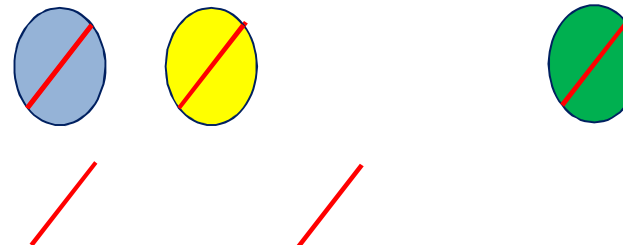


Лекция 7

Кинематика твёрдого тела

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

Поступательное движение твёрдого тела - движение, при котором любая прямая проведенная в этом теле во все время движения остается параллельна своему первоначальному положению



Точки твёрдого тела, движущегося поступательно, МОГУТ ОПИСЫВАТЬ ЛЮБЫЕ ТРАЕКТОРИИ

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

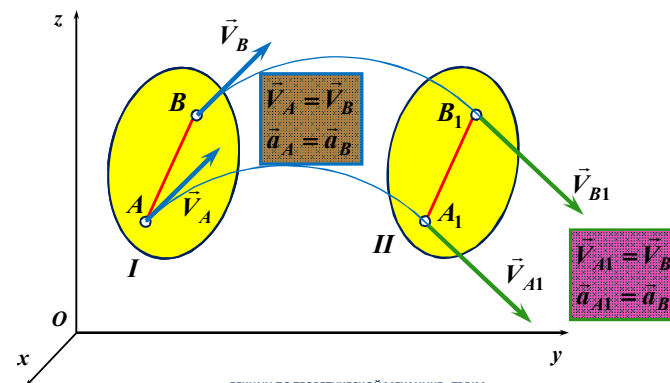
Виды движения твёрдого тела:

- поступательное
- вращательное
- плоское (плоскопараллельное)
- сферическое
- сложное

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

Теорема о поступательном движении твёрдого тела

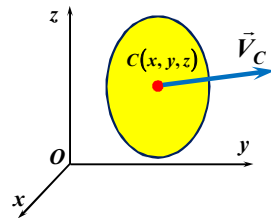
При поступательном движении все точки тела описывают одинаковые траектории и имеют в каждый момент времени одинаковые по модулю и направлению скорости и ускорения



ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

Т. о., поступательное движение твердого тела определяется движением какой-либо одной его точки, т.е. **ЗАДАЧА ИЗУЧЕНИЯ КИНЕМАТИКИ ТВЕРДОГО ТЕЛА СВОДИТСЯ К ИЗУЧЕНИЮ КИНЕМАТИКИ ТОЧКИ**

Уравнениями поступательного движения твердого тела являются уравнения движения любой точки этого тела – обычно это уравнения движения его центра тяжести C

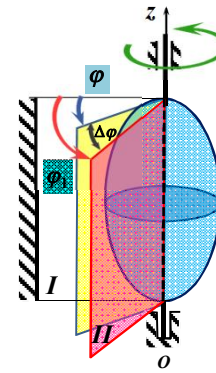


$$\begin{aligned} x_C &= f_1(t) \\ y_C &= f_2(t) \\ z_C &= f_3(t) \end{aligned}$$

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

Закон вращения

- I - неподвижная полуплоскость
- II - подвижная полуплоскость связанная с твердым телом и вращающаяся вместе с ним



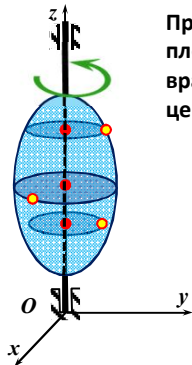
Угол поворота φ принято считать **ПОЛОЖИТЕЛЬНЫМ**, если смотря на встречу оси вращения, можно увидеть его отложенным **ПРОТИВ ХОДА** часовой стрелки



ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

Вращательное движение твердого тела -

движение, при котором все точки, принадлежащие некоторой прямой, неизменно связанной с телом, остаются неподвижными. Эта прямая называется **осью вращения**.



При этом все точки тела движутся в плоскостях, перпендикулярных оси вращения и описывают окружности, центры которых лежат на этой оси

Различают положительное и отрицательное направления вращения



ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

Закон вращения



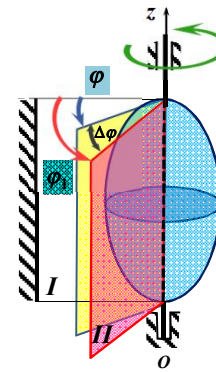
$$\varphi = 2\pi \cdot N \quad [\varphi] = [\text{рад}]$$

N – число оборотов

Угол поворота φ определяя положение подвижной полуплоскости, определяет положение всего вращающегося тела.

φ - угловая координата, рад

При вращении угол поворота изменяется с течением времени, т.е. является функцией от времени

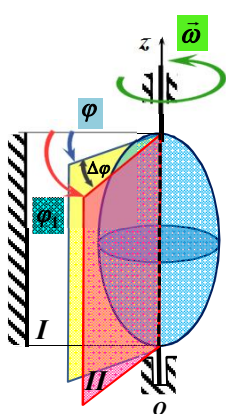


$$\varphi = f(t)$$

- закон вращательного движения

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕЛА, вращающегося вокруг оси



Угловая скорость ($\vec{\omega}$)

$$t_1 = t + \Delta t \rightarrow \varphi_1 = \varphi + \Delta \varphi$$

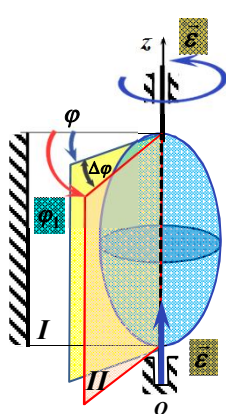
$$\omega_{cp} = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$$

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}$$

$$[\omega] = [рад/с] = [с^{-1}]$$

Угловая скорость - величина, характеризующая изменение угла поворота в единицу времени

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ



Угловое ускорение ($\vec{\varepsilon}$)

$$t_1 = t + \Delta t \rightarrow \omega_1 = \omega + \Delta \omega$$

$$\varepsilon_{cp} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$$

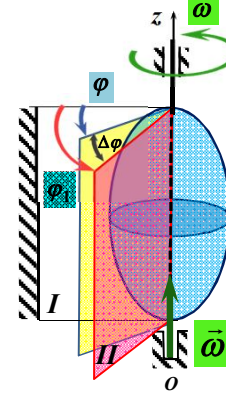
$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

$$\varepsilon = \omega' = \varphi''$$

$$[\varepsilon] = [рад/с^2]$$

Угловое ускорение - величина, характеризующая изменение угловой скорости в единицу времени


ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ




$$\omega = \frac{2\pi \cdot n}{60} = \frac{\pi \cdot n}{30} \quad [n] = [об/мин]$$

n - число оборотов в мин.

Т.к. **ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ** характеризуется осью вращения, направлением вращения и величиной угловой скорости, то угловую скорость можно принять за вектор, направленный вдоль оси вращения в ту сторону, откуда вращение видно против хода часовой стрелки



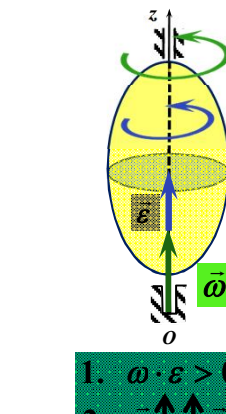
$\omega > 0$



Угловая скорость – определяет быстроту и направление вращения тела

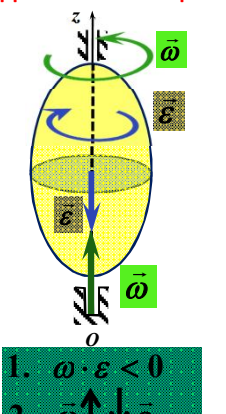
ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

**ПРИЗНАКИ
УСКОРЕННОГО ВРАЩЕНИЯ**



1. $\omega \cdot \varepsilon > 0$
2. $\vec{\omega} \uparrow \uparrow \vec{\varepsilon}$

**ПРИЗНАКИ
ЗАМЕДЛЕННОГО ВРАЩЕНИЯ**



1. $\omega \cdot \varepsilon < 0$
2. $\vec{\omega} \uparrow \downarrow \vec{\varepsilon}$

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

Частные случаи вращательного движения

1. Равномерное вращение

$$\varepsilon = 0$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega \cdot t$$

2. Равнопеременное вращение

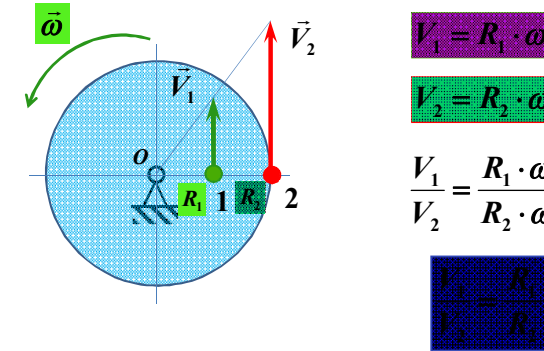
$$\varepsilon = \text{const}$$

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon \cdot t$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2}$$

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

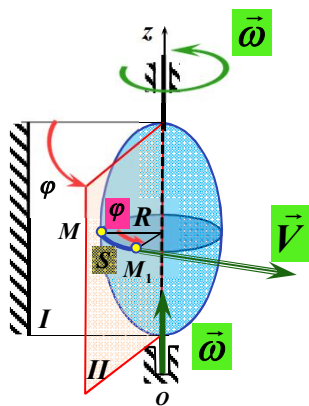
Так как угловая скорость для всех точек тела имеет одинаковое значение в данный момент времени, то **ЛИНЕЙНЫЕ СКОРОСТИ ТОЧЕК ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫ ИХ РАССТОЯНИЮ ОТ ОСИ ВРАЩЕНИЯ**



ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТОЧЕК ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ТЕЛА

1. СКОРОСТЬ точек вращающегося тела



R - кратчайшее расстояние от оси до т. M (радиус вращения точки)

Скорость любой точки тела, вращающейся вокруг неподвижной оси, называется **ЛИНЕЙНОЙ СКОРОСТЬЮ (ОКРУЖНОЙ, ВРАЩАТЕЛЬНОЙ)**

$$S = R \cdot \varphi \quad \varphi = f(t)$$

$$S = R \cdot \varphi$$

$$\frac{dS}{dt} = R \cdot \frac{d\varphi}{dt}$$

$$\vec{V} = R \cdot \vec{\omega} \quad \vec{V} \perp \vec{\omega}$$

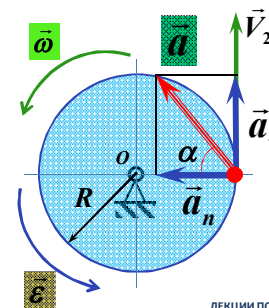
ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

2. УСКОРЕНИЕ точек вращающегося тела

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

Касательное ускорение $a_\tau = \frac{dV}{dt} = \frac{d\omega \cdot R}{dt} = \varepsilon \cdot R$ $\vec{a}_\tau = \varepsilon \cdot R$

Нормальное ускорение $a_n = \frac{V^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R$ $\vec{a}_n = \omega^2 R$



$$|\vec{a}| = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = R \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$$

направление полного ускорения

$$\text{tg} \alpha = \frac{a_\tau}{a_n} = \frac{\varepsilon \cdot R}{\omega^2 R} = \frac{\varepsilon}{\omega^2} \quad \text{tg} \alpha = \frac{\varepsilon}{\omega^2}$$

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ