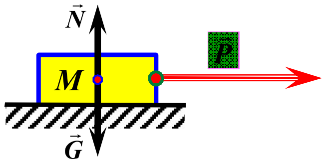
Лекция

Сила инерции

Принцип Даламбера для материальной точки и механической системы

Сила, выражающая действие тела *A* на тело *M*, определится вторым законом динамики

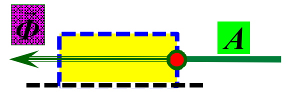


$$\vec{P} = m\vec{a}$$

По закону равенства действия и противодействия, со стороны тела *M* на тело *A*, действует сила $\vec{\Phi}$, равная по модулю силе $\vec{P}$ и направленная по той же прямой в противоположную сторону

$$\vec{\Phi} = -\vec{P}$$

$$\vec{\Phi} = -m\vec{a}$$

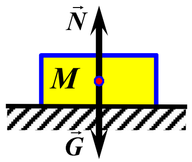


Сила $\vec{\Phi}$ приложена к нити *A*

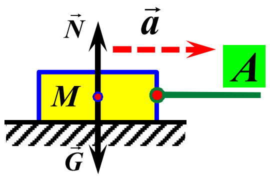
Сила инерции материальной точки

Тело *M* лежит на гладкой горизонтальной плоскости, его вес уравновешен реакцией плоскости

$$\vec{G} = -\vec{N}$$



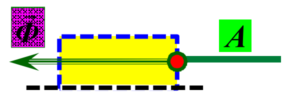
В результате механического воздействия тела *A* на тело *M*, тело *M* получит ускорение $\vec{a}$



Сила $\vec{\Phi}$, равная по модулю произведению массы материальной точки на модуль её ускорения, направленная противоположно ускорению и приложенная к телу, сообщающему это ускорение, называется **силой инерции материальной точки.**

$$\vec{\Phi} = -m\vec{a}$$

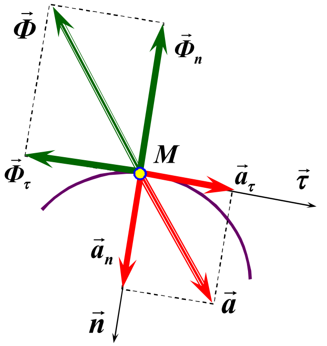
Эту силу ощущает человек, который тянет нить *A*



***Сила инерции материальной точки** является реальной силой, представляющей собой противодействие материальной точки изменению её скорости, и приложена к телу, сообщающему этой точке ускорение*

При неравномерном криволинейном движении точки силу инерции разлагают на две составляющие направленные по касательной к траектории и главной нормали

$$\vec{\Phi} = \vec{\Phi}_\tau + \vec{\Phi}_n$$



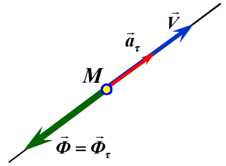
$$\vec{\Phi}_\tau = -m\vec{a}_\tau$$

КАСАТЕЛЬНАЯ сила инерции, направлена противоположно касательному ускорению

$$\vec{\Phi}_n = -m\vec{a}_n$$

НОРМАЛЬНАЯ сила инерции, направлена противоположно нормальному ускорению

При НЕРАВНОМЕРНОМ прямолинейном движении точки

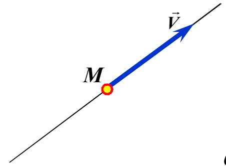


$$a_n = 0 \rightarrow \Phi_n = 0$$

$$a_\tau = \frac{dV}{dt} \rightarrow \Phi_\tau = m\left|\frac{dV}{dt}\right|$$

$$\Phi = \Phi_\tau = m\left|\frac{dV}{dt}\right|$$

При РАВНОМЕРНОМ прямолинейном движении точки



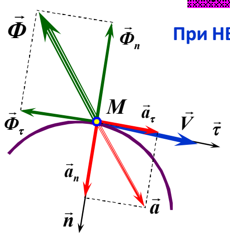
$$a_\tau = \frac{dV}{dt} = 0 \rightarrow \Phi_\tau = m\left|\frac{dV}{dt}\right| = 0$$

$$a_n = 0 \rightarrow \Phi_n = 0$$

$$\Phi = 0$$

$$a = 0$$

$$\vec{\Phi}_\tau = -m\vec{a}_\tau \qquad \vec{\Phi}_n = -m\vec{a}_n$$



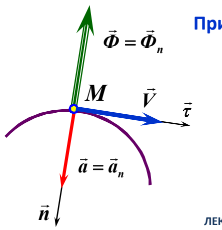
При НЕРАВНОМЕРНОМ криволинейном движении точки

$$a_\tau = \frac{dV}{dt} \rightarrow \Phi_\tau = m\left|\frac{dV}{dt}\right|$$

$$a_n = \frac{V^2}{\rho} \rightarrow \Phi_n = m\frac{V^2}{\rho}$$

ρ - радиус кривизны траектории

$$\vec{\Phi} = \vec{\Phi}_\tau + \vec{\Phi}_n$$



При РАВНОМЕРНОМ криволинейном движении точки

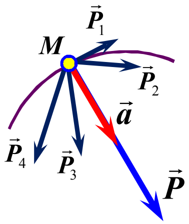
$$a_\tau = \frac{dV}{dt} = 0 \rightarrow \Phi_\tau = m\left|\frac{dV}{dt}\right| = 0$$

$$a_n = \frac{V^2}{\rho} \rightarrow \Phi_n = m\frac{V^2}{\rho}$$

$$\Phi = \Phi_n = m\frac{V^2}{\rho}$$

Принцип Германа-Эйлера-Даламбера (Принцип Даламбера) для материальной точки -

метод, с помощью которого уравнениям динамики по форме придаётся вид уравнений статики



Материальная точка *M* под действием системы сил $(\vec{P}_1, \vec{P}_2, ..., \vec{P}_n)$ движется с ускорением $\vec{a}$

Основное уравнение динамики имеет вид

$$m\vec{a} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + ... + \vec{P}_n$$

перенесем $m\vec{a}$ из левой части уравнения в правую

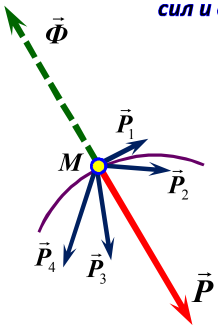
$$0 = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + ... + \vec{P}_n - m\vec{a}$$

Так как $-m\vec{a} = \vec{\Phi}$

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 + ... + \vec{P}_n + \vec{\Phi} = 0$$

Геометрическая сумма всех приложенных к точке сил и сил инерции этой точки равна нулю

Геометрическая сумма всех приложенных к точке сил и сил инерции этой точки равна нулю



$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 + ... + \vec{P}_n + \vec{\Phi} = 0$$

Для решения задач динамики материальной точки по принципу Даламбера следует помимо приложенных к точке *М* сил условно приложить к этой точке силу инерции $\vec{\Phi}$

Тогда многоугольник рассматриваемой системы сил $(\vec{P}_1, \vec{P}_2, ..., \vec{P}_n, \vec{\Phi})$ будет замкнут и суммы их проекций на координатные оси будут равны нулю

Как было сказано выше, сила инерции материальной точки приложена к телу, сообщающему этой точке ускорение

Приложение силы к точке *М*
является условным приёмом, позволяющим привести
ЗАДАЧУ ДИНАМИКИ ПО ФОРМЕ РЕШЕНИЯ К ЗАДАЧЕ СТАТИКИ

Классификация сил, действующих на точки системы

В общем случае на точки
МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ действуют силы

- **АКТИВНЫЕ (задаваемые)**
- **РЕАКЦИИ СВЯЗЕЙ**

МЕХАНИЧЕСКАЯ СИСТЕМА

- **СВОБОДНАЯ -** точки системы не ограничены в своих движениях (свободны от связей)
- **НЕСВОБОДНАЯ -** если хотя бы на одну точку системы наложена связь

Согласно принципу освобождаемости от связей,
НЕСВОБОДНУЮ механическую систему
можно рассматривать как СВОБОДНУЮ,
если отбросить связи и заменить их действие реакциями связей

ВСЕ СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ
на точки механической системы
(активные и реакции связей)
можно классифицировать как

- **ВНЕШНИЕ –** приложенные к точкам системы со стороны других материальных точек и тел
- **ВНУТРЕННИЕ –** силы взаимодействия между точками системы

Принцип Германа-Эйлера-Даламбера для несвободной механической системы

Рассмотрим несвободную механическую систему, состоящую из n материальных точек.

Применим к каждой точке M_i этой системы принцип Даламбера

$$\vec{P}_i + \vec{R}_i + \vec{\Phi}_i = 0 \quad (i = 1, 2, \dots n)$$

$\vec{P}_i$ - равнодействующая задаваемых сил, приложенных в точке M_i

$\vec{R}_i$ - равнодействующая реакций связей, приложенных в точке M_i

$\vec{\Phi}_i = -m_i \vec{a}_i$ - сила инерции материальной точки M_i

В любой момент времени геометрическая сумма равнодействующей задаваемой системы сил, равнодействующей реакций связей и силы инерции для каждой материальной точки несвободной механической системы равна нулю

В любой момент времени для всякой несвободной механической системы геометрическая сумма главных моментов задаваемых сил, реакций связей и сил инерции материальных точек системы относительно любого неподвижного центра равна нулю

$$\vec{M}_O^P + \vec{M}_O^R + \vec{M}_O^{\Phi} = 0$$

$\sum_{i=1}^{n} \vec{M}_{iO}^P = \vec{M}_O^P$ - главный момент задаваемых сил относительно центра *O*

$\sum_{i=1}^{n} \vec{M}_{iO}^R = \vec{M}_O^R$ - главный момент реакций связей относительно центра *O*

$\sum_{i=1}^{n} \vec{M}_{iO}^{\Phi} = \vec{M}_O^{\Phi}$ - главный вектор сил инерции точек системы относительно центра *O*

Сложим все n уравнения $\vec{P}_i + \vec{R}_i + \vec{\Phi}_i = 0 \quad (i = 1, 2, \dots n)$

получим $\sum_{i=1}^{n} \vec{P}_i + \sum_{i=1}^{n} \vec{R}_i + \sum_{i=1}^{n} \vec{\Phi}_i = 0 \quad (i = 1, 2, \dots n)$

$\sum_{i=1}^{n} \vec{P}_i = \vec{P}^*$ - главный вектор задаваемых сил

$\sum_{i=1}^{n} \vec{R}_i = \vec{R}^*$ - главный вектор реакций связей

$\sum_{i=1}^{n} \vec{\Phi}_i = \vec{\Phi}^*$ - главный вектор сил инерции точек системы

$$\vec{P}^* + \vec{R}^* + \vec{\Phi}^* = 0$$

В любой момент времени для всякой несвободной механической системы геометрическая сумма главных векторов задаваемых сил, реакций связей и сил инерции материальных точек системы равна нулю