

ИДЗ № 1 «Случайные события»

Выполнить: 1) кратко ответить на теоретические вопросы.

2) задачи: №№ 1, 3-9, 12, 15-17, 19, 20

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ

1. События. Правила действий над событиями.
2. Классическое, геометрическое и статистическое определения вероятности. Аксиомы Колмогорова.
3. Теорема сложения вероятностей.
4. Условная вероятность. Формула умножения вероятностей. Попарная независимость событий и независимость в совокупности.
5. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.
6. Схема независимых испытаний. Формула Бернулли.
7. Локальная теорема Муавра — Лапласа (без доказательства).
8. Формула Пуассона как асимптотическая для формулы Бернулли.

РАСЧЕТНЫЕ ЗАДАНИЯ

(Исходные данные к задачам см. в конце главы)

Задача 1. Бросаются две игральные кости. Определить вероятность того, что: а) сумма числа очков не превосходит N ; б) произведение числа очков не превосходит N ; в) произведение числа очков делится на N . (См. п. 2.1 и исходные данные.)

Задача 2. Имеются изделия четырех сортов, причем число изделий i -го сорта равно n_i , $i = 1, 2, 3, 4$. Для контроля наудачу берутся m изделий. Определить вероятность того, что среди них m_1 первосортных, m_2 , m_3 и m_4 второго, третьего и четвертого сорта соответственно $\left(\sum_{i=1}^4 m_i = m\right)$. (См. п. 2.1; 2.2 и исходные данные.)

Задача 3. Среди n лотерейных билетов k выигрышных. Наудачу взяли m билетов. Определить вероятность того, что среди них l выигрышных. (См. п. 2.1; 2.2 и исходные данные.)

Задача 4. В лифт k -этажного дома сели n пассажиров ($n < k$). Каждый независимо от других с одинаковой вероятностью может выйти на любом (начиная со второго) этаже. Определить вероятность того, что: а) все вышли на разных этажах; б) по крайней мере, двое сошли на одном этаже. (См. п. 2.1, 2.2 и исходные данные.)

Задача 5. В отрезке единичной длины наудачу появляется точка. Определить вероятность того, что расстояние от точки до концов отрезка превосходит величину $1/k$. (См. п. 2.3 и исходные данные.)

Задача 6. Моменты начала двух событий наудачу распределены в промежутке времени от T_1 до T_2 . Одно из событий длится

10 мин., другое — t мин. Определить вероятность того, что:
а) события «перекрываются» по времени; б) «не перекрываются».
(См. п. 2.3 и исходные данные.)

Задача 7. В круге радиуса R наудачу появляется точка. Определить вероятность того, что она попадает в одну из двух непересекающихся фигур, площади которых равны S_1 и S_2 . (См. п. 2.3 и исходные данные.)

Задача 8. В двух партиях k_1 и $k_2\%$ доброкачественных изделий соответственно. Наудачу выбирают по одному изделию из каждой партии. Какова вероятность обнаружить среди них:
а) хотя бы одно бракованное; б) два бракованных; в) одно доброкачественное и одно бракованное? (См. п. 2.4 и исходные данные.)

Задача 9. Вероятность того, что цель поражена при одном выстреле первым стрелком p_1 , вторым — p_2 . Первый сделал n_1 , второй — n_2 выстрелов. Определить вероятность того, что цель не поражена. (См. п. 2.4 и исходные данные.)

Задача 12. Из 1000 ламп n_i принадлежат i -й партии, $i=1, 2, 3$, $\sum_{i=1}^3 n_i = 1000$. В первой партии 6%, во второй 5%, в третьей 4% бракованных ламп. Наудачу выбирается одна лампа. Определить вероятность того, что выбранная лампа — бракованная. (См. п. 2.5 и исходные данные.)

Задача 15. В магазин поступают однотипные изделия с трех заводов, причем i -й завод поставляет $m_i\%$ изделий ($i=1, 2, 3$). Среди изделий i -го завода $n_i\%$ первосортных. Куплено одно изделие. Оно оказалось первосортным. Определить вероятность того, что купленное изделие выпущено j -м заводом. (См. п. 2.5 и исходные данные.)

Задача 16. Монета бросается до тех пор, пока герб не выпадает n раз. Определить вероятность того, что цифра выпадает m раз. (См. п. 2.6 и исходные данные.)

Задача 17. Вероятность выигрыша в лотерею на один билет равна p . Куплено n билетов. Найти наимвероятнейшее число выигравших билетов и соответствующую вероятность. (См. п. 2.6 и исходные данные.)

Задача 19. Вероятность «сбоя» в работе телефонной станции при каждом вызове равна p . Поступило n вызовов. Определить вероятность m «сбоев» (См. п. 2.6 и исходные данные.)

Задача 20. Вероятность наступления некоторого события в каждом из n независимых испытаний равна p . Определить вероятность того, что число m наступлений события удовлетворяет следующему неравенству.

Варианты 1—11: $k_1 \leq m \leq k_2$.

Варианты 12—21: $k_1 \leq m$.

Варианты 22—31: $m \leq k_2$.

(См. п. 2.6 и исходные данные.)

Исходные данные к расчетным заданиям

(В первой горизонтальной строке указаны номера задач,
в левом столбце — номера вариантов)

№	1	2								3				4		5
	N	n_1	n_2	n_3	n_4	m_1	m_2	m_3	m_4	n	l	m	k	k	n	k
1	3	1	2	3	4	1	1	2	3	10	2	4	6	6	4	4
2	4	2	2	4	2	1	1	1	2	10	2	3	6	7	4	5
3	5	2	3	4	1	1	2	3	1	10	3	5	7	8	5	6
4	6	1	4	2	3	1	2	1	2	10	3	5	6	9	5	5
5	7	4	2	2	2	3	1	2	1	11	2	5	7	10	6	6
6	8	3	2	3	2	2	1	3	1	11	3	4	8	11	4	7
7	9	5	1	2	2	3	1	1	1	11	3	5	7	12	4	6
8	10	2	5	2	1	1	1	1	1	12	3	8	5	13	3	7
9	3	4	2	3	2	2	1	2	1	12	2	8	3	14	3	8
10	4	3	3	4	1	2	1	2	1	12	2	5	4	13	4	7
11	5	2	3	3	3	1	2	3	1	9	2	4	6	12	3	8
12	6	1	3	4	3	1	2	2	1	9	3	5	6	11	3	5
13	7	2	3	4	2	1	2	3	1	9	2	3	7	10	4	6
14	8	1	2	3	5	1	1	2	3	8	2	4	5	9	4	7
15	9	2	3	4	2	1	2	2	1	8	2	5	4	8	3	8
16	10	3	2	2	4	2	1	1	1	8	3	4	5	7	3	9
17	11	4	3	2	3	2	1	2	1	10	4	6	5	6	4	8
18	12	3	3	4	2	2	1	2	2	10	5	7	7	7	4	7
19	13	2	4	5	1	2	2	3	1	10	4	6	7	8	5	6
20	14	3	4	3	2	2	2	3	2	12	4	8	6	9	5	5
21	15	2	5	2	3	1	3	1	2	8	2	3	4	10	6	4
22	16	4	4	2	2	2	2	2	1	8	2	3	5	11	4	4
23	17	2	7	2	1	1	5	2	2	8	2	4	3	12	4	5
24	18	3	1	6	2	2	1	3	1	8	3	5	4	13	3	6
25	19	2	2	2	3	1	1	1	2	8	1	4	2	14	3	7
26	20	1	3	3	2	1	3	1	1	9	2	3	5	12	3	8

Продолжение

№	1	2								3				4		5
	N	n_1	n_2	n_3	n_4	m_1	m_2	m_3	m_4	n	l	m	k	k	n	k
27	3	1	4	2	2	0	2	1	1	9	3	4	4	11	3	9
28	4	2	3	1	3	1	2	0	1	9	2	6	3	10	4	10
29	5	3	1	2	3	0	1	1	2	9	4	5	5	9	4	9
30	6	3	2	3	1	2	2	2	0	9	3	5	4	8	3	8
31	8	2	3	1	3	2	1	0	2	9	2	3	6	7	3	7

Продолжение

№	6			7			8		9				10
	T_1^{*1}	T_2^{*1}	t	R	S_1	S_2	k_1	k_2	p_1	p_2	n_1	n_2	k
1	900	1000	10	11	2,25	3,52	71	47	0,61	0,55	2	3	4
2	900	1100	20	12	2,37	3,52	78	39	0,62	0,54	3	2	5
3	1000	1100	10	13	2,49	3,52	87	31	0,63	0,53	2	3	6
4	1000	1200	20	14	2,55	1,57	72	46	0,64	0,52	3	2	7
5	1100	1200	15	11	2,27	5,57	79	38	0,65	0,51	2	3	8
6	1100	1300	15	12	2,39	5,57	86	32	0,66	0,49	3	2	9
7	900	930	10	13	2,51	1,57	73	45	0,67	0,48	2	3	10
8	900	1130	20	14	2,57	3,52	81	37	0,68	0,47	3	2	11
9	1000	1030	15	11	2,29	3,52	85	33	0,69	0,46	2	3	4
10	1000	1130	15	12	2,41	3,52	74	44	0,71	0,45	3	2	5
11	1100	1130	5	13	2,53	3,52	82	36	0,72	0,44	2	3	6
12	1100	1230	5	14	2,59	5,57	84	34	0,73	0,43	3	2	7
13	1200	1300	5	15	2,5	8,7	75	43	0,74	0,42	2	3	8
14	1200	1230	10	16	2,6	8,5	83	35	0,75	0,41	3	2	9
15	1200	1330	5	11	2,2	3,5	76	42	0,76	0,39	2	3	10
16	1300	1400	10	12	2,4	3,5	77	41	0,77	0,38	3	2	12
17	1800	1900	10	13	2,5	3,5	47	71	0,78	0,37	2	3	5
18	1800	2000	20	14	2,6	1,8	39	78	0,39	0,45	3	2	6
19	1700	1800	10	15	2,7	7,9	31	87	0,38	0,46	2	3	7
20	1700	1900	20	16	2,7	8,2	72	46	0,37	0,47	3	2	8
21	1900	2000	15	11	2,3	3,5	38	79	0,36	0,48	2	3	9
22	1900	2100	15	12	2,4	3,5	32	86	0,35	0,49	3	2	10
23	1700	1730	10	13	2,5	3,5	73	45	0,34	0,51	2	3	11
24	1700	1830	20	14	2,6	5,6	81	37	0,33	0,52	3	2	4
25	1600	1630	15	15	2,5	8,7	33	85	0,32	0,53	2	3	5
26	1600	1730	15	11	2,3	5,6	44	74	0,31	0,54	3	2	6
27	1700	1730	5	12	2,4	5,6	36	82	0,29	0,55	2	3	7
28	1700	1830	5	13	2,5	3,5	84	34	0,28	0,56	3	2	8
29	1600	1700	5	14	2,6	5,6	75	43	0,27	0,57	2	3	9
30	1600	1630	10	15	2,7	7,9	83	35	0,26	0,58	3	2	10
31	1600	1730	5	12	2,25	3,52	76	42	0,25	0,59	2	3	11

*) Здесь две последние цифры означают минуты.

Продолжение

№	11		12		13					14				15						
	M	n ₁	n ₂	N ₁	M ₁	N ₂	M ₂	K	k	l	m	n	m ₁	m ₂	m ₃	n ₁	n ₂	n ₃	l	
1	12	100	250	4	1	2	5	3	8	10	3	2	50	30	20	70	80	90	1	
2	8	430	180	7	3	5	1	4	7	6	2	3	50	30	20	70	80	90	2	
3	5	170	540	2	3	5	4	1	6	8	3	1	50	30	20	70	80	90	3	
4	11	520	390	8	2	3	2	5	12	5	3	2	60	20	20	70	80	90	1	
5	7	360	600	6	4	1	7	2	13	11	2	4	60	20	20	70	80	90	2	
6	10	700	90	3	2	4	4	2	11	8	2	5	60	20	20	70	80	90	3	
7	6	240	610	5	5	4	10	6	12	7	2	4	40	30	30	80	80	90	1	
8	9	80	710	13	12	4	6	10	9	6	2	3	40	30	30	80	80	90	2	
9	3	630	230	1	9	3	3	4	10	7	4	1	40	30	30	80	80	90	3	
10	8	500	320	3	7	5	2	3	11	7	4	4	40	20	40	90	90	80	1	
11	5	810	70	4	6	7	8	5	13	8	5	2	40	20	40	90	90	80	2	
12	10	450	280	2	3	7	1	2	8	7	3	3	40	20	40	90	90	80	3	
13	6	270	640	2	2	3	1	1	12	10	4	2	70	20	10	70	80	90	1	
14	9	380	470	2	8	3	1	6	9	6	1	3	70	20	10	70	80	90	2	
15	4	640	80	6	4	3	3	4	6	8	3	2	70	20	10	70	80	90	3	
16	7	160	570	5	5	4	3	3	14	13	3	3	60	10	30	80	90	80	1	
17	5	590	200	25	3	25	2	19	11	10	4	5	60	10	30	80	90	80	2	
18	11	620	190	20	1	40	7	15	7	5	2	2	60	10	30	80	90	80	3	
19	9	730	100	20	4	25	5	7	15	9	4	3	50	20	30	90	80	90	1	
20	6	540	200	50	8	20	6	42	8	10	3	3	50	20	30	90	80	90	2	
21	12	90	690	40	8	10	2	35	12	5	2	2	50	20	30	90	80	90	3	
22	8	220	550	25	2	20	4	12	14	11	3	5	30	30	40	70	70	80	1	
23	10	290	700	20	1	40	5	15	6	7	2	2	30	30	40	70	70	80	2	
24	7	350	440	25	2	25	6	15	13	9	4	4	30	30	40	70	70	80	3	
25	3	470	360	10	3	50	11	7	9	6	3	3	20	40	40	90	70	80	1	
26	6	680	230	20	1	20	4	15	11	10	2	5	20	40	40	90	70	80	2	
27	9	710	160	25	3	25	7	17	7	8	4	3	20	40	40	90	70	80	3	
28	4	180	270	40	5	50	8	12	12	11	5	4	10	50	40	70	90	80	1	
29	7	260	620	40	8	20	4	27	8	3	2	2	10	50	40	70	90	80	2	
30	5	650	140	25	3	40	2	14	6	6	1	2	10	50	40	70	90	80	3	
31	8	230	480	20	1	50	6	11	10	8	3	3	20	30	50	70	70	90	1	

Продолжение

№	16		17		18					19		
	n	m	p	n	n	n ₁	n ₂	p ₁	p ₂	m	n	p
1	3	2	0,3	10	15	1	2	0,1	0,2	7	1000	0,002
2	7	3	0,3	14	15	2	1	0,15	0,15	7	1000	0,003
3	4	7	0,3	13	15	2	2	0,15	0,15	7	1000	0,004
4	4	3	0,3	12	15	1	1	0,1	0,15	7	1000	0,005
5	3	6	0,3	11	15	3	2	0,2	0,25	7	1000	0,006
6	6	5	0,3	15	15	2	2	0,15	0,2	7	1000	0,007
7	3	5	0,4	11	15	3	1	0,2	0,15	7	1000	0,008
8	8	3	0,4	13	15	1	2	0,13	0,17	7	1000	0,009
9	6	4	0,4	14	15	2	1	0,14	0,16	7	1000	0,01
10	4	5	0,4	10	15	1	3	0,16	0,24	7	1000	0,011
11	2	7	0,4	12	15	3	2	0,17	0,23	8	200	0,01
12	5	4	0,4	15	15	3	1	0,18	0,12	8	300	0,01
13	8	6	0,5	12	15	3	1	0,19	0,11	8	200	0,02
14	2	6	0,4	12	15	3	3	0,2	0,26	8	500	0,01
15	2	3	0,5	11	14	1	3	0,09	0,21	8	300	0,02
16	4	2	0,5	13	14	1	4	0,1	0,21	8	700	0,01
17	7	6	0,5	14	14	2	2	0,11	0,2	8	400	0,02
18	5	3	0,5	15	14	2	4	0,12	0,2	8	900	0,01
19	4	6	0,6	13	14	3	3	0,15	0,2	8	500	0,02
20	8	5	0,6	11	14	2	3	0,2	0,2	8	1000	0,011
21	6	3	0,6	12	14	3	4	0,3	0,2	9	500	0,004
22	5	2	0,6	10	14	2	3	0,1	0,2	9	600	0,005
23	3	7	0,6	15	14	3	4	0,2	0,25	9	400	0,01
24	6	8	0,6	14	14	5	4	0,25	0,35	9	500	0,01
25	5	6	0,7	14	14	4	4	0,21	0,39	9	600	0,01
26	7	4	0,7	10	14	4	3	0,1	0,3	9	1000	0,007
27	5	7	0,7	15	14	2	2	0,25	0,35	9	1000	0,008
28	6	2	0,7	11	14	1	2	0,1	0,15	9	1000	0,009
29	7	5	0,7	12	14	1	1	0,05	0,15	9	1000	0,01
30	8	4	0,7	13	14	1	2	0,1	0,1	9	1000	0,011
31	7	2	0,3	13	14	2	2	0,05	0,05	9	1000	0,012

№	20			
	n	p	k_1	k_2
1	100	0,8	80	90
2	100	0,8	85	95
3	100	0,8	70	95
4	100	0,7	83	93
5	100	0,7	50	60
6	100	0,7	65	75
7	100	0,7	70	80
8	100	0,6	40	50
9	100	0,75	65	80
10	100	0,75	70	85
11	100	0,75	68	78
12	100	0,7	60	—
13	100	0,7	70	—
14	100	0,7	80	—
15	100	0,6	65	—
16	100	0,6	75	—
17	100	0,6	50	—
18	100	0,8	70	—
19	100	0,8	80	—
20	100	0,8	90	—
21	100	0,8	95	—
22	100	0,3	—	20
23	100	0,3	—	30
24	100	0,3	—	40
25	200	0,4	—	80
26	200	0,4	—	90
27	200	0,4	—	100
28	300	0,8	—	250
29	400	0,6	—	270
30	400	0,7	—	290
31	400	0,8	—	300