8 МАТЕМАТИКАЛЫҚ ФИЗИКА ЕСЕПТЕРІН ШЕШУДІҢ САНДЫҚ ӘДІСТЕРІ

8.1 Дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер

$u(x_1, x_2, \dots, x_n)$ белгісіз функцияны, $x_1, x_2, \dots, x_n$ тәуелсіз айнымалыларды және белгісіз функцияның дербес туындыларын байланыстыратын теңдеу – дербес туынылы дифференциалдық теңдеу деп аталады.

Жалпы түрде сызықты емес дербес туындылы дифференциалдық теңдеу:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n, u, \frac{\partial u}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial u}{\partial x_n}, \dots, \frac{\partial^k u}{\partial x_1^{k_1} \dots \partial x_n^{k_n}}) = 0.$$

Теңдеудіңі ең жогарғы ретті дербес туындысының реті дербес туындылы дифференциалдық теңдеудің реті болып саналады.

1.1.1 II –ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулерді класстарға бөлу.

II –ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеуді қарастырайық:

$$F(x, y, u, u_x, u_y, u_{xx}, u_{xy}, u_{yy}) = 0 \qquad (1)$$

x, y – тәуелсіз айнымалылар, $u(x, y)$- белгісіз функция, $u_x = \frac{\partial u}{\partial x}, u_y = \frac{\partial u}{\partial y}, u_{xx} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, u_{xy} = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}, u_{yy} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ - функцияның дербес туындылары.

(1) теңдеуді теңбе – теңдікке айналдыратын $u(x, y)$, функциясын оның шешімі деп атайды.

Сызықты дербес туындылы дифференциалдық теңдеу:

$$A\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2B\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + C\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + a\frac{\partial u}{\partial x} + b\frac{\partial u}{\partial y} + cu = F(x, y) \qquad (2)$$

Бұл теңдеудің A, B, C, a, b, c коэффициенттері - x, y айнымалыларынан тәуелді функциялар. Егер олар x,y-тен тәуелсіз болса, онда теңдеу тұрақты коэффициентті деп аталады.

Келесі белгілеуді енгіземіз $D = AC - B^2$.
Егер D>0 болса, (2)-теңдеу эллиптикалық типті теңдеу,
егер D=0 болса, (2)-теңдеу параболалық типті теңдеу,
егер D<0 болса, (2)-теңдеу гиперболалық типті теңдеу,

егер D таңбасы тұрақты таңба сақтамаса онда аралас типті теңдеу деп аталады.

(2) сызықты теңдеудің типі оның мағыналы ерекшелігі болып саналады және кез келген өзгеше емес түрлендіруді орындағанда өзгермейді:

$\xi = \varphi(x, y); \quad \eta = \psi(x, y)$, т.е. если $\dfrac{\partial(\varphi, \psi)}{\partial(x, y)} \neq 0$.