

# 1 “САНДЫҚ ӘДІСТЕР” ПӘНІНІҢ МАЗМҰНЫ

## 1.1 Қателік теориясы.

### Қателік теориясы

Шамалардың жуық мәндері жуық сандармен беріледі.

Сандық әдістер немесе есептеу әдістері пәндерінде алынған нәтижелердің барлығы жуық шешімдер деп аталады.

Тура шешім мен жуық шешім айырмасы әдіс қателігі немесе дөңгелектеу қателігі деп аталады.

Қателіктер 3 түрге бөлінеді:

- 1 Әдіс қателігі
- 2 Шеттетілмейтін қателік
- 3 Есептеу қателігі

Әдіс қателігі берілген есепті шешу үшін таңдалған сандық әдістен тәуелді болады. Осыған байланысты әр әдістің қателігін бағалау формуласы әр түрлі болады.

Шеттетілмейтін қателіктер – есептің бастапқы берілгендерінен, коэффициенттерінен, шарттарынан тәуелді қателіктер.

Есептеу қателігі жуық шешімдерді алу барысында қолданылатын математикалық есептеулер кезінде қолданылатын сандарды дөңгелектеуден тәуелді.

## 1.2 Арифметикалық операциялар нәтижелерінің қателіктері

**1 Қосынды қателігі.**  $F(x)=x=x_1+x_2+x_3+\dots+x_n$  қосындысы берілсін.

а) қосындының абсолютті қателігі:  $\Delta x^* = \Delta x_1^* + \Delta x_2^* + \Delta x_3^* \dots \Delta x_n^* = \sum_{i=1}^n \Delta x_i^*$ .

Егер  $\Delta x_1^* = \Delta x_2^* = \Delta x_3^* = \Delta x_n^*$  болса, онда  $\Delta x^* = n \cdot \Delta x_1^*$ , ал  $n \geq 10$  болса,

Чеботарев формуласы қолданылады:  $\Delta x^* = \sqrt{3n} \cdot \Delta x_1^*$ .

б) қосындының салыстырмалы қателігі:

$$\delta x^* = \frac{x_1^* \delta x_1^* + x_2^* \delta x_2^* + \dots + x_n^* \delta x_n^*}{x_1^* + x_2^* + \dots + x_n^*} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i^* \cdot \delta x_i^*}{x^*}$$
. Мұндағы  $m \leq \delta x_i^* \leq M$ ,

$M = \max_i \delta x_i^*$ ,  $m = \min_i \delta x_i^*$ .

**2 Айырма қателіктері.**  $X=x_1-x_2$ ,  $x_1 > x_2 > 0$  болсын және азайғыш пен азайтқыштың жуық мәндері мен абсолютті қателіктері белгілі болсын.

а) айырманың абсолютті қателігі:  $\Delta x^* = \Delta x_1^* + \Delta x_2^*$ .

б) айырманың салыстырмалы қателігі:

$$\delta x^* = \frac{x_1^* \delta x_1^* + x_2^* \delta x_2^*}{x_1^* - x_2^*} = \frac{\Delta x_1^* - \Delta x_2^*}{x_1^* - x_2^*} = \frac{\Delta x^*}{x^*}$$
.

**3 Көбейтіндінің қателіктері.**  $X=x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n$  көбейтіндісі берілсін. Көбейткіштердің жуық мәндері және абсолютті, салыстырмалы қателіктері белгілі болсын.

а) көбейтіндінің абсолютті қателігі:

$$\Delta x^* = \sum_{i=1}^n \frac{x^* \cdot \Delta x_i^*}{x_i^*} = \sum_{i=1}^n x^* \cdot \delta x_i^* = x^* \sum_{i=1}^n \delta x_i^* .$$

b) көбетіндінің салыстырмалы қателігі:  $\delta x^* = \sum_{i=1}^n \delta x_i^* .$

**4 Бөліндінің қателігі:**  $x = \frac{x_1}{x_2}$  бөліндісі берілсін. Алымы мен бөлімінің

жуық мәндері, абсолютті, салыстырмалы қателіктері берілген болсын.

a) бөліндінің абсолютті қателігі:  $\Delta x^* = \frac{\Delta x_1^* \cdot x_2^* + \Delta x_2^* \cdot x_1^*}{(x_2^*)^2} .$

b) бөліндінің салыстырмалы қателігі:  $\delta x^* = \sum_{i=1}^n \delta x_i^* = \delta x_1^* + \delta x_2^* .$

**1- мысал:** Берілген  $x$  санының дұрыс цифрлар санын анықтау керек болсын.

$$x = 0.3941 ; \Delta x = 0.25 \cdot 10^{-2} .$$

Анықтама бойынша:  $\Delta x \leq \frac{1}{2} \cdot 10^{-1}$  шарты орындалса, 3 цифрын дұрыс цифр деуге болады. Шындығында  $0,0025 < 0,05$  екен, яғни 3 - дұрыс цифр. 9 цифрын тексерсек:  $0,0025 < 0,005$ , яғни 9 цифры да дұрыс. Ал 4 пен 1 цифрлары үшін  $0,0025 < 0,0005$  және  $0,0025 < 0,00005$  болғандықтан, олар күмәнді цифрлар болады. Қорыта айтқанда үтірден кейінгі 3 және 9 цифрларын жоғалтпау керек, яғни санды 0,39 деп дөңгелектеуге болады, 0,4 деп дөңгелектесек дөңгелектеу қателігі өсіп кетеді. Санның дұрыс цифрлар саны төртеу.

**2-мысал:**  $a = 1.8921 ; \delta_a = 0.1 \cdot 10^{-2}$  берілген. Санның дұрыс цифрларын анықтау.

Анықтама бойынша:  $\delta_a = \frac{\Delta a}{a}$ , яғни  $0.1 \cdot 10^{-2} = \frac{\Delta a}{1.8921}$ . Одан шығатыны:  $\Delta a = 0,0018921 = 0.18 \cdot 10^{-2}$ . Енді санның цифрларын тексереміз:

8 цифры - дұрыс, өйткені:  $0,0018921 < 0.05$ .

9 цифры – күмәнді, өйткені:  $0,0018921 < 0.005$ . Дәл осылай 2 және 1 цифрларының да күмәнді екенін анықтауға болады. Сонда  $a$  санының 2 цифры дұрыс.

**3-мысал:**  $X=2,1514$  санын 3 мәнді цифрға дейін дөңгелектеп, абсолютті және салыстырмалы қателіктерін табу.

$$x^* = 2.15 \quad \text{болады.} \quad \text{Сонда} \quad \Delta x^* = |2.1514 - 2.15| = 0.0014 = 0.14 \cdot 10^{-2},$$

$$\delta x^* = \frac{0.0014}{2.15} = 0.00065 = 0.65 \cdot 10^{-3} .$$

**4-мысал:**  $25,1 \cdot 1,743$  көбейтіндісінің абсолютті және салыстырмалы қателіктерін анықтау.

$$\Delta x_1^* = 0.05 ;$$

$$\Delta x_2^* = 0.0005$$

екені

белгілі.

$$\Delta x = \sum_{i=1}^2 \frac{x^*}{x_i^*} \cdot \Delta x_i^* = 0.08715 + 0.125499 = 0.0996999 = 0.1$$

$$\delta x = \sum_{i=1}^2 \delta x_i^* = 0.001992 + 0.0002868 = 0.0022788 = 0.23 \%$$

$$y = \frac{\sqrt[3]{a-b}}{m(n-a)}$$

**5-мысал:** абсолютті және салыстырмалы қателіктерін анықтау, егер  $a = 10,82 (\pm 0,03)$ ,  $b = 9,37 (\pm 0,004)$ ,  $m = 0,28 (\pm 0,006)$ ,  $n = 15,2 (\pm 0,02)$ .

Формулалар (1-4) бойынша

$$\delta y = \delta(\sqrt[3]{(a-b)}) + \delta(m(n-a)) = \frac{1}{3} \delta(a-b) + \delta m + \delta(n-a)$$

$a-b$  айырманың абсолютті қателігі :

$$a-b = (10,82 - 9,37)(\pm(0,03 + 0,004)) = 1,45 (\pm 0,034)$$

Салыстырмалы қателігі:

$$\delta(a-b) = \frac{0,034}{1,45} = 0,0234$$

Және  $n-a$  айырманың абсолютті және салыстырмалы қателіктері:

$$n-a = (15,2 - 10,82)(\pm(0,02 + 0,03)) = 4,38 (\pm 0,05) ;$$

$$\delta(n-a) = \frac{0,05}{4,38} = 0,0114$$

$m$  және оның абсолютті қателігі:  $m = 0,28 (\pm 0,006)$ , салыстырмалы қателігі:  $\delta m = \frac{0,006}{0,28} = 0,0214$ .

$$y \text{ м\o{a}н\i{n}: } y = \frac{\sqrt[3]{10,82 - 9,37}}{0,28(15,2 - 10,82)} = 0,923$$

Табылған м\o{a}ндерд\i қолдана отырып  $y$  салыстырмалы қателігін табылады:

$$\delta y = \frac{1}{3} \delta(a-b) + \delta m + \delta(n-a) = \frac{1}{3} 0,0234 + 0,0214 + 0,0114 = 0,0406$$

$y$  абсолютті қателігі:  $\Delta y = \delta y \times y = 0,0406 \times 0,923 = 0,0375$ .

**Жауабы:**  $y = 0,923$ ,  $\delta y = 0,0406$ ,  $\Delta y = 0,0375$ .