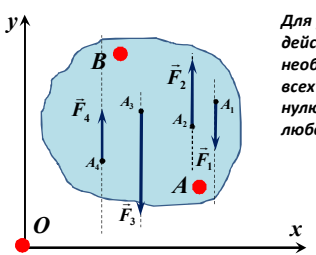


Лекция 4

Плоская система параллельных сил Условия равновесия

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

Плоская система параллельных сил Условия равновесия



Для равновесия твердого тела, находящегося под действием плоской системы параллельных сил необходимо и достаточно чтобы сумма проекций всех сил на ось, параллельную силам равнялась нулю и сумма моментов всех сил относительно любой точки плоскости равнялась нулю

$$I \begin{cases} \sum_{k=1}^n \bar{F}_{ky} = 0 \\ \sum_{k=1}^n M_O(\bar{F}_k) = 0 \end{cases}$$

$$II \begin{cases} \sum_{k=1}^n M_A(\bar{F}_k) = 0 \\ \sum_{k=1}^n M_B(\bar{F}_k) = 0 \end{cases}$$

Для равновесия твердого тела, находящегося под действием плоской системы параллельных сил необходимо и достаточно, чтобы суммы моментов всех сил относительно двух любых точек плоскости равнялась нулю. Прямая, соединяющая эти точки, не должна быть параллельна линиям действия сил.

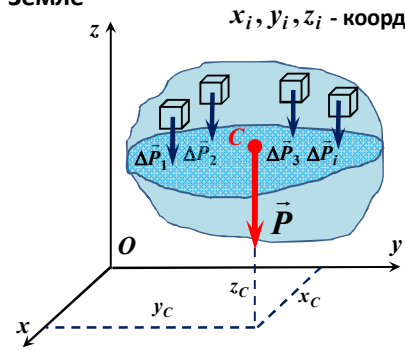
АВ ~~НОУ~~

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

Центр тяжести твердого тела

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

Сила тяжести - сила, с которой тело притягивается к Земле



x_i, y_i, z_i - координаты любой частицы тела

$\Delta\bar{P}_1, \Delta\bar{P}_2, \Delta\bar{P}_3, \dots, \Delta\bar{P}_i$
- силы притяжения отдельных элементарных частиц к Земле

\bar{P} - вес тела

$$\bar{P} = \sum_{i=1}^n \Delta\bar{P}_i$$

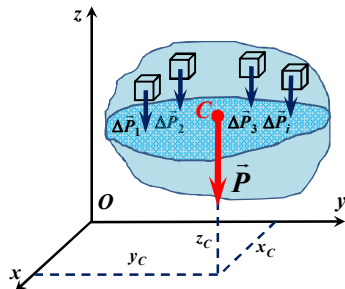
т. С - центр тяжести тела

x_C, y_C, z_C - координаты центра тяжести тела

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

Центр тяжести твердого тела – геометрическая точка, неизменно связанная с этим телом, через которую проходит равнодействующая сил тяжести частиц данного тела при любом его положении в пространстве. Центр тяжести не меняет своего положения.

Координаты центра тяжести **ОДНОРОДНОГО** твердого тела



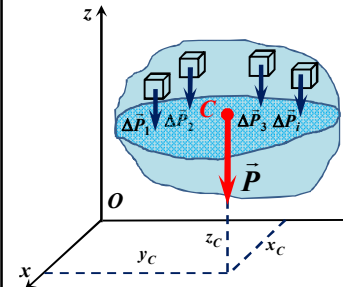
$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta P_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n \Delta P_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta P_i \cdot x_i}{P}$$

$$y_c = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta P_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^n \Delta P_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta P_i \cdot y_i}{P}$$

$$z_c = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta P_i \cdot z_i}{\sum_{i=1}^n \Delta P_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta P_i \cdot z_i}{P}$$

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

Координаты центра тяжести **НЕОДНОРОДНОГО** твердого тела



$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot \Delta V_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot \Delta V_i}$$

$$y_c = \frac{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot \Delta V_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot \Delta V_i}$$

$$z_c = \frac{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot \Delta V_i \cdot z_i}{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot \Delta V_i}$$

$\Delta \vec{P}_i = \gamma_i \cdot \Delta V_i$ - сила тяжести элементарной частицы
 γ_i - удельный вес элементарной частицы
 ΔV_i - объём элементарной частицы

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

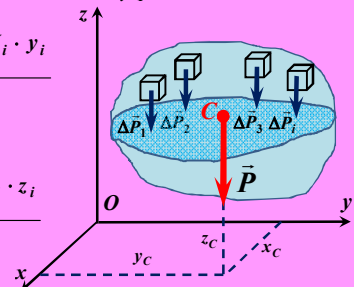
Для **ОДНОРОДНОГО** твердого тела

$\gamma_i = \gamma$ - удельный вес элементарной частицы

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot \Delta V_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot \Delta V_i} = \frac{\gamma \sum_{i=1}^n \Delta V_i \cdot x_i}{\gamma \sum_{i=1}^n \Delta V_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta V_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n \Delta V_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta V_i \cdot x_i}{V}$$

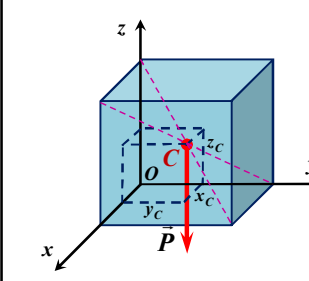
$$y_c = \frac{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot \Delta V_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot \Delta V_i} = \frac{\gamma \sum_{i=1}^n \Delta V_i \cdot y_i}{\gamma \sum_{i=1}^n \Delta V_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta V_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^n \Delta V_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta V_i \cdot y_i}{V}$$

$$z_c = \frac{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot \Delta V_i \cdot z_i}{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot \Delta V_i} = \frac{\gamma \sum_{i=1}^n \Delta V_i \cdot z_i}{\gamma \sum_{i=1}^n \Delta V_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta V_i \cdot z_i}{\sum_{i=1}^n \Delta V_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta V_i \cdot z_i}{V}$$

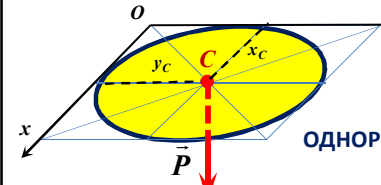
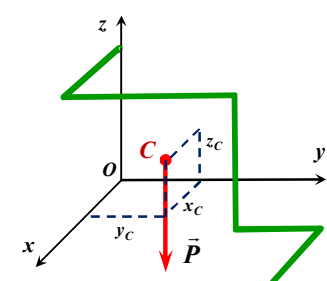


ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

ОДНОРОДНОЕ ТВЁРДОЕ ТЕЛО



МАТЕРИАЛЬНАЯ ЛИНИЯ



ОДНОРОДНАЯ ПЛАСТИНА

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

Центр тяжести пластины

Пластина – тело, толщина которого очень мала по сравнению с другими его размерами
 $\Delta \vec{P}_i = \gamma_i \cdot \Delta S_i$ - сила тяжести элементарной частицы пластины

Координаты центра тяжести НЕОДНОРОДНОЙ пластины

$$x_C = \frac{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot \Delta S_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot \Delta S_i}$$

$$y_C = \frac{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot \Delta S_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot \Delta S_i}$$

Координаты центра тяжести ОДНОРОДНОЙ пластины

$$x_C = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta S_i \cdot x_i}{S}$$

$$y_C = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta S_i \cdot y_i}{S}$$

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

Центр тяжести материальной линии

Материальная линия – тело, площадь поперечного сечения которого всюду одинакова и очень мала по сравнению с его длиной
 $\Delta \vec{P}_i = \gamma_i \cdot \Delta l_i$ - сила тяжести элементарной частицы материальной линии

Координаты центра тяжести НЕОДНОРОДНОЙ линии

$$x_C = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta P_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n \Delta P_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot \Delta l_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot \Delta l_i}$$

$$y_C = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta P_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^n \Delta P_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot \Delta l_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot \Delta l_i}$$

$$z_C = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta P_i \cdot z_i}{\sum_{i=1}^n \Delta P_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot \Delta l_i \cdot z_i}{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot \Delta l_i}$$

Координаты центра тяжести ОДНОРОДНОЙ линии

$$x_C = \frac{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot \Delta l_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot \Delta l_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta l_i \cdot x_i}{l}$$

$$y_C = \frac{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot \Delta l_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot \Delta l_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta l_i \cdot y_i}{l}$$

$$z_C = \frac{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot \Delta l_i \cdot z_i}{\sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot \Delta l_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta l_i \cdot z_i}{l}$$

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ

Способы определения координат центра тяжести

1. Центры тяжести симметричных однородных тел находятся:

- в плоскости симметрии;
- на оси симметрии;
- в центре симметрии.

2. Метод разбиения на части (тело нужно разбить на части, центры тяжести которых легко определяются)

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ - ТВРИМ