

Домашняя работа

1. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 2 & 1 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & -4 \\ 1 & 1 & 5 & 1 \end{vmatrix}; \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}; \quad \text{в) } \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 8 \\ 1 & -3 & -6 & 9 \\ 0 & 2 & 2 & -5 \\ 1 & 4 & 6 & 0 \end{vmatrix}.$$

Ответ: а) 54; б) 160; в) -27.

2. Даны матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Найти те из произведений AB, BA, AC, CA, BC, CB , которые имеют смысл.

$$\text{Ответ: } BA = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -2 \\ 3 & -1 & 5 \end{pmatrix}, \quad AC = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 5 & 0 \\ 2 & 6 & 6 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Для данных матриц A и B найти $(A + 3B)^2$, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & -8 \\ -3 & 6 & 9 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 4 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Ответ: } \begin{pmatrix} 96 & 12 & 8 \\ -18 & 54 & -8 \\ 51 & 85 & 111 \end{pmatrix}.$$

4. Найти $(AB)C$ и $A(BC)$, если

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 9 & 7 \\ 0 & 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ 0 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Ответ: } \begin{pmatrix} -11 & 100 \\ -5 & 0 \end{pmatrix}.$$

5. Найти матрицу A^{-1} , обратную матрице

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -2 \\ 1 & -3 & 2 \\ 6 & 7 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\text{Ответ: } A^{-1} = \frac{1}{10} \cdot \begin{pmatrix} -5 & 1 & 4 \\ 15 & 3 & -8 \\ 25 & 9 & -14 \end{pmatrix}.$$

6. Для матрицы A найти матрицу A^{-1} и убедиться, что $AA^{-1} = E$, если

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Ответ: а) } A^{-1} = \frac{1}{-2} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -4 & 2 \\ -2 & 5 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{б) } A^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 7 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

7. Найти ранг матрицы A и указать какой-либо ее базисный минор, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 5 & 1 \\ -2 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 2 & -4 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Ответ: } r_A = 2.$$

8. Найти ранг матрицы A и указать какой-либо ее базисный минор, если

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Ответ: } r_A = 3.$$