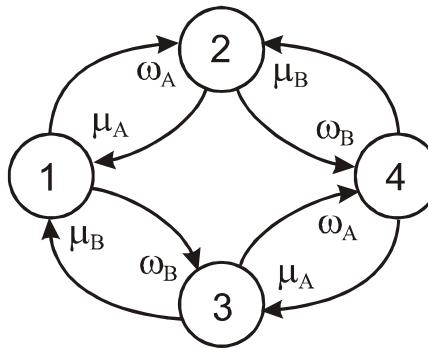


Рисунок 3 - Граф пространства состояний системы с двумя независимыми элементами: 1) состояние 1 – элементы «А» и «В» работают; 2) состояние 2 – элемент «А» отказал, элемент «В» работает; 3) состояние 3 – элемент «В» отказал, элемент «А» работает; 4) состояние 4 – элемент «А» и «В» отказали

$$\begin{aligned} -(\omega_a + \omega_b) \cdot P_1 + \mu_a \cdot P_2 + \mu_b \cdot P_3 &= 0, & \omega_a P_1 - (\omega_b + \mu_a) \cdot P_2 + \mu_b \cdot P_4 &= 0, \\ \omega_b P_1 - (\omega_a + \mu_b) \cdot P_3 + \mu_a \cdot P_4 &= 0, & \omega_b P_1 - \omega_a \cdot P_2 - (\mu_a + \mu_b) \cdot P_3 &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Так как уравнения (10) независимы, то одно из них можно опустить и вместо него добавить уравнение $\sum P_i = 1$, т.е.

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 1.$$

Решение системы уравнений (10) с учетом преобразований записывается в виде

$$P_1 = \frac{\mu_a \cdot \mu_b}{\Delta}, P_2 = \frac{\lambda_a \cdot \mu_b}{\Delta}, P_3 = \frac{\lambda_b \cdot \mu_a}{\Delta}, P_4 = \frac{\lambda_a \cdot \lambda_b}{\Delta}, \Delta = (\lambda_a + \mu_a)(\lambda_b + \mu_b). \quad (11)$$

Среднюю продолжительность пребывания процесса в каждом состоянии определим как

$$T_1 = \frac{1}{\omega_a + \omega_b}; \quad T_2 = \frac{1}{\mu_a + \mu_b}. \quad (12)$$

Частота вхождения в каждое состояние φ_i определяется из условия:

$$\begin{aligned}
 \Phi_i &= P_i \cdot \sum_{j \neq i} \omega_{ij}, \\
 \Phi_1 &= \frac{\mu_a \cdot \mu_b \cdot (\omega_a + \omega_b)}{D} \\
 \Phi_2 &= \frac{\omega_a \cdot \mu_b \cdot (\omega_a + \mu_b)}{D} \\
 \Phi_3 &= \frac{\omega_b \cdot \mu_a \cdot (\omega_a + \mu_b)}{D} \\
 \Phi_4 &= \frac{\omega_a \cdot \omega_b \cdot (\mu_a + \mu_b)}{D}
 \end{aligned} \quad (13)$$

По итогам вышеописанного можно заключить, что вопрос оптимизации надежности СЭС является актуальным и решение задач надежности требует дальнейшего исследования. Анализ методов моделирования при исследовании надежности СЭС показал, что при решении задач исследования и оптимизации СЭС аналитические методы моделирования более наглядно отражают присущие процессу функционирования СЭС в сложных ПКУ закономерности, причем наиболее приемлемым является аппарат МП, позволяющий заменить дорогостоящие и невозможные эксперименты на реальных СЭС на математические модели.

Список литературы:

1. Зейлидзон Е.Д. О характере развития особо тяжелых каскадных аварий // Докл. на III Всесоюз. науч.-техн. совещ. по устойчивости и надежности энергосистем СССР. - Л., 1973. - С. 49 - 55.16.
2. Китушин В.Г. К вопросу о формализации понятия живучести электроэнергетических систем / В.Г. Китушин, Б.Б. Кобец // Методические вопросы исследования больших систем энергетики. - Иркутск: СЭИ СО АН СССР, 1980. - Вып. 20. - С. 15 - 23.17.
3. Розанов М.Н. Надежность электроэнергетических систем. - М.: Энергоатомиздат, 1984. - 200 с.
4. Веников В.А. Исследование надежности систем электроснабжения // Электричество. - 1988. - № 3. - С. 1 - 7.15.
5. Руденко Ю.Н. Надежность систем энергетики /Ю.Н. Руденко, П.А. Ушаков. - М.: Наука, 1986. - 250 с.
6. Фокин Ю.А. Вероятностно-статистические методы в расчетах систем электроснабжения. - М.: Энергоатомиздат, 1985. - 240 с.
7. Дьяков А.Ф. Надежная работа персонала в энергетике. - М.: Изд-во МЭИ, 1991.
8. Дьяков А.Ф. Поддержание надежности работы оперативно-диспетчерского персонала энергосистем. Электрические станции / А.Ф. Дьяков, А.В. Меркуров. - 1997. - № 12. - С. 17 - 20.
9. Китушин В.Г. Надежность энергетических систем. - М.: Высшая школа, 1984.
10. Гук Ю.Б. Анализ надежности электроэнергетических установок. - Л.: Энергоатомиздат, 1988. - 224 с.: ил. - Надежность и качество.12.
11. Эндрени Дж. Моделирование при расчетах надежности в электроэнергетических системах. - Пер. с англ. / Под ред. Ю.И. Руденко. - М.: Энергоатомиздат, 1983. - 336 с.
12. Яшков В.А. Надежность функционирования систем электроснабжения / В.А. Яшков, Г.Г. Трофимов, Д.Н. Турганов. - Алматы: Гылым, 2001. - С.50.
13. Веников В.А. Теория подобия и моделирования применительно к задачам электроэнергетики. - 2-е изд. - М.: Высшая школа, 1976. - С.95.
14. Турганов Д.Н. Марковские модели надежности СЭС нефтегазовых комплексов / Д.Н. Турганов, В.А. Яшков // Материалы 1 Междунар. науч.-техн. конф. «Современные проблемы геофизики, геологии, освоения, переработки и использования углеводородного сырья Казахстана». - Атырау, 2000. - С. 227 - 229.106.
15. Яшков В.А. Расчет надежности СЭС установок бурения с использованием Марковских моделей /В.А. Яшков, Д.Н. Турганов, А.И. Исмагулова // Проблемы нефтегазового комплекса Казахстана: Материалы Междунар. науч.-техн. конф. - Атырау, 2001. - Т.1. - С. 398 - 401.107.

Получено 4.02.10
