

Лекция 12

Введение в динамику механической системы

Кинетическая энергия

Момент инерции

Теорема об изменении кинетической энергии

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - TBRIM

Механическая система -

совокупность материальных точек, в которой положение и движение каждой точки зависит от положения и движения других точек

Кинетическая энергия механической системы – сумма значений кинетических энергий всех входящих в эту систему материальных точек

$$T = \sum_{k=1}^n T_k = \sum_{k=1}^n \frac{m_k V_k^2}{2}$$

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - TBRIM

КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ –

энергия, которой обладает тело в следствие своего движения

Кинетическая энергия материальной точки – скалярная величина, равная половине произведения массы точки на квадрат скорости её движения

$$T = \frac{mV^2}{2}$$

$$[T] = [\text{Дж}]$$

m - масса материальной точки

V - скорость материальной точки

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - TBRIM

Теорема о кинетической энергии механической системы в общем случае её движения (теорема Кёнига)-

Кинетическая энергия механической системы равна сумме кинетической энергии центра масс системы и кинетической энергии этой системы в её относительном движении относительно центра масс

$$T = \frac{M \cdot V_C^2}{2} + \sum_{k=1}^n \frac{m_k V_{kC}^2}{2}$$

$$M = \sum_{k=1}^n m_k \text{ - масса механической системы}$$

V_C - скорость центра масс

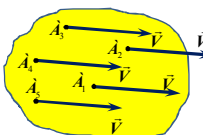
m_k - масса k -й точки

V_{kC} - скорость k -й точки в её относительном движении относительно центра масс

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - TBRIM

Кинетическая энергия твердого тела в различных случаях его движения

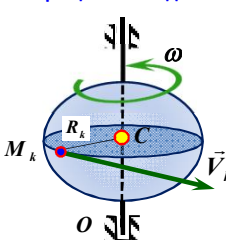
1. Поступательное движение твердого тела ($\omega = 0$)



$$T = \sum_{k=1}^n \frac{m_k V_k^2}{2} = \frac{V^2}{2} \sum_{k=1}^n m_k = \frac{M \cdot V^2}{2}$$

$T = \frac{M \cdot V^2}{2}$

2. Вращательное движение твердого тела вокруг неподвижной оси ($\vec{V}_C = 0$)



$$T = \sum_{k=1}^n \frac{m_k V_k^2}{2} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n m_k R_k^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \omega^2 \sum_{k=1}^n m_k R_k^2$$


$V_k = R_k \cdot \omega$ - скорость k-й точки

$J_z = \sum_{k=1}^n m_k R_k^2$ - момент инерции тела относительно оси вращения

$T = \frac{\omega^2 \cdot J_z}{2}$

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

3. Плоское движение твердого тела



Центр масс – т. С движется в плоскости чертежа.

Плоское движение можно разложить на поступательное вместе с центром масс и относительное по отношению к центру масс.

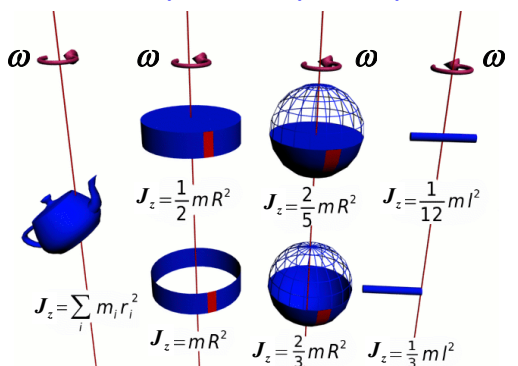
Относительное движение представляет собой вращение тела вокруг оси, проходящей через центр масс

По теореме Кёнига

$$T = \frac{M \cdot V_C^2}{2} + \frac{J_{Cz} \cdot \omega^2}{2}$$

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

Моменты инерции некоторых тел вращения



$J_z = \sum_i m_i r_i^2$

$J_z = \frac{1}{2} m R^2$ (thin disk)

$J_z = \frac{2}{5} m R^2$ (solid sphere)

$J_z = \frac{1}{12} m l^2$ (thin rod)

$J_z = m R^2$ (thin ring)

$J_z = \frac{2}{3} m R^2$ (thin disk, vertical axis)

$J_z = \frac{1}{3} m l^2$ (thin rod, end axis)

$T = \frac{\omega^2 \cdot J_z}{2}$

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

ТЕОРЕМА ОБ ИЗМЕНЕНИИ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

Изменение кинетической энергии материальной точки на некотором её перемещении равно алгебраической сумме работ всех действующих на эту точку сил, на этом же перемещении

$$\frac{m \cdot V^2}{2} - \frac{m \cdot V_0^2}{2} = A$$

V - скорость материальной точки в конце перемещения

V_0 - скорость материальной точки в начале перемещения

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

Классификация сил, действующих на точки системы

В общем случае на точки
МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ действуют силы

АКТИВНЫЕ (задаваемые)

РЕАКЦИИ СВЯЗЕЙ

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - TBRIM

ТЕОРЕМА ОБ ИЗМЕНЕНИИ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Изменение кинетической энергии механической системы на некотором перемещении равно сумме работ внешних и внутренних сил, действующих на материальные точки системы на этом перемещении

$$T - T_0 = \sum_{k=1}^n A_k^e + \sum_{k=1}^n A_k^i$$

T - кинетическая энергия в конечном положении

T_0 - кинетическая энергия в начальном положении

$\sum_{k=1}^n A_k^e$ - сумма работ всех внешних сил

$\sum_{k=1}^n A_k^i$ - сумма работ всех внутренних сил

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - TBRIM

ВСЕ СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ
на точки механической системы
(активные и реакции связей)
можно классифицировать как

ВНЕШНИЕ –
приложенные к точкам
системы со стороны других
материальных точек и тел

ВНУТРЕННИЕ –
силы взаимодействия
между точками системы

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - TBRIM

ТЕОРЕМА ОБ ИЗМЕНЕНИИ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ СОСТОЯЩЕЙ ИЗ ТВЁРДЫХ ТЕЛ

Изменение кинетической энергии механической системы на некотором перемещении равно сумме работ внешних сил, действующих на тело на этом перемещении

$$T - T_0 = \sum_{k=1}^n A_k^e$$

T - кинетическая энергия в конечном положении

T_0 - кинетическая энергия в начальном положении

$\sum_{k=1}^n A_k^e$ - сумма работ всех внешних сил

$\sum_{k=1}^n A_k^i = 0$ - сумма работ всех внутренних сил

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - TBRIM



ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ