

Лекция 11

Количество движения Импульс силы Механическая система Работа силы

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - TBRIM

Момент количества движения материальной точки относительно центра O -

вектор, приложенный в центре O перпендикулярно плоскости, проходящей через центр O и линию действия вектора $m\vec{v}$ и направленный в сторону, откуда вектор $m\vec{v}$ относительно центра O , виден направленным против хода часовой стрелки

ВЕКТОРНЫЙ МОМЕНТ

$$\vec{L}_O = \vec{r} \times m\vec{v}$$

АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ МОМЕНТ

$$L_O = |mv| \cdot h$$

$$L_O = \pm mv \cdot h$$

$$h = |\vec{r}| \cdot \sin \alpha$$

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - TBRIM

Количество движения материальной точки -

вектор, имеющий направление вектора скорости и равный произведению массы точки на модуль скорости

$$\vec{q} = m\vec{v}$$

Проекции на оси координат:

$$q_x = mv_x \quad q_y = mv_y \quad q_z = mv_z$$

$$[q] = \left[\kappa^2 \cdot \frac{m}{c} \right] = \left[\kappa^2 \cdot \frac{m \cdot c}{c^2} \right] = [H \cdot c]$$

\vec{P} - равнодействующая сил, приложенных к материальной точке

$$|q| = \sqrt{q_x^2 + q_y^2 + q_z^2}$$

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - TBRIM

Импульс силы

Если постоянная по модулю и направлению сила \vec{P} действует в течение промежутка времени $\tau = t_2 - t_1$, то её **ИМПУЛЬСОМ** за данный промежуток времени является вектор

$$\vec{S} = \vec{P} \tau$$

Модуль импульса силы

$$|\vec{S}| = |\vec{P}| \cdot \tau$$

$$[S] = [H \cdot c]$$

ИМПУЛЬС СИЛЫ ХАРАКТЕРИЗУЕТ передачу материальной точке механического движения со стороны действующих на неё тел за данный промежуток времени

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - TBRIM

Механическая система -
совокупность материальных точек, в которой положение и движение каждой точки зависит от положения и движения других точек

Масса механической системы

$$M = \sum_{k=1}^n m_k$$

Каждая точка механической системы имеет определенную массу m_k , а её положение относительно системы отсчета в каждый момент времени определяется радиус-вектором \vec{r}_k или координатами x_k, y_k, z_k

Распределение масс точек внутри системы характеризуется положением центра масс

Центр масс системы – геометрическая точка C , радиус-вектор которой

$$\vec{r}_C = \frac{\sum_{k=1}^n m_k \vec{r}_k}{M}$$

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - TBRIM

Количество движения механической системы -
векторная величина, равная геометрической сумме количеств движения всех точек данной системы

$$\vec{Q} = \sum_{k=1}^n m_k \vec{v}_k$$

Количество движения механической системы равно количеству движения её центра масс, если в нем мысленно соединить массу всей системы

$$\vec{Q} = M \cdot \vec{v}_C$$

\vec{v}_C - скорость центра масс
 M - масса механической системы

Чему равно количество движения, если ось вращения системы проходит через центр масс?

$\vec{v}_C = 0 \Rightarrow \vec{Q} = 0$

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - TBRIM

Проецируя уравнение $\vec{r}_C = \frac{\sum_{k=1}^n m_k \vec{r}_k}{M}$ на оси координат, получим формулы, определяющие координаты центра масс системы

$$x_C = \frac{\sum_{k=1}^n m_k x_k}{M}$$

$$y_C = \frac{\sum_{k=1}^n m_k y_k}{M}$$

$$z_C = \frac{\sum_{k=1}^n m_k z_k}{M}$$

Положение центра масс системы в каждый момент времени зависит только от положения и массы каждой точки системы

Центр тяжести тела или системы тел является центром масс этой системы

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - TBRIM

Работа силы -
скалярная величина, равная произведению модуля вектора силы и перемещения на косинус угла между вектором силы и направлением перемещения

$$A = |\vec{F}| \cdot S \cdot \cos \alpha$$

$$[A] = [H \cdot i] = [\ddot{A} \epsilon]$$

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - TBRIM

Элементарная работа силы-

работа силы на бесконечно малом (элементарном) перемещении точки приложения силы

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

$$\vec{F} = \vec{F}_\tau + \vec{F}_n$$

$$\delta A = F_\tau \cdot dS$$

$$F_\tau = F \cdot \cos \alpha$$

$$\delta A = |\vec{F}| \cdot dS \cdot \cos \alpha$$

dS - приращение дуговой координаты
 α - угол между вектором силы и вектором скорости
 \vec{F}_n - работу не совершает

Элементарная работа силы

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

Смысл знака работы

Работа силы положительна, когда \vec{F}_τ направлена в сторону движения точки, т.е. сила ускоряет движение

$A > 0$

Работа силы отрицательна, когда \vec{F}_τ направлена в сторону, противоположную движению точки, т.е. сила замедляет движение

$A < 0$

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

Различают положительную и отрицательную работу

$$\delta A = |\vec{F}| \cdot dS \cdot \cos \alpha$$

$$A(\vec{P}) = \pm mgh$$

1. $\alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow$???
2. $\alpha = 0^\circ \rightarrow$???
3. $\alpha > \frac{\pi}{2} \rightarrow$???
4. $\alpha = 180^\circ \rightarrow$???
5. $\alpha = \frac{\pi}{2} \rightarrow$???

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

Примеры вычисления работы некоторых сил

1. Работа силы тяжести

$$A(\vec{P}) = \pm mgh$$
2. Работа силы трения

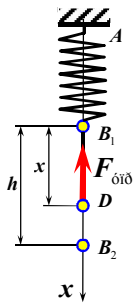
$$A(\vec{F}_{тр}) = -F_{тр} \cdot S \quad F_{тр} = f \cdot N$$

$$A(\vec{F}_{тр}) = -f \cdot N \cdot S \quad N = mg$$

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

3. Работа силы упругости

Работа силы упругости — работа, совершаемая силой упругости при изменении деформации пружины от некоторого начального значения до конечного значения



A - точка закрепления пружины

B_1 - конец недеформированной пружины
(начало координат)

$B_1 D = x$ - деформация пружины

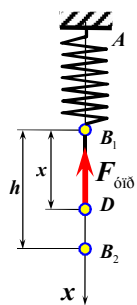
Модуль силы упругости пропорционален удлинению пружины

$$F_{oi0} = \vec{n} \cdot \vec{\delta}$$

Проекция силы упругости на ось x $F_{упр} = -c \cdot x$

c - коэффициент жесткости пружины
(зависит от материала)

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ



Работа силы упругости на перемещении $B_1 B_2 = h$

$$A_{1-2}(F_{упр}) = -\frac{c \cdot h^2}{2}$$

Работа силы упругости на перемещении $B_2 B_1 = h$

$$A_{2-1}(F_{упр}) = \frac{c \cdot h^2}{2}$$

Если начальная деформация пружины не равна 0, то работа силы упругости на перемещении $(\delta_1 - \delta_0)$

$$A_{1-2}(F_{упр}) = -\frac{c}{2}(x_1^2 - x_0^2)$$

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ