2. ЛОГИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

При изучении логических сигналов проявляется много общего с элементами формальной логики.

Формальная логика – наука о законах и формах человеческого мышления, она оперирует с событиями (высказываниями) вне зависимости от их содержания, учитывая только их истинность или ложность.

Рассмотрим элементы формальной логики на простейших примерах. Рассмотрим две основные логические конструкции.

- Если будет хорошая погода и со мной будут друзья, то я поеду на дачу;
- Если будет хорошая погода или со мной будут друзья, то я поеду на дачу.

Наличие или отсутствие логических сигналов и порождающие их условия, как правило, связаны подобными логическими конструкциями.

Простые и сложные высказывания

Простые высказывания (события) содержат только один факт, не зависящий от других фактов. Сложное высказывание (событие) содержит несколько простых фактов, связанных логическими связями.

Так, в приведенных выше примерах два простых высказывания связаны логическими функциями «И» и «ИЛИ», образуя сложное высказывание (событие):

- Если *будет хорошая погода* (1) ***и*** *со мной будут друзья* (2) , то я поеду на дачу.
- Если *будет хорошая погода* (1) ***или*** *со мной будут друзья* (2), то я поеду на дачу.

Наличие или отсутствие логических сигналов и порождающие их условия, как правило, связаны подобными логическими конструкциями. В формальной логике: ограничено число связей, допускаются только строго определенные толкования этих связей. Это позволяет однозначно представлять сложные события совокупностью простых. Введение символов, обозначающих связи между простыми и сложными событиями, позволило решать логические задачи математическими средствами булевой алгебры.

В положительной логике булевой алгебры истинному высказыванию (или наступлению события) приписывается логическая «1», а ложному

высказыванию (не наступлению события) приписывается логический «0». В отрицательной логике будет обратное соответствие.

Простые события (переменные) будем обозначать через x_i. Переменная x_i может принимать всего два значения: 0 и 1. Сложные события (функции от простых событий) будем обозначать через y. Функция y также может принимать всего два значения: 0 и 1.

***Логическая функция ИЛИ* (*дизъюнкция*)**

Дизъюнкция является логической функцией y преобразования переменных ($x_1, \ldots, x_n$) и фиксирует наступление сложного события ($y = 1$), если наступило *хотя бы одно* простое событие ($x_1 = 1$ *или* $x_2 = 1$, *или* $x_3 = 1$ и т.д.).

Запись функции «дизъюнкция» в булевой алгебре:

$y = x_1 \vee x_2 \vee \ldots\ldots \vee x_n$, где символ $\vee$ – обозначает знак дизъюнкции.

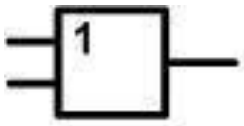
Дизъюнкцию также называют *логическим сложением* и поэтому наряду с записью алгебры логики используют и символьную запись, соответствующей обычной алгебре:

$y = x_1 + x_2 + \ldots + x_n$

Обозначение логической функции ИЛИ

Логический элемент – это базовый элемент цифровой схемы («вентиль»), выполняющий соответствующую элементарную логическую функцию.

Дизъюнктор, логический элемент «ИЛИ» обозначается на структурно-функциональных схемах по ГОСТ 2.743—72 следующим образом:



В зарубежной литературе используется значок OR и обозначение:



Таблица истинности и обозначение логической функции ИЛИ

В таблице истинности («переключательная таблица») указаны все возможные комбинации сигналов на входах и соответствующие сигналы на выходе функции. Таблица истинности дает исчерпывающую характеристику работы логического элемента, т.е. полностью описывает его логическую функцию.

Таблица истинности элемента ИЛИ :

x1	*x2*	*y*
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

***Логическая функция И* (*конъюнкция*)**

Конъюнкция является логической функцией y преобразования переменных (x_1, …, x_n) и фиксирует наступление сложного события ($y = 1$), если имеет место наступления *всех* простых событий ($x_1 = 1$ *и* $x_2 = 1$, *и* $x_3 = 1$, …).

Если хотя бы одно из простых событий не наступило, то сложное событие не наступит – функция равна $y = 0$.

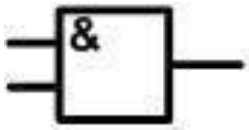
Запись функции «конъюнкция» в булевой алгебре:

$y = x_1 \wedge x_2 \wedge \ldots \wedge x_n$ где символ $\wedge$ – знак обозначает конъюнкции.

Конъюнкцию также называют *логическим умножением*. Символьная запись, соответствующая обычной алгебре:

$y = x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n$

Обозначения на схемах. Конъюнктор, логический элемент «И»



В зарубежной литературе AND :

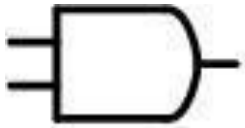


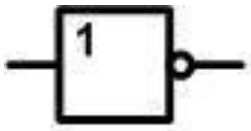
Таблица истинности элемента И:

X1	X2	y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Логическое отрицание (инверсия)

Логическая функция «НЕ» обеспечивает на выходе логический сигнал, который противоположен входному сигналу. Поэтому другое название – инвертор.

НЕ



NOT

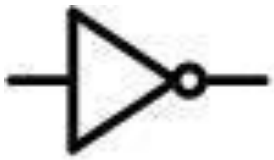


Таблица истинности

X	Y
0	1
1	0

Логический базис

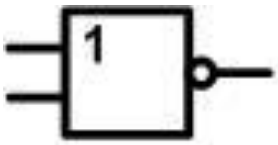
В алгебре логики доказано, что любое сложное логическое высказывание можно исчерпывающе описать, используя комбинацию всего трех логических функций: сложение (дизъюнкция), умножение (конъюнкция) и отрицание (инверсия). Этот набор логических функций называется логическим *базисом*. Отсюда следует, что любую логическую схему можно реализовать, используя комбинацию всего трех логических элементов: дизъюнктор, конъюнктор и инвертор.

Помимо этих трех логических функций, представляющих базис, в общем случае можно рассмотреть 16 логических функций. Наибольший практический интерес представляет реализация логических функций: ИЛИ-

НЕ, И-НЕ, Исключающее ИЛИ. Далее представлены логические элементы, реализующие эти функции.

Логический элемент «ИЛИ-НЕ»

Обозначение на схемах: ИЛИ-НЕ.



В зарубежной литературе: NOR

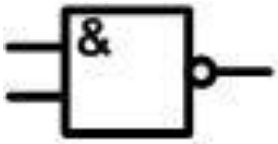


Таблица истинности элемента ИЛИ-НЕ

x1	*x2*	*y*
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Логический элемент «И-НЕ»

Обозначение на схемах логического элемента И-НЕ:



В зарубежной литературе: NAND



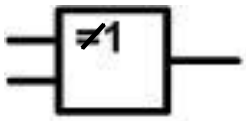
Таблица истинности элемента И-НЕ:

X1	X2	y
0	0	1
0	1	1
1	0	1

1	1	0

Логический элемент «Исключающее ИЛИ»

Обозначение на схемах: Исключающее ИЛИ



- В зарубежной литературе: XOR

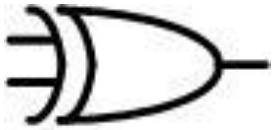


Таблица истинности элемента Исключающее ИЛИ

x1	*x2*	*y*
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Символьное представление: $y=x1 \oplus x2$

Контрольные вопросы

1. Поясните, что такое таблица истинности.
2. Запишите таблицу истинности дизъюнктора.
3. Запишите таблицу истинности конъюнктора.
4. Запишите таблицу истинности инвертора.
5. Какие логические элементы составляют базис?
6. Запишите таблицу истинности элемента Исключающее ИЛИ.