

**Лекция 3**

**Главный вектор и главный момент системы сил**

**Теория пар сил**

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

**Главный вектор системы сил**

**ГЛАВНЫЙ ВЕКТОР СИСТЕМЫ СИЛ** – вектор, равный геометрической сумме всех сил системы

$\vec{R}^* = \sum_{k=1}^n \vec{F}_k$

**РАВНОДЕЙСТВУЮЩАЯ системы сил**

$R = \sum_{k=1}^n F_k$

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

**Отличия **ГЛАВНОГО ВЕКТОРА** системы сил  $\vec{R}^*$  от **РАВНОДЕЙСТВУЮЩЕЙ** системы сил  $\vec{R}$**

1. Равнодействующая имеет точку приложения
2. Главный вектор – свободный вектор
3. Главный вектор можно найти для любой системы сил, но не всякая система сил имеет равнодействующую (т.к. силы могут скрещиваться в пространстве)

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

**Главный момент системы сил относительно центра**

Система сил, произвольно расположенных в пространстве

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

Если имеется система сил, произвольно расположенных в пространстве, то моменты сил относительно произвольной точки  $O$ :

$\vec{M}_{10}(\vec{F}) = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1$   
 $\vec{M}_{20}(\vec{F}) = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2$   
 $\vec{M}_{30}(\vec{F}) = \vec{r}_3 \times \vec{F}_3$

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

Построив в т.  $O$  многоугольник моментов, можно найти их геометрическую сумму

$\vec{M}_O = \vec{M}_{10} + \vec{M}_{20} + \dots + \vec{M}_{n0}$

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

**ГЛАВНЫМ МОМЕНТОМ СИСТЕМЫ СИЛ** относительно т.  $O$  называется момент, равный *геометрической* сумме моментов всех сил системы относительно данной точки

$\vec{M}_O = \vec{M}_{10} + \vec{M}_{20} + \dots + \vec{M}_{n0}$

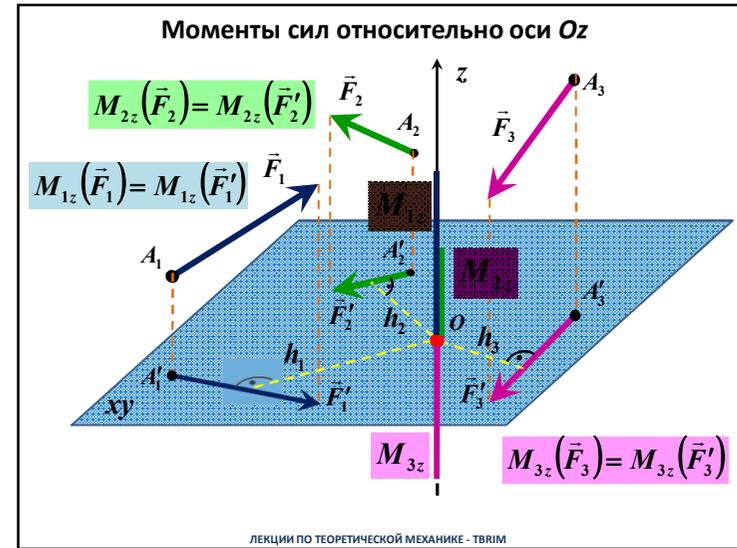
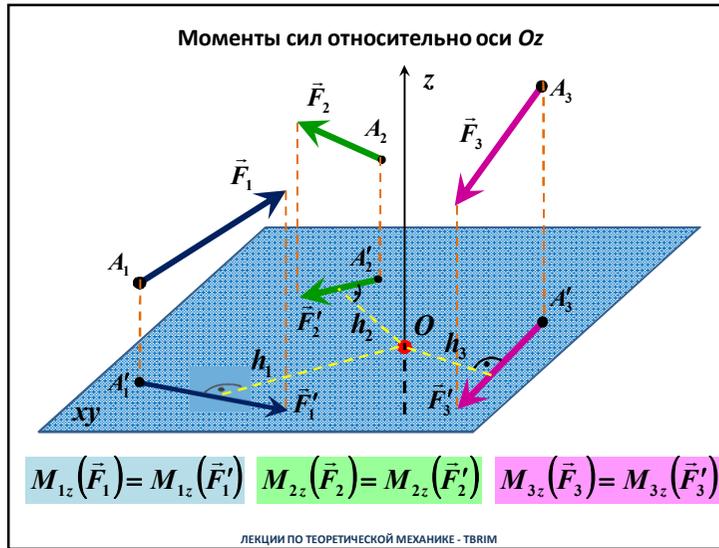
$\vec{M}_O(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) = \vec{M}_O = \sum_{k=1}^n \vec{M}_O(\vec{F}_k)$

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

**Главный момент системы сил относительно оси**

Система сил, произвольно расположенных в пространстве

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

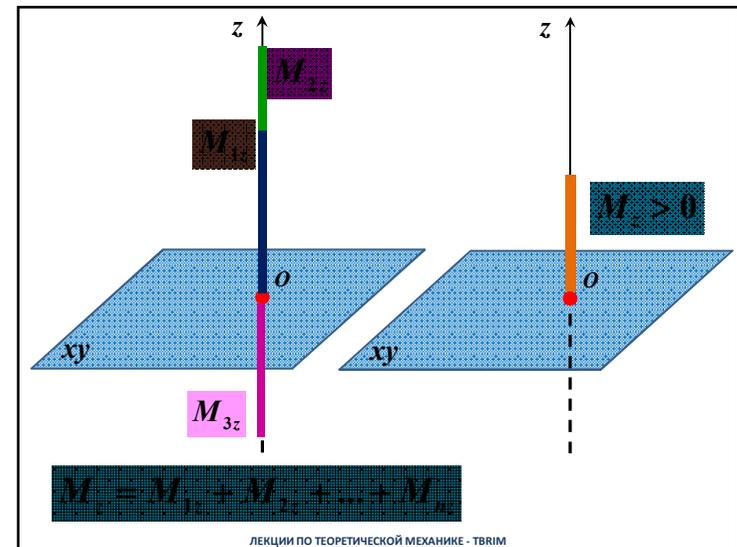


**ГЛАВНЫМ МОМЕНТОМ СИСТЕМЫ СИЛ** относительно оси  $Oz$  называется момент, равный *алгебраической* сумме моментов всех сил системы относительно данной оси

$$M_z = M_{1z} + M_{2z} + \dots + M_{nz}$$

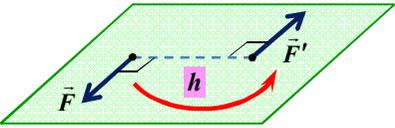
Главный момент системы сил относительно оси изображается отрезком, отложенным по оси  $Oz$  от точки  $O$  в положительном направлении, если  $M > 0$  и в отрицательном, если  $M < 0$

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ



### Теория пар сил

**Пара сил** – система двух равных по модулю, параллельных и противоположно направленных сил



$|\vec{F}| = |\vec{F}'|$

$\vec{F} \parallel \vec{F}'$

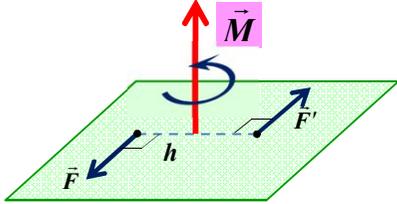
$\vec{F} = -\vec{F}'$

**Плоскость действия пары сил** – плоскость, в которой находятся линии действия пары сил

Кратчайшее расстояние между линиями действия пары сил – называется **плечо пары сил**.

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

**Вектор момента пары сил** направлен перпендикулярно плоскости действия пары сил в ту сторону, откуда вращение тела под действием данной пары сил происходит против хода часовой стрелки



**Алгебраический момент пары сил**

$M = \pm F \cdot h$


  
 $M > 0$

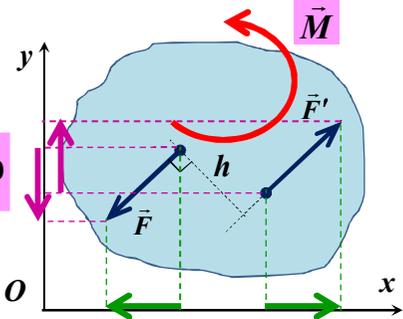

  
 $M < 0$

**Действие пары сил** на тело не изменится, если силы, образующие пару, перенести в плоскости её действия, повернуть, изменить модуль и плечо, сохраняя неизменным алгебраический момент

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

### Момент пары сил на оси координат

**- НЕ ПРОЕЦИРУЕТСЯ**

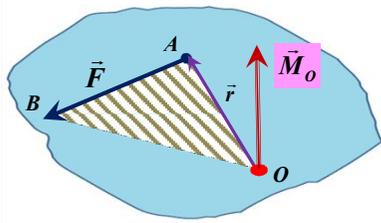


$$\sum_{k=1}^n \vec{F}_{ky} = 0 \quad -F_y + F'_y = 0$$

$$\sum_{k=1}^n \vec{F}_{kx} = 0 \quad -F_x + F'_x = 0$$

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

### Приведение силы к заданному центру (метод Пуансо)



$\vec{F}$  - сила, действующая на тело  
 т.  $O$  – центр приведения  
 $\vec{r}$  - радиус-вектор

Момент силы относительно центра приведения

$$\vec{M}_o(\vec{F}) = \vec{r} \times \vec{F}$$

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

$\vec{M} = \vec{M}_0$

$h - \text{т\`а} + i \text{ \`а} \delta u \text{ п\`е} \delta$

Момент пары сил

$\vec{M} = F \cdot h = \vec{M}_0$

Приложим в т.  $O$  две уравновешивающиеся силы  $\vec{F}', \vec{F}''$

$|\vec{F}'| = |\vec{F}''| = |\vec{F}| \quad \vec{F}' = -\vec{F}'' \quad \vec{F}' \parallel \vec{F} \quad \vec{F}'' \parallel \vec{F}$

Получим  $(\vec{F}, \vec{F}', \vec{F}'') \sim \vec{F}$

$(\vec{F}, \vec{F}', \vec{F}'')$  можно рассматривать как совокупность силы  $\vec{F}''$  и пары сил  $(\vec{F}, \vec{F}')$

$\vec{M} = \vec{M}_0$

Вектор момента присоединенной пары сил  $\vec{M}$  направлен перпендикулярно плоскости пары  $(\vec{F}, \vec{F}')$ , совпадающей с плоскостью треугольника  $OAB$ , в ту сторону, откуда вращение пары сил видно против хода часовой стрелки.

Так как вектора  $\vec{M}, \vec{M}_0$  равны по модулю и направлению, то они геометрически равны, т.е.

$\vec{M}(\vec{F}, \vec{F}') = \vec{M}_0(\vec{F}) = \vec{r} \times \vec{F}$

Приведение сил к заданному центру (метод Пуансо)

Таким образом, силу  $\vec{F}$ , не изменяя её действия на твердое тело, можно перенести из точки её приложения  $A$  в любой центр приведения  $O$ , приложив при этом к телу пару сил с моментом  $\vec{M}$ , геометрически равным моменту  $\vec{M}_0$  этой силы относительно центра приведения

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

**Жесткая заделка**

В плоскости жесткой заделки будут две составляющие реакции, и момент пары сил, который препятствует повороту балки 1 относительно точки  $A$ .

Жесткая заделка в пространстве отнимает у тела 1 все шесть степеней свободы – три перемещения вдоль осей координат и три поворота относительно этих осей.

В пространственной жесткой заделке будут три составляющие реакции и три момента пар сил.

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ