

ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 1

1. Вычислить определитель Δ .

а) разложив его по элементам i -ой строки;

б) разложив его по элементам j -ого столбца.

$$1.1 \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 3 & -4 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}, \quad i=1, \quad j=2.$$

$$1.6 \quad \begin{vmatrix} 6 & -5 & 8 & 4 \\ 9 & 7 & 5 & 2 \\ 7 & 5 & -3 & 7 \\ -4 & 8 & -8 & -3 \end{vmatrix}, \quad i=2, \quad j=2.$$

$$1.2 \quad \begin{vmatrix} 3 & -3 & -2 & -5 \\ 2 & 5 & 4 & 6 \\ 5 & 5 & 8 & 7 \\ 4 & 4 & 5 & 0 \end{vmatrix}, \quad i=4, \quad j=1.$$

$$1.7 \quad \begin{vmatrix} 3 & -5 & -2 & 2 \\ -4 & 7 & 4 & 4 \\ 4 & -9 & -3 & 7 \\ 2 & -6 & -3 & 2 \end{vmatrix}, \quad i=3, \quad j=2.$$

$$1.3 \quad \begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 \\ 9 & -8 & 5 & 10 \\ 5 & -8 & 5 & 8 \\ 6 & -5 & 4 & 7 \end{vmatrix}, \quad i=3, \quad j=4.$$

$$1.8 \quad \begin{vmatrix} 3 & -3 & -5 & 8 \\ -3 & 2 & 4 & -6 \\ 2 & -5 & -7 & 5 \\ -4 & 3 & 5 & -6 \end{vmatrix}, \quad i=1, \quad j=3.$$

$$1.4 \quad \begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 & -4 \\ -3 & 4 & -5 & 3 \\ -5 & 7 & -7 & 5 \\ 8 & -8 & 5 & 6 \end{vmatrix}, \quad i=1, \quad j=2.$$

$$1.9 \quad \begin{vmatrix} -3 & 9 & 3 & 6 \\ -5 & 8 & 2 & 7 \\ 4 & -5 & -3 & -2 \\ 7 & -8 & -4 & -5 \end{vmatrix}, \quad i=2, \quad j=4.$$

$$1.5 \quad \begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 2 \\ 5 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}, \quad i=4, \quad j=4.$$

$$1.10 \quad \begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}, \quad i=3, \quad j=1.$$

2. Даны две матрицы A и B . Найти:

а) $2A - 3B$;

б) $A \cdot B$;

в) A^{-1} ;

г) $A \cdot A^{-1}$.

$$2.1 \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ -1 & 4 & 8 \\ 3 & 1 & 7 \end{pmatrix}$$

$$2.6 \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 8 \\ -1 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{ll}
 2.2 & \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 7 & 4 & -1 \\ 5 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 5 & -2 \end{pmatrix} \\
 2.3 & \mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 8 \\ 0 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 3 \\ 5 & 0 & 8 \\ 7 & 3 & -2 \end{pmatrix} \\
 2.4 & \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 7 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 8 & 4 & -3 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \\
 2.5 & \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 7 & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 1 \\ 6 & 3 & 2 \end{pmatrix} \\
 2.7 & \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -7 & 0 & 4 \\ 8 & 3 & 5 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \\
 2.8 & \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 8 \end{pmatrix} \\
 2.9 & \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 7 \\ 3 & -6 & 1 \\ 5 & -1 & 0 \end{pmatrix} \\
 2.10 & \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 6 \\ 3 & -4 & 0 \\ 0 & 9 & 1 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & -4 \\ 6 & -1 & 8 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

3. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности решить её:

а) по формулам Крамера;

б) матричным методом;

в) методом Гаусса.

$$\begin{array}{ll}
 3.1 & \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 1 \\ 3x_2 - 2x_3 = 4 \\ 5x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases} \\
 3.6 & \begin{cases} 5x_1 - x_2 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_3 = 0 \end{cases}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 3.2 & \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 + 5x_2 = -3 \end{cases} \\
 3.7 & \begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 = 6 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 = 4 \end{cases}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 3.3 & \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 = 2 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -1 \end{cases} \\
 3.8 & \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + 4x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3 \end{cases}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 3.4 & \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + 4x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3 \end{cases} \\
 3.9 & \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 - 7x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 = 2 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -1 \end{cases}
 \end{array}$$

$$3.5 \quad \begin{cases} 5x_2 - x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 + 4x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

$$3.10 \quad \begin{cases} -x_2 + x_3 = 3 \\ -x_1 + 5x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$$

4. Даны точки A, B, C и D. Найти:

а) длину вектора $3\vec{AB} - \vec{CD}$;

б) скалярное произведение векторов \vec{AB} и \vec{AC} ;

в) косинус угла между векторами \vec{AB} и \vec{AC} ;

г) проекцию вектора \vec{AB} на направление вектора \vec{AC} ;

д) площадь треугольника ABC;

е) объем пирамиды DABC, сделать чертеж.

4.1 A(1; -1; 0), B(2; 3; 0), C(-1; 2; 0), D(1; 1; 3)

4.2 A(0; 2; -1), B(0; 2; 2), C(0; -3; -2), D(5; 1; 3)

4.3 A(-1; 3; -2), B(-2; -1; 2), C(-3; 1; 2), D(12; 2; 3)

4.4 A(0; -9; 0), B(0; -3; 0), C(5; -5; 0), D(3; -6; 8)

4.5 A(0; -7; 0), B(0; -3; 0), C(5; -5; 0), D(3; -6; 5)

4.6 A(1; -2; 0), B(2; 4; 0), C(-1; 2; 0), D(1; 1; 5)

4.7 A(0; 2; -1), B(0; 2; 2), C(0; -3; -2), D(7; 1; 3)

4.8 A(-1; 3; -2), B(-2; -1; 2), C(-3; 1; 5), D(10; 2; 3)

4.9 A(1; -1; 3), B(4; 3; 3), C(-1; 2; 3), D(2; 1; 13)

4.10 A(2; 2; -1), B(2; 2; 2), C(2; -3; -2), D(10; 1; 3)

5. Даны вершины треугольника ABC. Найти:

а) уравнение стороны AB;

б) уравнение высоты AH;

в) уравнение медианы CM;

г) точку N пересечения медианы CM и высоты AH;

д) уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB;

е) тангенс угла B;

ж) расстояние от точки C до прямой AB.

5.1 A(0; -3), B(10; 7), C(-4; 5) 5.6 A(1; 3), B(-6; -3), C(4; 3)

5.2 A(9; -3), B(3; -6), C(-4; 0) 5.7 A(8; 0), B(2; 5), C(-7; -3)

5.3 A(-2; 0), B(-3; -4), C(9; 2) 5.8 A(2; -2), B(1; 8), C(-1; 5)

5.4 A(-1; -5), B(-2; 6), C(5; 1) 5.9 A(-4; 2), B(9; -1), C(2; 5)

5.5 A(-6; -1), B(4; -7), C(-3; 7) 5.10 A(3; 6), B(-2; 2), C(1; 5)

6. Даны точки $A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$, $A_3(x_3; y_3; z_3)$, $A_4(x_4; y_4; z_4)$.

Составить уравнения:

а) плоскости $A_1A_2A_3$;

б) прямой A_1A_2 ;

в) прямой A_4M , перпендикулярной к плоскости $A_1A_2A_3$;

г) прямой A_3N , параллельной прямой A_1A_2 ;

д) плоскости, проходящей через точку A_4 перпендикулярно к прямой A_1A_2 .

Найти:

е) синус угла между прямой A_1A_4 и плоскостью $A_1A_2A_3$;

ж) расстояние от точки A_4 до плоскости $A_1A_2A_3$.

6.1 $A_1(1; -2; 0)$, $A_2(2; 4; 0)$, $A_3(-1; 2; 0)$, $A_4(1; 1; 5)$

6.2 $A_1(0; 2; -1)$, $A_2(0; 2; 2)$, $A_3(0; -3; -2)$, $A_4(7; 1; 3)$

6.3 $A_1(-1; 3; -2)$, $A_2(-2; -1; 2)$, $A_3(-3; 1; 5)$, $A_4(10; 2; 3)$

6.4 $A_1(1; -1; 3)$, $A_2(4; 3; 3)$, $A_3(-1; 2; 3)$, $A_4(2; 1; 13)$

6.5 $A_1(2; 2; -1)$, $A_2(2; 2; 2)$, $A_3(2; -3; -2)$, $A_4(10; 1; 3)$

6.6 $A_1(1; -1; 0)$, $A_2(2; 3; 0)$, $A_3(-1; 2; 0)$, $A_4(1; 1; 3)$

6.7 $A_1(0; 2; -1)$, $A_2(0; 2; 2)$, $A_3(0; -3; -2)$, $A_4(5; 1; 3)$

6.8 $A_1(-1; 3; -2)$, $A_2(-2; -1; 2)$, $A_3(-3; 1; 2)$, $A_4(12; 2; 3)$

6.9 $A_1(0; -9; 0)$, $A_2(0; -3; 0)$, $A_3(5; -5; 0)$, $A_4(3; -6; 8)$

6.10 $A_1(0; -7; 0)$, $A_2(0; -3; 0)$, $A_3(5; -5; 0)$, $A_4(3; -6; 5)$