СРОП
Занятие № 1

Область определения функции двух переменных. Предел и непрерывность. Частные производные. Экстремум функции двух переменных

Задание 1. Найти области определения следующих функций:

1) $z = \sqrt{y^2 - 2x + 4}$

2) $z = \dfrac{1}{\sqrt{x + y}} + \sqrt{x - y}$

3) $z = \ln x + \ln \cos y$

4) $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 9}$

Задание 2. Найти частные производные указанных функций:

1) $z = (x^3 + y^3 - xy^2)^3$

2) $z = \arcsin \dfrac{y}{x}$

3) $z = x\sqrt{y} = y/\sqrt{x}$

4) $z = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})$

5) $z = \ln(xy + \ln xy)$

6) $u = \mathrm{arctg}(xy/z)$

7) $u = \ln\sqrt{(x^2 + y^2)/(x^2 + z^2)}$

8) $u = (xy)^{z^2}$

Задание 3. Вычислить $u'_x + u'_y + u'_z$ в точке $M_0(1,1,1)$, если

$$u = \ln(1 + x + y^2 + z^3).$$

Ответ: 3/2.

Задание 4. Вычислить значения частных производных функции

$$z = x + y + \sqrt{x^2 + y^2}$$

в точке $M_0(3,4)$.

Ответ: 2/5, 1/5.

Задание 5. Найти экстремум функции $z = x^2 - y^2$ при условии, что

$$y = 2x - 6.$$

Подставив $y = 2x - 6$ в данную функцию, получим функцию одной переменной x:

$$z = x^2 - (2x - 6)^2, \quad z = -3x^2 + 24x - 36.$$

Находим

$$z' = -6x+24;$$

$$z' = 0,$$

откуда $x = 4$.

Так как $z'' = -6<0$, то в точке $M_1(4,2)$ данная функция достигает условного максимума: $z_{max} = 12$.