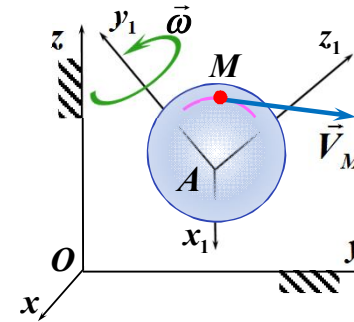


Лекция 9

Сложное движение материальной точки

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

Если материальная точка совершает движение **одновременно по отношению к двум системам отсчета**, из которых одна считается неподвижной (основной), а другая определенным образом движется по отношению к первой, то движение точки по отношению к неподвижной системе отсчета называется **СЛОЖНЫМ**



Т.е. тело одновременно участвует в двух или нескольких движениях

$xOyz$  - неподвижная СО, связанная с условно неподвижным телом (обычно с Землей)

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

Примеры сложного движения



ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

Движение т.  $M$  относительно **НЕПОДВИЖНОЙ** системы отсчета  $xOyz$  называется **АБСОЛЮТНЫМ** движением

Движение т.  $M$  относительно **ПОДВИЖНОЙ** системы отсчета  $x_1Ay_1z_1$  называется **ОТНОСИТЕЛЬНЫМ** движением

Движение подвижной системы отсчета  $x_1Ay_1z_1$  и неизменно связанной с ней т.  $M$  относительно неподвижной системы отсчета  $xOyz$  называется **ПЕРЕНОСНЫМ** движением

Скорость и ускорение точки тела, связанного с подвижной системой отсчета, совпадающей в данный момент времени с движущейся т.  $M$ , называется **ПЕРЕНОСНОЙ СКОРОСТЬЮ** и **ПЕРЕНОСНЫМ УСКОРЕНИЕМ**

$\vec{V}_e$  - переносная скорость  $\vec{a}_e$  - переносное ускорение

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

**ОТНОСИТЕЛЬНОЕ движение - ?**  
 движение человека по платформе

**ПЕРЕНОСНОЕ движение - ?**  
 вращение платформы вместе с человеком

**АБСОЛЮТНОЕ движение - ?**  
 движение человека по отношению к неподвижной С.О. (Земле)

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

**Теорема о сложении скоростей точки**  
 При сложном движении точки её абсолютная скорость равна геометрической сумме переносной и относительной скоростей

$\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$

т. М движется относительно т. А  
 $\vec{V}_r$  - относительная скорость т. М  
 Тело совершает произвольное движение в пространстве  
 $\vec{V}_A$  - скорость т. А

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

**ПЕРЕНОСНОЕ ДВИЖЕНИЕ** представляет собой совокупность поступательного движения подвижной системы вместе с полюсом А и сферического движения вокруг этого полюса

Во все время движения точки радиус-векторы связаны зависимостью

$\vec{r} = \vec{r}_A + \vec{r}_1 = \vec{r}_A + (\vec{i}x_1 + \vec{j}y_1 + \vec{k}z_1)$

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

Переносное движение т. М это движение подвижной СО и связанной с ней т. М относительно неподвижной СО

$\vec{V}_A$  - скорость т. А  
 $\vec{V}_{MA}$  - скорость т. М вокруг т. А

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

Переносное движение т.  $M$  - это движение подвижной СО и связанной с ней т.  $M$  относительно неподвижной СО

$\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_{MA}$

$\vec{V}_A$  - скорость т.  $A$   
 $\vec{V}_{MA}$  - скорость т.  $M$  вокруг т.  $A$

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

**Теорема о сложении скоростей точки**

Вектора  $\vec{V}_r$ ,  $\vec{V}_{MA}$ ,  $\vec{V}_A$  лежат в разных плоскостях

$\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$

Модуль абсолютной скорости  
 $|\vec{V}| = \sqrt{V_r^2 + V_e^2 + 2 \cdot V_r \cdot V_e \cdot \cos(\widehat{V_r V_e})}$

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

**Теорема сложения ускорений (теорема Кориолиса)**

Абсолютное ускорение точки в случае **НЕПОСТУПАТЕЛЬНОГО** переносного движения равно геометрической сумме переносного, относительного и кориолисова ускорений

$\vec{a} = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_c$

$\vec{a}_e$  - **ПЕРЕНОСНОЕ УСКОРЕНИЕ** – характеризует изменение переносной скорости точки в её переносном движении. Определяется методами кинематики твердого тела.

$\vec{a}_r$  - **ОТНОСИТЕЛЬНОЕ УСКОРЕНИЕ** – характеризует изменение относительной скорости точки в её относительном движении. Определяется методами кинематики точки.

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

**Ускорение Кориолиса**

равно удвоенному векторному произведению угловой скорости переносного движения на относительную скорость точки

$\vec{a}_c = 2 (\vec{\omega}_e \times \vec{V}_r)$

Модуль ускорения Кориолиса

$|\vec{a}_c| = 2 \cdot |\vec{\omega}_e| \cdot |\vec{V}_r| \cdot \sin(\widehat{\vec{\omega}_e \vec{V}_r})$

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

**Направление вектора ускорения Кориолиса**  
определяется по правилу векторного произведения

$$\vec{a}_c = 2(\vec{\omega}_e \times \vec{V}_r)$$

Ускорение Кориолиса направлено перпендикулярно плоскости проходящей через вектора  $\vec{\omega}_e$  и  $\vec{V}_r$  в ту сторону, откуда кратчайшее совмещение вектора  $\vec{\omega}_e$  с вектором  $\vec{V}_r$  видно против хода часовой стрелки

Точка движется с постоянной линейной скоростью  $V_r = const$   
платформа вращается с постоянной угловой скоростью  $\vec{\omega}_e = const$

Переносная скорость точки M  $\vec{V}_e$

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

Точка движется с постоянной линейной скоростью  $V_r = const$   
платформа вращается с постоянной угловой скоростью  $\vec{\omega}_e = const$

Переносная скорость точки M  $\vec{V}_e$

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

Точка движется с постоянной линейной скоростью  $V_r = const$   
платформа вращается с постоянной угловой скоростью  $\vec{\omega}_e = const$

Изменение  $\vec{\omega}_e$  и  $\vec{V}_r$  вызывает появление ускорения Кориолиса

$$\vec{a}_c = 2(\vec{\omega}_e \times \vec{V}_r)$$

Ускорение Кориолиса характеризует:

1. Изменение модуля и направления переносной скорости точки вследствие её относительного движения
2. Изменение направления относительной скорости точки вследствие вращательного переносного движения

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

Случаи равенства нулю ускорения Кориолиса

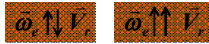
$$|\vec{a}_c| = 2 \cdot |\vec{\omega}_e| \cdot |\vec{V}_r| \cdot \sin(\angle \vec{\omega}_e \vec{V}_r) = 0$$

1. Когда  $\vec{\omega}_e = 0$ , т.е. в случае поступательного переносного движения или в моменты обращения в нуль угловой скорости непоступательного переносного движения

2. Когда  $\vec{V}_r = 0$ , т.е. движущаяся материальная точка находится в состоянии покоя или в моменты равенства нулю относительной скорости точки

3. Когда  $(\hat{\vec{\omega}_e \vec{V}_r}) = 0^\circ, 180^\circ$ ,

т.е. в случае, когда относительное движение точки происходит по направлению, параллельному оси вращения



или в моменты, когда  $\vec{\omega}_e \parallel \vec{V}_r$

