

Домашнее задание 3

1. По данным векторам \mathbf{a} и \mathbf{b} построить следующие их линейные комбинации:

а) $2\mathbf{a} + \mathbf{b}$; б) $\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$; в) $\frac{1}{3}\mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b}$; г) $-3\mathbf{a} - \frac{1}{2}\mathbf{b}$.

2. Даны векторы $\mathbf{a} = (3, -2, 6)$ и $\mathbf{b} = (-2, 1, 0)$.

Найти координаты векторов: $2\mathbf{a} - \frac{1}{3}\mathbf{b}$; $\frac{1}{3}\mathbf{a} - \mathbf{b}$; $2\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$.

(Ответ: $(20/3, -13/3, 12)$; $(3, -5/3, 2)$; $(0, -1, 12)$.)

3. В некотором базисе векторы заданы координатами: $\mathbf{a} = (1, 1, 2)$, $\mathbf{e}_1 = (2, 2, -1)$, $\mathbf{e}_2 = (0, 4, 8)$, $\mathbf{e}_3 = (-1, -1, 3)$. Убедиться, что векторы $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ образуют базис, и найти в нем координаты вектора \mathbf{a} .

(Ответ: $\mathbf{a} = (1, 0, 1)$.)

4. Найти длины диагоналей параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = (3, -5, 8)$ и $\mathbf{b} = (-1, 1, -4)$.

Ответ: $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = 6$, $|\mathbf{a} - \mathbf{b}| = 14$.

5. Векторы $\overrightarrow{AB} = (2, 6, -4)$ и $\overrightarrow{AC} = (4, 2, -2)$ определяют стороны треугольника ABC. Найти длину вектора \overrightarrow{CD} , совпадающего с медианой, проведенной из вершины C.

(Ответ: $|\overrightarrow{CD}| = \sqrt{10}$.)

6. При каком значении α векторы $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$ взаимно перпендикулярны?

(Ответ: $\alpha = -6$.)

7. Заданы векторы $\mathbf{a} (-1, 2, 0)$ и $\mathbf{j} (0, 1, 0)$. Вычислить: $\cos(\mathbf{a} \wedge \mathbf{j})$.

(Ответ: $2/\sqrt{5}$.)

8. Векторы \mathbf{a} и \mathbf{b} взаимно перпендикулярны, $|\mathbf{a}| = 3$, $|\mathbf{b}| = 4$.

Вычислить: $|\mathbf{a} * \mathbf{b}|$; $|(\mathbf{a} + \mathbf{b}) * (\mathbf{a} - \mathbf{b})|$; $|(3\mathbf{a} - \mathbf{b}) * (\mathbf{a} - 2\mathbf{b})|$.

(Ответ: 12; 24; 60).

9. Вычислить площадь треугольника ABC с вершинами A(1, 1, 1), B(2, 3, 4), C(4, 3, 2).

(Ответ: $2\sqrt{6}$.)

10. Вычислить работу силы $\mathbf{F} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$ при перемещении материальной точки из положения A(-1, 2, 0) в положение B(2, 1, 3).

(Ответ: 4).