

## 1 ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ

После изучения теоретического материала с целью контроля его усвоения студент должен выполнить контрольную работу. Задания контрольной работы разбиты в соответствии с теоретическим материалом.

Выполненные контрольные работы могут быть сданы на проверку в электронном виде (отправлены по электронной почте на e-mail преподавателя).

Работы должны удовлетворять следующим требованиям по оформлению:

- на титульном листе указать фамилию и инициалы студента, специальность, группу, полный личный шифр по зачетной книжке, дату отправки на проверку;
- условия задач должны быть выписаны полностью, решения задач должны иметь подробные пояснения, вычисления приведены полностью. Недопустимы сокращения слов кроме общепринятых. Чертежи и графики должны быть выполнены аккуратно и четко с указанием единиц масштаба, координатных осей и других элементов чертежа;
- после получения работы (как с отметкой «на доработку», так и с отметкой «к защите») студент должен исправить все замечания и недочеты, отмеченные рецензентом, выполнив работу над ошибками. В случае необходимости работу переделать и представить на повторное рецензирование;

Если в процессе изучения материала или при решении задач возникают вопросы, для получения письменной (по электронной почте) или устной консультации можно обратиться к преподавателю.

В случае письменной консультации в запросе следует точно указать характер затруднения. При этом следует указать автора и полное название книги, год издания и страницу, где трактуется непонятный для студента вопрос или помещена соответствующая задача.

Устные консультации проводятся согласно расписанию на кафедре или по устному или письменному согласованию с преподавателем.

## 2 ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 2

*В задачах 4.01-4.10 найти неопределенные интегралы. В пунктах а) и б) проверить результаты дифференцированием:*

4.1 а)  $\int x^4 \sqrt{3x^5 + 1} \, dx;$

б)  $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} \, dx;$

в)  $\int \frac{x-3}{x^2 - 2x + 2} \, dx;$

г)  $\int (4x+1) \sin 2x \, dx;$

д)  $\int \frac{x+2}{x^3 + x^2} \, dx;$

е)  $\int \operatorname{tg}^3 7x \, dx.$

4.6 а)  $\int \frac{dx}{x(4 - \ln^2 x)};$

б)  $\int \frac{dx}{x + \sqrt[3]{x^2}};$

в)  $\int \frac{2x \, dx}{x^2 + x - 7};$

г)  $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} \, dx;$

д)  $\int \frac{(3x+2)}{x(x^2 - 6x + 5)} \, dx;$

е)  $\int \frac{dx}{\cos^4 x}.$

4.2 а)  $\int e^{\sin^2 x} \sin 2x \, dx;$

б)  $\int \frac{x}{\sqrt{x-1}-1} \, dx;$

в)  $\int \frac{(2+x)dx}{3-2x-x^2};$

г)  $\int \ln(x^2 + 1) \, dx;$

д)  $\int \frac{(6x+5)}{x(x^2 + 4x + 3)} \, dx;$

е)  $\int (1 - \sqrt{\sin x}) \cos^3 x \, dx.$

4.7 а)  $\int \frac{x^3}{x^8 + 5} \, dx;$

б)  $\int \frac{\sqrt{x+4}}{x} \, dx;$

в)  $\int \frac{(5x+2) \, dx}{5x^2 + 5x - 5};$

г)  $\int x \cdot 3^{-2x} \, dx;$

д)  $\int \frac{x^3 + x + 1}{x(x^2 + 1)} \, dx;$

е)  $\int \frac{\sin 2x}{1 + \sin^2 x} \, dx.$

4.3 а)  $\int \frac{\arcsin 2x + x}{\sqrt{1-4x^2}} \, dx;$

б)  $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3} + 1} \, dx;$

в)  $\int \frac{x \, dx}{x^2 + 6x + 8};$

г)  $\int (x+3) \cdot 2^x \, dx;$

д)  $\int \frac{x+2}{x(x^2 - 6x + 5)} \, dx;$

е)  $\int \frac{\sin^2 x \, dx}{\cos^4 x}.$

4.8 а)  $\int \frac{1 - \sin x}{x + \cos x} \, dx;$

б)  $\int \frac{x}{\sqrt{x+4} + 1} \, dx;$

в)  $\int \frac{(x-3)dx}{3-2x-x^2};$

г)  $\int (x^2 - 1) \cos 2x \, dx;$

д)  $\int \frac{x^5 \, dx}{(x-2)(x-1)};$

е)  $\int \frac{dx}{3 + 4 \sin x + 3 \cos x}.$

$$4.4 \text{ а) } \int 3x \cdot e^{3x^2+1} dx;$$

$$\text{б) } \int \frac{\sqrt{x+1}}{x} dx;$$

$$\text{в) } \int \frac{4x+4}{4x^2+12x+4} dx;$$

$$\text{г) } \int (x-2) \cdot \cos 3x dx;$$

$$\text{д) } \int \frac{x dx}{(2x+1)(x^2-5x+2)};$$

$$\text{е) } \int \frac{dx}{\sin^4 x}.$$

$$4.9 \text{ а) } \int x \cdot \sin(1-x^2) dx;$$

$$\text{б) } \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x+1}} dx;$$

$$\text{в) } \int \frac{(x+4) dx}{x^2+6x-8};$$

$$\text{г) } \int (2x+1) \cdot e^{-3x} dx;$$

$$\text{д) } \int \frac{x+2}{x(x^2+4)} dx;$$

$$\text{е) } \int \frac{dx}{1+\operatorname{ctg} 2x}.$$

$$4.5 \text{ а) } \int \frac{\sqrt[3]{1+\ln x}}{x} dx;$$

$$\text{б) } \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2+9}};$$

$$\text{в) } \int \frac{(1-x) dx}{x^2-2x-4};$$

$$\text{г) } \int x^2 \cdot e^x dx;$$

$$\text{д) } \int \frac{dx}{(x^2+1)(x-2)};$$

$$\text{е) } \int \frac{dx}{1+\sin x + \cos x}.$$

$$4.10 \text{ а) } \int \frac{\sqrt[4]{x} + \ln x}{x} dx;$$

$$\text{б) } \int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x^2}};$$

$$\text{в) } \int \frac{4x dx}{x^2+2x+4};$$

$$\text{г) } \int \operatorname{arctg} 4x dx;$$

$$\text{д) } \int \frac{x}{(x-1)(x^2+1)} dx;$$

$$\text{е) } \int \sin^5 x \cdot \sqrt[3]{\cos x} dx.$$

В задачах 5.01-5.10 (пункты а, б, в, г) вычислить значения интегралов. В пункте д) вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями, сделать чертеж.

$$5.1 \text{ а) } \int_3^8 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx;$$

$$\text{б) } \int_0^{e-1} \ln(x+1) dx;$$

$$\text{в) } \int_2^{+\infty} \frac{\ln x}{x} dx;$$

$$\text{г) } \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}};$$

$$\text{д) } y = 5 - x^2, 3x + y - 1 = 0.$$

$$5.6 \text{ а) } \int_0^{\sqrt{2}} \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} dx;$$

$$\text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x+1) \cos x dx;$$

$$\text{в) } \int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx;$$

$$\text{г) } \int_3^5 \frac{dx}{\sqrt{6x-5-x^2}};$$

$$\text{д) } y = 3 - 2x, y = x^2.$$

$$5.2 \text{ а) } \int_9^{16} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} dx;$$

$$\text{б) } \int_0^1 x \operatorname{arctg} x dx;$$

$$\text{в) } \int_0^{\infty} \frac{x dx}{x^4+1};$$

$$5.7 \text{ а) } \int_0^4 \frac{x}{1+\sqrt{x}} dx;$$

$$\text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{8}} x^2 \sin 4x dx;$$

$$\Gamma) \int_0^1 \frac{xdx}{\sqrt{1-x^4}};$$

$$\Delta) y = x^3, y = 4x.$$

$$\text{B)} \int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2};$$

$$\Gamma) \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{x-3}};$$

$$\Delta) y = \frac{1}{3}x^2, y = 4 - \frac{2}{3}x^2.$$

$$5.3 \text{ а)} \int_1^5 \frac{\sqrt{2x-1}}{x} dx;$$

$$\text{б)} \int_1^2 \sqrt{x} \ln x dx;$$

$$\text{B)} \int_4^{\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{x^3} dx;$$

$$\Gamma) \int_0^1 \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}};$$

$$\Delta) y = 2x - x^2, y = -x.$$

$$5.8 \text{ а)} \int_3^8 \frac{x + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}} dx;$$

$$\text{б)} \int_{-1}^0 (x+3)e^{-2x} dx;$$

$$\text{B)} \int_1^{\infty} \frac{x^2 dx}{1+x^6};$$

$$\Gamma) \int_0^7 \frac{dx}{x^2 - 6x - 7};$$

$$\Delta) y = 2 - x^2, y = x^2.$$

$$5.4 \text{ а)} \int_0^3 \sqrt{9-x^2} dx;$$

$$\text{б)} \int_{-2}^0 x^2 e^{-\frac{x}{2}} dx;$$

$$\text{B)} \int_1^{\infty} \frac{x}{x^2 + 1} dx;$$

$$\Gamma) \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}};$$

$$\Delta) x^2 - 2y = 0, x - 2y + 6 = 0.$$

$$5.9 \text{ а)} \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} \sqrt{2-x^2} dx;$$

$$\text{б)} \int_0^1 x \ln(1+x) dx;$$

$$\text{B)} \int_{-\infty}^1 \frac{dx}{x^2 + 4x + 13};$$

$$\Gamma) \int_0^1 \frac{x^3 + 1}{\sqrt{x}} dx;$$

$$\Delta) y = x^3, y = -x^2.$$

$$5.5 \text{ а)} \int_1^2 \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} dx;$$

$$\text{б)} \int_{-0.5}^{0.5} \arccos 2x dx;$$

$$\text{B)} \int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 4x + 5}};$$

$$\Gamma) \int_2^6 \frac{dx}{\sqrt[3]{(2-x)^2}};$$

$$\Delta) y = x^2, y = \frac{1}{2}x^2, y = 2x.$$

$$5.10 \text{ а)} \int_1^{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2} dx;$$

$$\text{б)} \int_1^2 x \log_2 x dx;$$

$$\text{B)} \int_{\sqrt{3}}^{\infty} \frac{xdx}{x^4 + 9};$$

$$\Gamma) \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{3+2x-x^2}};$$

$$\Delta) x + y^2 = 0, x - 2y + 3 = 0.$$

В задачах 6.01-6.10 в пунктах:

а) найти и построить область определения функции,

б) найти частные производные первого и второго порядка от данных функций.

$$6.01. \text{ a) } z = 4x - \sqrt{2 - x^2 - 2y^2};$$

$$\text{б) } z = 8 \ln(x^2 + y^2) - 6 \frac{x^2}{y^3} + 8 \ln y$$

$$6.02. \text{ a) } z = \sqrt{3x+5} - \frac{4}{\sqrt{y-x}};$$

$$\text{б) } z = \frac{1}{2} \ln(x^3 + y^2) - 9 \frac{x^3}{y^2} + 2 \ln x$$

$$6.03. \text{ a) } z = \sqrt{x+y} + \frac{1}{\sqrt{x-y}};$$

$$\text{б) } z = \frac{1}{2} \sqrt{x^2 + y^2} - 5 \frac{x}{y^3} + 8 \ln x$$

$$6.04. \text{ a) } z = 5\sqrt{x-2y} + \frac{3x-2}{\sqrt{4x-y^2}};$$

$$\text{б) } z = 2e^{4x+y^2} - 2x^3y^2 + \ln y$$

$$6.05. \text{ a) } z = \ln(1 - x^2 - y^2) + \frac{1}{\sqrt{xy}};$$

$$\text{б) } z = 3 \sin(x^3 + y^2) - 5 \frac{x^3}{y} - 7$$

$$6.06. \text{ a) } z = \frac{3x-1}{\sqrt{x^2 - y^2}};$$

$$\text{б) } z = 4e^{x-4y^2} - 2xy^3 + 7 \ln x - 3$$

$$6.07. \text{ a) } z = \ln(y^2 - 4x + 8);$$

$$\text{б) } z = \sqrt{x+2y} + 3x^4y - 8 \ln y + 2$$

$$6.08. \text{ a) } z = \ln(x - y^2 - 4) - \frac{1}{\sqrt{x+y}};$$

$$\text{б) } z = x \sin(xy) - 7 \frac{x^2}{y^2} - 7\sqrt{x}$$

$$6.09. \text{ a) } z = \sqrt{xy} + \frac{1}{\sqrt{x^2 - y}};$$

$$\text{б) } z = 7 \cos(x^2y) - 3x^2 - 18 \frac{x^2}{y^2}$$

$$6.10. \text{ a) } z = \sqrt{x^2 + y^2 - 9} - \ln(xy);$$

$$\text{б) } z = \frac{1}{2} \ln(xy^2) + 4 \frac{x^2}{y} - 8x$$

В задачах 7.01-7.10 исследовать функцию на экстремум и указать его значение.

$$7.01. z = 0.5x^2 + xy + y^2 - x - y + 8$$

$$7.06. z = 8x^2 - xy + 2y^2 - 16x + y - 1$$

$$7.02. z = x^2 - 3xy + 2y^2 - 4x + 6y - 2$$

$$7.07. z = 4x^2 - 2xy + y^2 - 2x - 4y + 1$$

$$7.03. z = x^2 - 3xy - y^2 - 2x + 6y + 1$$

$$7.08. z = 3x^2 + xy - 6y^2 - 6x - y + 9$$

$$7.04. z = 3x^2 - 2xy + y^2 - 2x - 2y + 3$$

$$7.09. z = 2x^2 + xy - y^2 - 7x + 5y + 2$$

$$7.05. z = 2x^2 - xy + y^2 - 3x - y + 1$$

$$7.10. z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y - 2$$

8. Найти общее решение дифференциальных уравнений

$$8.1 \text{ a) } (y^2 + 1)dx - y \operatorname{tg} x dy = 0; \quad \text{б) } e^{x+y} dy = x dx$$

$$8.2 \text{ a) } x\sqrt{1+y^2} + yy'\sqrt{1+x^2} = 0; \quad \text{б) } (e^x + 7)dy - ye^x dx = 0$$

$$8.3 \text{ a) } \sin x \operatorname{tg} y = \frac{y'}{\sin x}; \quad \text{б) } (y^2 - 1)\sqrt{x} dy - y dx = 0$$

$$8.4 \text{ a) } y' = (x^3 + 1) \operatorname{ctg} y; \quad \text{б) } (e^x - 1)dx - ye^x dy = 0$$

$$8.5 \text{ a) } y' \operatorname{ctg} x + y = 3; \quad \text{б) } y \ln y dx + x dy = 0$$

$$8.6 \text{ а) } \sqrt{9+y^2} dx - y dy = x^2 y dy;$$

$$\text{б) } y' \sin x = 2y \ln y$$

$$8.7 \text{ а) } y' \sqrt{4-x^2} - \cos^2 y = 0;$$

$$\text{б) } 2x dx - y dy = y x^2 dy - x y^2 dx$$

$$8.8 \text{ а) } x dx + 5y \sqrt{1+x^2} dy = 0;$$

$$\text{б) } (2 - e^x) y' = y e^x$$

$$8.9 \text{ а) } \sqrt{4-x^2} y' + x y^2 + x = 0;$$

$$\text{б) } 1 + (1 + y') e^y = 0$$

$$8.10 \text{ а) } y' y \sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-y^2} = 0;$$

$$\text{б) } e^{-x^2} y' = x(9 + y^2)$$

### 9. Решить задачу Коши

$$9.1 \quad y' - y \cos x = \sin 2x, \quad y(0) = -1$$

$$9.2 \quad y' - \frac{y}{x} = \frac{\ln x}{x}, \quad y(1) = 1$$

$$9.3 \quad y' - 4xy = -4x^3, \quad y(0) = -0,5$$

$$9.4 \quad y' - \frac{y}{x} = -\frac{2}{x^2}, \quad y(1) = 1$$

$$9.5 \quad y' - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^3, \quad y(0) = 0,5$$

$$9.6 \quad y' + \frac{y(1-2x)}{x^2} = 1, \quad y(1) = 1$$

$$9.7 \quad y' + \frac{y}{x} = 3x, \quad y(1) = 1$$

$$9.8 \quad y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0,5$$

$$9.9 \quad y' - \frac{y}{x} = x \sin x, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

$$9.10 \quad y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x, \quad y(-1) = 1,5$$

### 10. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$10.1 \quad y'' - y' - 2y = e^x(8 - 4x)$$

$$10.2 \quad y'' + y = 2(\cos x - \sin x)$$

$$10.3 \quad y'' - 4y' + 3y = 10 \cos x$$

$$10.4 \quad y'' - 4y' + 4y = (6x - 3)e^{2x}$$

$$10.5 \quad y'' - 5y' + 4y = 4xe^{4x}$$

$$10.6 \quad y'' - 9y = 2e^x(\cos x + \sin x)$$

$$10.7 \quad y'' - 4y' + 8y = \sin 2x$$

$$10.8 \quad y'' + y' - 6y = e^{3x}(6x + 1)$$

$$10.9 \quad y'' + 2y' = 6x^2 + 2x + 1$$

$$10.10 \quad y'' - 3y' + 2y = 3 \cos x + 19 \sin x$$