

ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 4

1. Найти неопределенные интегралы.

В пунктах а) и б) проверить результаты дифференцированием:

1.1 а) $\int x^4 \sqrt{3x^5 + 1} dx;$

б) $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}} dx;$

в) $\int \frac{x-3}{x^2-2x+2} dx;$

г) $\int (4x+1)\sin 2x dx;$

д) $\int \frac{x+2}{x^3+x^2} dx;$

е) $\int \operatorname{tg}^3 7x dx.$

1.6 а) $\int \frac{dx}{x(4-\ln^2 x)};$

б) $\int \frac{dx}{x+\sqrt[3]{x^2}};$

в) $\int \frac{2x dx}{x^2+x-7};$

г) $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx;$

д) $\int \frac{(3x+2)}{x(x^2-6x+5)} dx;$

е) $\int \frac{dx}{\cos^4 x}.$

1.2 а) $\int e^{\sin^2 x} \sin 2x dx;$

б) $\int \frac{x}{\sqrt{x-1}-1} dx;$

в) $\int \frac{(2+x)dx}{3-2x-x^2};$

г) $\int \ln(x^2+1) dx;$

д) $\int \frac{(6x+5)}{x(x^2+4x+3)} dx;$

е) $\int (1-\sqrt{\sin x})\cos^3 x dx.$

1.7 а) $\int \frac{x^3}{x^8+5} dx;$

б) $\int \frac{\sqrt{x+4}}{x} dx;$

в) $\int \frac{(5x+2) dx}{5x^2+5x-5};$

г) $\int x \cdot 3^{-2x} dx;$

д) $\int \frac{x^3+x+1}{x(x^2+1)} dx;$

е) $\int \frac{\sin 2x}{1+\sin^2 x} dx.$

1.3 а) $\int \frac{\arcsin 2x+x}{\sqrt{1-4x^2}} dx;$

б) $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3+1}} dx;$

в) $\int \frac{x dx}{x^2+6x+8};$

г) $\int (x+3) \cdot 2^x dx;$

д) $\int \frac{x+2}{x(x^2-6x+5)} dx;$

е) $\int \frac{\sin^2 x dx}{\cos^4 x}.$

1.8 а) $\int \frac{1-\sin x}{x+\cos x} dx;$

б) $\int \frac{x}{\sqrt{x+4}+1} dx;$

в) $\int \frac{(x-3)dx}{3-2x-x^2};$

г) $\int (x^2-1)\cos 2x dx;$

д) $\int \frac{x^5 dx}{(x-2)(x-1)};$

е) $\int \frac{dx}{3+4\sin x+3\cos x}.$

1.4 а) $\int 3x \cdot e^{3x^2+1} dx;$

1.9 а) $\int x \cdot \sin(1-x^2) dx;$

$$\text{б)} \int \frac{\sqrt{x+1}}{x} dx;$$

$$\text{в)} \int \frac{4x+4}{4x^2+12x+4} dx;$$

$$\text{г)} \int (x-2) \cdot \cos 3x dx;$$

$$\text{д)} \int \frac{x dx}{(2x+1)(x^2-5x+2)};$$

$$\text{е)} \int \frac{dx}{\sin^4 x}.$$

$$\text{б)} \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x+1}} dx;$$

$$\text{в)} \int \frac{(x+4) dx}{x^2+6x-8};$$

$$\text{г)} \int (2x+1) \cdot e^{-3x} dx;$$

$$\text{д)} \int \frac{x+2}{x(x^2+4)} dx;$$

$$\text{е)} \int \frac{dx}{1+\operatorname{ctg} 2x}.$$

$$1.5 \text{ а)} \int \frac{\sqrt[3]{1+\ln x}}{x} dx;$$

$$\text{б)} \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2+9}};$$

$$\text{в)} \int \frac{(1-x) dx}{x^2-2x-4};$$

$$\text{г)} \int x^2 \cdot e^x dx;$$

$$\text{д)} \int \frac{dx}{(x^2+1)(x-2)};$$

$$\text{е)} \int \frac{dx}{1+\sin x+\cos x}.$$

$$1.10 \text{ а)} \int \frac{\sqrt[4]{x+\ln x}}{x} dx;$$

$$\text{б)} \int \frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x^2}};$$

$$\text{в)} \int \frac{4x dx}{x^2+2x+4};$$

$$\text{г)} \int \operatorname{arctg} 4x dx;$$

$$\text{д)} \int \frac{x}{(x-1)(x^2+1)} dx;$$

$$\text{е)} \int \sin^5 x \cdot \sqrt[3]{\cos x} dx.$$

2. Вычислить:

$$2.1 \text{ а)} \int_3^8 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx;$$

$$\text{б)} \int_0^{e-1} \ln(x+1) dx;$$

$$\text{в)} \int_2^{+\infty} \frac{\ln x}{x} dx;$$

$$\text{г)} \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}.$$

$$2.6 \text{ а)} \int_0^{\sqrt{2}} \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} dx;$$

$$\text{б)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x+1) \cos x dx;$$

$$\text{в)} \int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx;$$

$$\text{г)} \int_3^5 \frac{dx}{\sqrt{6x-5-x^2}}.$$

$$2.2 \text{ а)} \int_9^{16} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} dx;$$

$$\text{б)} \int_0^1 x \operatorname{arctg} x dx;$$

$$\text{в)} \int_0^{\infty} \frac{xdx}{x^4+1};$$

$$2.7 \text{ а)} \int_0^4 \frac{x}{1+\sqrt{x}} dx;$$

$$\text{б)} \int_0^{\frac{\pi}{8}} x^2 \sin 4x dx;$$

$$\text{в)} \int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{x^2+2x+2};$$

$$\Gamma) \int_0^1 \frac{xdx}{\sqrt{1-x^4}}.$$

$$\Gamma) \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{x-3}}.$$

$$2.3 \text{ а) } \int_1^5 \frac{\sqrt{2x-1}}{x} dx;$$

$$2.8 \text{ а) } \int_3^8 \frac{x+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}} dx;$$

$$\text{б) } \int_1^2 \sqrt{x} \ln x dx;$$

$$\text{б) } \int_{-1}^0 (x+3)e^{-2x} dx;$$

$$\text{в) } \int_4^{\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{x^3} dx;$$

$$\text{в) } \int_1^{\infty} \frac{x^2 dx}{1+x^6};$$

$$\Gamma) \int_0^1 \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$$\Gamma) \int_0^7 \frac{dx}{x^2-6x-7}.$$

$$2.4 \text{ а) } \int_0^3 \sqrt{9-x^2} dx;$$

$$2.9 \text{ а) } \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} \sqrt{2-x^2} dx;$$

$$\text{б) } \int_{-2}^0 x^2 e^{-\frac{x}{2}} dx;$$

$$\text{б) } \int_0^1 x \ln(1+x) dx;$$

$$\text{в) } \int_1^{\infty} \frac{x}{x^2+1} dx;$$

$$\text{в) } \int_{-\infty}^1 \frac{dx}{x^2+4x+13};$$

$$\Gamma) \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}.$$

$$\Gamma) \int_0^1 \frac{x^3+1}{\sqrt{x}} dx.$$

$$2.5 \text{ а) } \int_1^2 \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} dx;$$

$$2.10 \text{ а) } \int_1^{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2} dx;$$

$$\text{б) } \int_{-0.5}^{0.5} \arccos 2x dx;$$

$$\text{б) } \int_1^2 x \log_2 x dx;$$

$$\text{в) } \int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^2+4x+5}};$$

$$\text{в) } \int_{\sqrt{3}}^{\infty} \frac{xdx}{x^4+9};$$

$$\Gamma) \int_2^6 \frac{dx}{\sqrt[3]{(2-x)^2}}.$$

$$\Gamma) \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{3+2x-x^2}}.$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями. Сделать чертеж.

$$3.1 \quad y = 5 - x^2, \quad 3x + y - 1 = 0;$$

$$3.6 \quad y = 3 - 2x, \quad y = x^2;$$

$$3.2 \quad y = x^3, \quad y = 4x;$$

$$3.7 \quad y = \frac{1}{3}x^2, \quad y = 4 - \frac{2}{3}x^2;$$

$$3.3 \quad y = 2x - x^2, \quad y = -x;$$

$$3.8 \quad y = 2 - x^2, \quad y = x^2;$$

$$3.4 \quad x^2 - 2y = 0, \quad x - 2y + 6 = 0;$$

$$3.9 \quad y = x^3, \quad y = -x^2;$$

$$3.5 \quad y = x^2, \quad y = \frac{1}{2}x^2, \quad y = 2x;$$

$$3.10 \quad x + y^2 = 0, \quad x - 2y + 3 = 0.$$

4. Вычислить объем тела, полученного вращением фигуры, ограниченной указанными линиями:

а) вокруг оси ОХ,

б) вокруг оси ОУ.

4.1 $y = x^2, y = x + 2;$

4.2 $x = \sqrt[3]{y-2}, y = 2, x = 1;$

4.3 $(y-1)^2 = x, y = 2, x = 0;$

4.4 $x = y^2, y = x^2;$

4.5 $y = 3 - x^2, x + y = 3;$

4.6 $y = x^2, y = \sqrt[3]{x};$

4.7 $y = x^2, y = 2x - x^2;$

4.8 $y = e^x, x = 0, y = 1;$

4.9 $y = \sqrt{4-x}, x = 0, y = 0;$

4.10 $y = x^2, y^2 = 8x.$